СОВЕТСКОЕ НАЦИОНАЛЬНОЕ ОБЪЕДИНЕНИЕ ИСТОРИИ
И ФИЛОСОФИИ ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ И ТЕХНИКИ

НАУЧНЫЙ СОВЕТ ПРИ ПРЕЗИДИУМЕ АН СССР
ПО КОМПЛЕКСНОЙ ПРОБЛЕМЕ "ФИЛОСОФСКИЕ И
СОЦИАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ НАУКИ И ТЕХНИКИ"

ИНСТИТУТ ФИЛОСОФИИ, СОЦИОЛОГИИ И ПРАВА
АН ЛИТОВСКОЙ ССР

ИНСТИТУТ ФИЛОСОФИИ АН СССР

ВИЛЬНЮССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМ. В. КАПСУКАСА

ЛИТОВСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ ФИЛОСОФСКОГО ОБЩЕСТВА
СССР

ЛОГИКА И ОСНОВАНИЯ МАТЕМАТИКИ

тезисы VIII Всесоюзной конференции
"Логика и методология науки"
г. Паланга
26-28 сентября 1982 г.

Вильнюс - 1982

венное" для этого класса бескванторное исчисление. В результате определения применительно к Φ и Γ (и в соответствии с последними замечаниями) набора основных понятий, отношений и операций получается исходная база для формирования такого варианта конструктивного МА, который, с одной стороны, оказывается семантически простым (во всяком случае в том смысле, что множества основных объектов изучения оказываются рекурсивно перечислимыми или даже разрешимыми), и с другой стороны, оказываются доказуемыми утверждения о "замкнутости" этих множеств во многих важных для успешного функционирования МА смыслах.

АКСИОМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПОНЯТИЯ ЭНТРОПИИ КОНЕЧНОГО ОБЪЕКТА

Шень А. (Москва)

Колмогоров А. Н. в [1] дал определение энтропии (=сложности) конечного объекта. Мы покажем, что это понятие однозначно задается некоторыми своими свойствами.

Итак, пусть $K: N \to N$ – функция, сопоставляющая каждому $x \in N$ число $K(x)$, которое мы будем называть энтропией (сложностью) числа x. Рассмотрим три естественных требования, накладываемых на функцию K.

(1) Функция K является пределом вычислимой убывающей последовательности общекурсивных функций.

Эквивалентная формулировка: по n можно эффективно указать номер перечислимого множества, состоящего из всех чисел, энтропия которых не превосходит n.

Это требование гарантирует, что если объект x прост (имеет малую энтропию), то рано или поздно это обстоятельство обнаружится.

(2) Число $k(x)$ объектов (=чисел), энтропия которых не превосходит n, отличается от 2^n не более чем на мультипликативную константу:

$C_1 \cdot 2^n \leq k(n) \leq C_2 \cdot 2^n$ для некоторых $C_1, C_2 > 0$.

Второе требование задает масштаб измерения энтропии. Его можно записать так:

$$\exists C \forall n \, (|\log_2 k(n) - n| \leq C.$$

(3) Если f – частично рекурсивная функция, то найдется такая константа C (зависящая от f), что для всех n,

для которых $f(n)$ определено, выполнено неравенство

$$K(f(n)) \leq K(n)+C.$$

Это требование гарантирует, что применение фиксированного алгоритма увеличивает энтропию не более чем на константу.

Введенная Колмогоровым функция энтропии обладает свойствами (1)-(3). Оказывается, что верно и утверждение обратного характера.

ТЕОРЕМА 1. Пусть функция K обладает свойствами (1)-(3). Тогда $K(x)$ отличается от колмогоровской энтропии числа x не более чем на константу:

$\exists C \forall x$ (| $K(x)$ — колмогоровская энтропия x | $\leq C$).

Существуют другие виды энтропии - например, префиксная (см. [2]) - для которых свойство (2) не выполнено, но выполнено более слабое свойство

$$(2') \ \exists C_1 \exists C_2 \forall n \, |\log_2 k(n) - n| \leq C_1 + C_2 \log_2 n.$$

К таким видам энтропии применима

ТЕОРЕМА 2. Пусть функция K обладает свойствами (1), (2'), (3). Тогда существуют такие C_1' и C_2', что для всякого x выполнено неравенство

| $K(x)$ - колмогоровская энтропия x | $\leq C_1' + C_2' \log_2 \log_2 x$.

(Для префиксной энтропии это неравенство доказано в [2]).

1. Колмогоров А. Н. Три подхода к определению понятия "количество информации". - Проблемы передачи информации, 1965, т. 1, вып. 1, с. 3-11.
2. Вьюгин В. В. Алгоритмическая энтропия (сложность) конечных объектов и ее применение к определению случайности и количества информации. - Семиотика и информатика, вып. 16, М.; ВИНИТИ, 1981, с. 14-43.

О НЕКОТОРЫХ ВАРИАНТАХ ПРОБЛЕМЫ ПЕРЕБОРА

Юкна С. П. (Вильнюс)

Рассматриваются вычисления на многоленточных машинах Тьюринга (МТ) со входом [1]. При этом каждый момент времени, когда одна из головок некоторой ленты машины изменяет направление, называется поворотом.

Обозначим через $DTIME(t|\varphi)$ (через $DTime(t|\varphi)$)