Miage M2 Bordeaux 2007 / 2008
Cours Systèmes Experts (Ch. Retoré, retore@labri.fr)
Exercices sur le calcul des prédicats

A Pour chacun des couples suivant de formules dire si (a) $F \Rightarrow G$ est vraie et si (b) $F \Rightarrow G$ est vraie. Pour justifier sa réponse, soit on construira une interprétation concrète dans laquelle l'implication est fausse, soit on en donnera une preuve formelle avec les règles vues en cours. Dans chaque cas, le résultat formel corrobore-t-il votre intuition?

[*A et B désignent des formules quelconques, avec ou sans occurrence libre de x.*]

1. $F : \forall x(A \wedge B)$ et $G : (\forall xA) \wedge (\forall xB)$
2. $F : \forall x(A \vee B)$ et $G : (\forall xA) \vee (\forall xB)$
3. $F : \exists x(A \wedge B)$ et $G : (\exists xA) \wedge (\exists xB)$
4. $F : \exists x(A \vee B)$ et $G : (\exists xA) \vee (\exists xB)$
5. $F : \forall x((\exists y P(x,y)) \Rightarrow Q(x))$ et $G : \forall x \forall y(P(x,y) \Rightarrow Q(x))$

B On considère les formules

$U : \forall x \forall y(P(x,y) \Rightarrow P(y,x))$
$V : \forall x \forall y(P(x,y) \wedge Py,z) \Rightarrow P(x,z))$
$W : \forall x((\exists y P(x,y)) \Rightarrow P(x,x))$

1. Donner des exemples d'interprétations concrètes pour lesquelles:
   (a) U est vraie, V est fausse.
   (b) U est fausse, V est vraie.
2. Montrer formellement que $U \wedge V \Rightarrow W$. Etait-ce intuitivement prévisible?

C On souhaite décrire les relations familiales de l'état civil (une base de données, en quelque sorte). Quel langage choisir, quelles règles a-t-on (quelles sont les contraintes sur cette base)?