

## *Feuille de travaux dirigés*

### TD 4 : Formulation logique, manipulation de formules

*durée : 2 séances*

#### Exercice 1 (Formulation logique)

Traduisez les raisonnements suivants en formules de la logique propositionnelle :

1. S'il pleut, alors je prends mon parapluie ; il pleut ; par conséquent je prends mon parapluie.
2. S'il pleut, alors je prends mon parapluie ; il ne pleut pas ; par conséquent je ne prends pas mon parapluie.
3. S'il pleut, alors je prends mon parapluie ; je ne prends pas mon parapluie ; par conséquent il ne pleut pas.
4. S'il pleut, alors je prends mon parapluie ; je prends mon parapluie ; par conséquent il pleut.

En interprétant  $p$  par "je pars",  $q$  par "tu restes" et  $r$  par "il n'y a personne", traduisez les formules logiques suivantes en phrases du langage naturel :

5  $p \wedge \neg q \Rightarrow r$

6  $(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$

7  $(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q) \Rightarrow \neg r$

#### Exercice 2 (Satisfaisabilité)

Donner pour chaque formule suivante une interprétation qui la rend vraie et une interprétation qui la rend fausse :

-  $(p \wedge q) \vee (p \Rightarrow q)$

-  $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$

-  $p \wedge (q \vee p)$

-  $p \Rightarrow ((p \Rightarrow q) \Rightarrow r)$

-  $p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$

#### Exercice 3 (Evaluation)

Evaluer les formules suivantes en considérant uniquement les valeurs des variables données :

-  $q \Rightarrow (p \Rightarrow r)$ , avec  $q = \mathbb{F}$

-  $p \Rightarrow (q \Rightarrow (r \Rightarrow s))$ , avec  $s = \mathbb{V}$

-  $p \wedge (p \vee q)$ , avec  $q = \mathbb{V}$

-  $p \vee (q \Rightarrow r)$ , avec  $q = \mathbb{F}$

-  $(p \Rightarrow ((\neg q \vee r) \wedge (q \vee p))) \Rightarrow (q \Rightarrow \neg r)$ , avec  $p = q = \mathbb{V}$  et  $r = \mathbb{F}$

#### Exercice 4 (Tables de vérité)

Evaluer les formules suivantes en utilisant les tables de vérités. Indiquez alors lesquelles parmi ces formules sont satisfaisables, réfutables, lesquelles sont des tautologies, des contradictions.

-  $(p \Rightarrow q) \vee (q \Rightarrow p)$

-  $(p \Leftrightarrow q) \wedge (p \Leftrightarrow \neg q)$

-  $(p \Rightarrow (q \wedge r)) \Rightarrow (p \vee r)$

-  $p \wedge \neg q \Rightarrow (q \vee \neg p \Rightarrow \neg r)$

-  $((p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)) \Rightarrow (q \Rightarrow r)$

-  $((p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)) \Rightarrow (p \Rightarrow q \wedge r)$

#### Exercice 5 (Validité)

Parmi les raisonnements 1, 2, 3 et 4 présentés à l'exercice 1, lesquels sont valides ?

**Exercice 6 (Manipulation de formules)**

- Traduire la formule  $(p \Leftrightarrow q)$  en utilisant uniquement la conjonction et la négation,
- Traduire la formule  $(p \Leftrightarrow q)$  en utilisant uniquement la disjonction et la négation,
- Traduire la formule  $(p \Rightarrow q)$  en utilisant uniquement la conjonction et la négation,
- Traduire la formule  $(p \Rightarrow q)$  en utilisant uniquement la disjonction et la négation,
- Traduire la formule  $(p \vee q)$  en utilisant uniquement l'implication et la négation,
- Traduire la formule  $(p \wedge q)$  en utilisant uniquement l'implication et la négation,