

# Intervalles, systèmes dynamiques et trajectoires garanties pour la robotique d'exploration karstique

## 1 Encadrants

- Gilles Trombettoni, PU LIRMM, équipe Coconut (50%)
- Lionel Lapierre, MC HDR LIRMM, équipe Explore (25%)
- Simon Rohou, MC LabSTICC (ENSTA Bretagne) (25%)

## 2 Description du sujet

### Contexte

La robotique d'exploration en milieu hostile confiné fait actuellement face à des enjeux considérables, tant par la diversité des environnements visés (volcans, karst, forages terrestres et extra-planétaires), que par la nécessité de garantir la précision des données récoltées. Aleyin (Robotique d'Exploration Karstique) est un projet porté par l'Université de Montpellier en lien avec le sujet proposé. Il vise à développer un système robotique en mesure d'acquérir les données nécessaires à la caractérisation de la dynamique de réseaux karstiques, lieu de la ressource en eau. Le projet R&S Région Occitane, LEZ-2020, en est issu. La cartographie de ces réseaux présente un intérêt majeur pour la gestion active de la ressource en eau, la prévision et la prévention des risques hydrologiques. Mais ces données ne sont pleinement exploitables que si elles s'accompagnent de garanties. La réalisation des forages pour l'adduction ou la prévention des crues requiert ces garanties. Citons également deux autres projets emblématiques de cette question. Le projet DepthX (DEep Phreatic THERmal eXplorer ou DEPTHX), qui est porté par l'Université de Carnegie Mellon, développe un système autonome pour explorer les cénotes mexicains. Financé par la Nasa, l'objectif de Depth est d'étudier les technologies des futures explorations des océans de la lune Europa de Jupiter. Le projet Unexmine (Underwater Explorer for Flooded Mines) est un projet européen porté par l'Université de Tampere en Finlande. Il propose de développer un système robotique autonome pour explorer de (nombreuses) mines abandonnées, maintenant inondées. L'enjeu est la cartographie précise de ces mines et l'échantillonnage de leur eau, tout en satisfaisant une contrainte de garantie de précision des mesures.

Les méthodes à intervalles constituent une approche de choix pour résoudre les systèmes dynamiques tout en prenant en compte les incertitudes de mesures et en offrant des garanties sur la précision des résultats obtenus. Les systèmes dynamiques sont définis par des variables fonctionnelles (fonctions d'une variable représentant par exemple le temps). La solution d'un système dynamique peut décrire par exemple la trajectoire d'un robot sous-marin. Les approches numériques existantes, classiques ou par intervalles [1], sont spécialisées dans la résolution de systèmes très particuliers, comme le IVP (*initial value problem*) défini par une équation différentielle (EDO) et une condition initiale, éventuellement incertaine, c'est-à-dire comprise dans un intervalle.

L'approche à intervalles [2,3] que nous comptons approfondir dans cette thèse permet de résoudre des systèmes dynamiques continus bien plus généraux définis par des contraintes différentielles (équations différentielles ordinaires mais aussi contraintes à retard, DAE, etc.)

couplées à des contraintes algébriques (contraintes de mesures prises à des instants donnés, contraintes entre différents instants, etc.). Cette approche est bien plus générale que les méthodes numériques et permet de traiter des systèmes dynamiques pour lesquels aucune méthode de résolution n'est connue. Il s'agit d'une approche « IA » où les systèmes sont décrits par des variables réelles dont les domaines sont des intervalles et des variables fonctionnelles dont les valeurs ou les domaines sont compris dans un *tube* formé de fonctions qui bornent la trajectoire. Un tube est implanté comme une séquence de boîtes (une boîte désigne un vecteur d'intervalles) qui couvrent la trajectoire pour chaque pas de temps discrétisé de la fonction. Une bibliothèque C++ (<http://www.simonrohou.fr/research/tubex-lib/>) appelée **Tubex** offrant des opérateurs sur des tubes et un solveur relativement générique fait appel à des opérateurs d'analyse par intervalles et de programmation par contraintes (parcours d'un arbre de recherche, algorithmes de consistance forte [4] permettant de réduire l'espace de recherche). Cette bibliothèque initiée et gérée par Simon Rohou (ENSTA Bretagne) est l'objet du projet ANR CONTREDO coordonné par Gilles Trombettoni qui se termine dans un an environ.

## Sujet

Dans le sujet étudié, un robot sous-marin se déplace dans une galerie karstique immergée. Il est muni de différents capteurs proprioceptifs (IMU, DVL) et sa trajectoire est décrite par ses équations d'état (contrainte différentielle). Il est également muni d'une balise magnétique permettant quelques recalages de sa trajectoire au cours du temps (avec une précision bornée). Il possède enfin des capteurs acoustiques permettant une cartographie (approximative) de la galerie. Il s'agit dans cette thèse de calculer un *système dynamique hétérogène* en utilisant une approche contraintes. Le système (CSP) est constitué de trois catégories de variables :

- une variable fonctionnelle qui représente la trajectoire du robot (dimension 6) ;
- des variables réelles qui représentent des points de la galerie (cartographie) et éventuellement d'autres paramètres (ex : températures) ;
- un *tube intérieur* qui représente un volume d'eau strictement inclus dans la galerie, garanti de ne pas toucher les parois de la galerie (dimension 3).

Les deux premières catégories définissent un type de problème SLAM (*Simultaneous Localization And Mapping*) traité de manière déclarative et la troisième catégorie est originale. Informellement, aucun point d'un tube intérieur n'intersecte la galerie.

Dans cette thèse, on se propose d'étendre aux systèmes dynamiques la notion « d'intérieur » déjà étudiée pour les systèmes non dynamiques (systèmes d'inéquations, optimisation globale). Pour la résolution de systèmes d'inéquations, une méthode à intervalles de type SIVIA [6] caractérise l'espace-solution par un *pavage* qui partitionne le domaine (boîte) initial en un ensemble de boîtes qui se juxtaposent. Les boîtes du pavage sont de trois catégories : des boîtes éliminées, sans aucune solution, des boîtes frontières contenant des points solutions et des points non solutions, et des *boîtes intérieures* ne contenant que des solutions. Des algorithmes d'extraction de boîtes intérieures, comme **InHC4** et **In-XTaylor** [7], ont été proposés en optimisation globale, mais aucune approche similaire n'a été étudiée pour les systèmes dynamiques.

Une méthode à intervalles pourrait exploiter la notion d'intérieur pour améliorer le calcul de la trajectoire. Dans les méthodes actuelles d'analyse par intervalles, la trajectoire en un instant donné est représentée par une boîte « frontière » (ou extérieure) pouvant contenir

ou non une solution. Dans les méthodes les plus sophistiquées [1], une approximation plus fine est obtenue par une boîte inclinée (par changement de repère) ou par un polytope. Ces ensembles demeurent néanmoins des régions « extérieures ». Une piste serait de calculer un pavage pour chaque pas de temps (discrétisé, en prenant en compte le domaine temporel entre deux instants consécutifs). Pour les systèmes non dynamiques le calcul d'un pavage est une opération combinatoire coûteuse. C'est pourquoi nous comptons utiliser la contrainte différentielle pour mettre en correspondance les boîtes d'un pavage à des temps consécutifs et limiter ainsi les recalculs à chaque pas de temps. L'application de l'opérateur de Picard intervalle pourrait améliorer les performances en limitant le processus combinatoire lié à la subdivision des boîtes dans le calcul du pavage. Les boîtes intérieures en correspondance à différents instants constituent un continuum de trajectoires solution de la contrainte différentielle.

Pour calculer un tube intérieur, deux premières pistes sont à étudier. La première ignore la dynamique du robot et calcule un simple pavage par un SIVIA en dimension 3. Les mesures de points de la galerie relatives à des noeuds complexifient un peu le processus. Une autre piste est d'adapter le calcul de trajectoires intérieures décrit ci-dessus.

Une approche alternative à étudier vient du domaine de l'automatique. En prenant en compte la commande du robot, il s'agit de définir le problème comme un problème de V-stabilité ou de stabilité de Liapounov.

## Démarche

Après l'étude de la bibliographie et la compréhension du problème applicatif, il faudra prendre en mains la bibliothèque **Tubex**.

Un premier prototype pourrait reposer sur les travaux réalisés par Yohan Breux et Lionel Lapierre dans l'équipe EXPLORE où une méthode de SLAM calcule un graphe de poses, c'est-à-dire un ensemble de points de la trajectoire (qui fait éventuellement des boucles), chaque noeud étant associé à un ensemble de points de la galerie estimé par le sonar. Ce graphe est « ajusté » en temps réel par un algorithme d'optimisation qui minimise la somme des erreurs de transformation d'un noeud en un noeud voisin. Chaque noeud de ce graphe pourrait fournir une mesure incertaine d'une position de la trajectoire, information qui pourrait être prise en compte par un opérateur de contraction de **Tubex** ( $C_{eval}$ ). Le même opérateur pourrait prendre en compte les recalages par géolocalisation magnétique. Le contracteur de boucle de **Tubex** pourrait enfin aider à mieux relocaliser le robot quand il effectue une boucle dans l'eau. Ce prototype devra être implanté avec **Tubex** et **Ibex**, et testé sur des données simulées disponibles.

Dans un deuxième temps, un algorithme nouveau de résolution des équations d'état utilisant la notion d'intérieur sera étudié de manière générale, implanté avec **Tubex** et testé sur le problème d'exploration karstique. Les opérateurs de contraction existants dans **Tubex** devront être adaptés aux trajectoires intérieures.

Enfin, un algorithme de calcul d'un tube intérieur sera étudié en théorie, implanté et testé sur les données disponibles.

## Références

- [1] N. Nedialkov, K. Jackson et G. Corliss. Validated solutions of initial value problem for ordinary differential equations. *Applied Mathematics and Applications*, 105(1), pages 21-68, 1999.
- [2] S. Rohou, L. Jaulin, L. Mihaylova, F. Le Bars et S. M. Veres : Reliable non-linear state estimation involving time uncertainties. *Automatica* 93 : 379-388, 2018).
- [3] A. Bethencourt et L. Jaulin. Solving non-linear constraint satisfaction problems involving time-dependent functions. *Mathematics in Computer Science*, 8(3-4), pages 503-523, 2014.
- [4] B. Neveu, G. Trombettoni et I. Araya. Adaptive Constructive Interval Disjunction : Algorithms and Experiments. *Constraints*, 20(4), pages 452-467, 2015.
- [5] G. Chabert and L. Jaulin. Contractor Programming. *Artificial Intelligence*, 173, page 1079-1100, 2009.
- [6] L. Jaulin , M. Kieffer, O. Didrit et E. Walter. *Applied Interval Analysis with Examples in Parameter and State Estimation, Robust Control and Robotics*, Springer-Verlag, 2001.
- [7] I. Araya, G. Trombettoni, B. Neveu, G. Chabert. Upper Bounding in Inner Regions for Global Optimization under Inequality Constraints. *Journal of Global Optimization (JOGO)*, volume 60, number 2, p. 145-164, Springer, 2014

## 3 Informations complémentaires

- Sujet non déposé dans un autre concours ; pas d'autre sujet déposé.
- Nombre de contrats doctoraux UM/I2S obtenus dans le passé par les encadrants : 1 (thèse de Olivier Sans 2014-2017 encadrée par G. Trombettoni).
- Dernier contrat doctoral UM/I2S obtenu par l'équipe COCONUT : 2015-2018 (thèse de Robin Arcangioli).
- Commentaires et particularités : dossier de demi-bourse Région soumis en janvier 2020