

## Matching, Registration, ...

Grégoire Malandain  
INRIA Sophia Antipolis - projet EPIDAURE

Mise à jour : 26 janvier 2005

1

### ■ Introduction

- Recalage
- Recalage géométrique
- Recalage iconique
- Méthode hybride
- Conclusion

Image Registration  
G. Malandain

2

### Reviews

- L.G. Brown, A survey of image registration techniques, ACM Computing Surveys, 24(4):325-376, 1992.
- B. Zitova and J. Flusser, Image Registration methods: a survey, Image and Vision Computing, 21(11):977-1000, 2003
- J.B. Maintz and M.A. Viergever, A survey of medical image registration. Med Image Anal, 2(1):1-36, March 1998.
- J.P. Pluim, J.B. Maintz, and M.A. Viergever, Image Registration - Mutual-Information-Based Registration of Medical Images: A Survey. IEEE Transactions on Medical Imaging, 22(8):986-1004, 2003.
- ...

Image Registration  
G. Malandain

3

### Modalités complémentaires d'imagerie

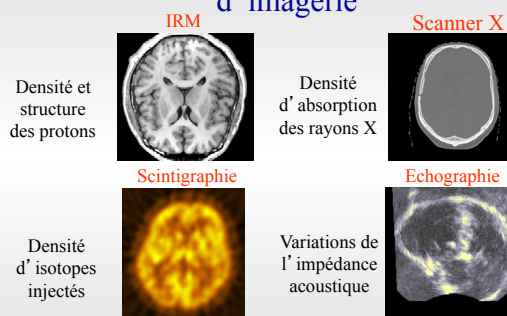


Image Registration  
G. Malandain

4

### Objectif du Recalage

- Déterminer la meilleure transformation  $T$  qui superpose les points  $x$  de l'image  $I$  sur les points homologues de l'image  $J$

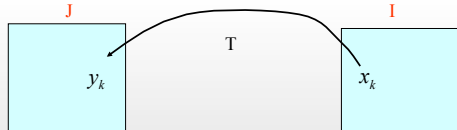


Image Registration  
G. Malandain

5

### Formulation mathématique du recalage (Brown, 1992)

- **Recalage** : étant données deux images  $I$  et  $J$  (trouver la transformation géométrique  $T$  qui aligne « au mieux » les points (voxels) physiquement homologues

$$\hat{T} = \underset{T \in \mathcal{T}}{\operatorname{arg\,max}} S(I, J, T)$$

Algorithme d'optimisation

Mesure de similarité

Espace de recherche (rigide, affine, élastique, ...)

Image Registration  
G. Malandain

6

## Classes de Transformations T

- Rigide (déplacement)
- Similitude
- Affine
- Polynomiale
- Spline
- Libre
- Projective

## Classes de Transformations T



■ **Rigide** :  $T(x) = Rx + t$

- ✓ Rotation et translation
- ✓ 6 paramètres : (R : 3; t : 3)
- ✓ invariants: distances (isométrie), orientation des repères, courbures, angles, droites



■ **Similitude**  $T(x) = s.Rx + t$

- ✓ ajouter une homothétie
- ✓ 7 paramètres
- ✓ invariants: rapports de distances, orientation, angles, droites



## Classes de Transformations T



■ **Affine** :

- ✓ B matrice 3x3
- ✓ 12 paramètres : (B : 9; t : 3)
- ✓ invariants: droites, parallélisme



■ **Quadratique** :  $T(x) = x^t Ax + Bx + t$

- ✓ ajouter A : matrice symétrique 3x3
- ✓ 18 paramètres (A: 6; B: 9; t: 3)
- ✓ invariants: ne préserve **plus** les droites

## Classes de Transformations T

■ **Splines** :

- ✓ polynômes locaux de degré d, avec une continuité globale de degré C(d-1).
- ✓ nombre de paramètres : dépend des points de contrôle et des nœuds
- ✓ localement affine: version simplifiée



■ **Transformation libre** :  $T(x) = x + u(x)$

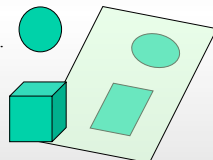
- ✓ un vecteur  $u(x)$  est attaché à chaque point  $x$
- ✓ paramètres : au plus 3 fois le nombre de voxels
- ✓ régularisation : on cherche des homéomorphismes

## Classes de Transformations T

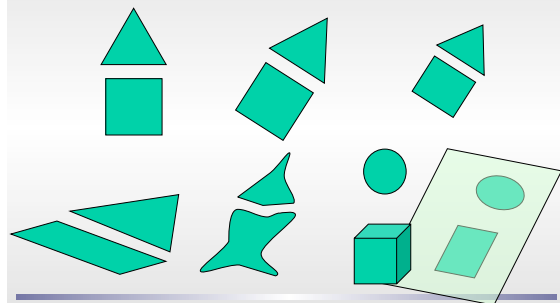
$$T(x) = P(Rx + t)$$

■ **Projective** :

- ✓ Transformation perspective de l'espace 3-D vers le plan image 2-D, après une transformation rigide
- ✓ 11 paramètres (P: 5; R: 3; t: 3)
- ✓ Invariants: droites, cross-ratio, ...



## Illustrations



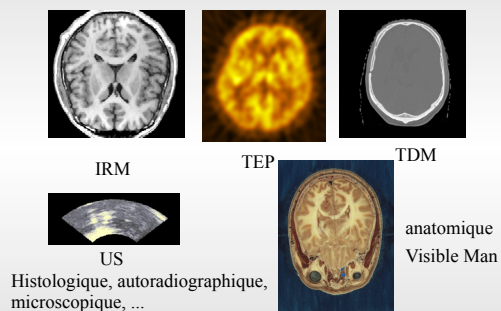
## Mesure de similarité

- Approche géométrique
- Détection de primitives géométriques (points, lignes, surfaces, ... graphes relationnels)
- Critère de distance entre ces primitives
- Approche iconique
- Comparaison directe des intensités

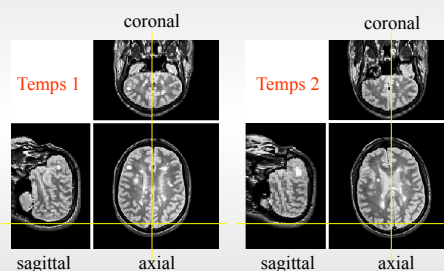
## Principales Applications

- Fusion d'images multimodales
- Evolution temporelle d'une pathologie
- Comparaisons inter-patients
- Superposition d'un atlas
- Réalité augmentée

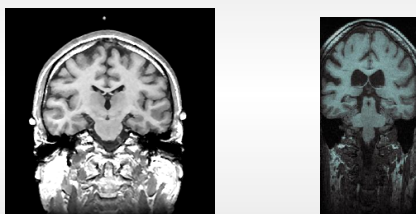
## Fusion d'images multimodales



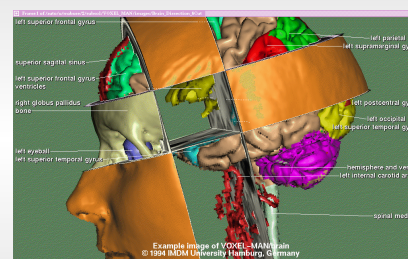
## Evolution Temporelle



## Comparaison Inter-Patients



## Recalage avec un Atlas



Voxel Man

## Réalité Augmentée

- Recalage pré-opératoire / per-opératoire
- Modalité pré-opératoire
  - ✓ Planification, structures internes
- Modalité per-opératoire
  - ✓ Reconstruction par stéréovision, télémétrie laser :  
surface externe = peau
  - ✓ échographie

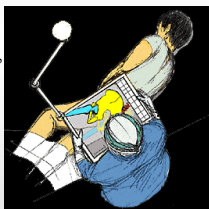


Image Registration  
G. Malandain

20

## Réalité Augmentée

- Brigham & Women's Hospital



E. Grimson

Image Registration  
G. Malandain

21

## Classes de problèmes vs. applications

- Evolution temporelle → Intra-patient, monomodal
- Fusion d'images multimodales → Intra-patient, multimodal
- Comparaison inter-patients → Inter-patients, monomodal
- Superposition avec un atlas → Inter-patients, multimodal

Intra-patient : rigide ou déformable

Inter-patients : déformable

Image Registration  
G. Malandain

22

## Recalage

- Difficulté du recalage
  - trouver la méthode de recalage adaptée au problème et au contexte
  - ⇒ nombreuses méthodes de recalage
  - ⇒ pas de méthode généraliste

Image Registration  
G. Malandain

23

## Recalage

$$\hat{T} = \arg \max_{T \in \mathcal{T}} S(I, J, T)$$

3 choix :

- Mesure de similarité
- Espace de recherche de la transformation
- Algorithme d'optimisation

Image Registration  
G. Malandain

24

- Introduction
  - ✓ Recalage versus fusion
  - ✓ Illustrations
- Recalage
- Recalage géométrique
- Recalage iconique
- Méthode hybride
- Conclusion

Image Registration  
G. Malandain

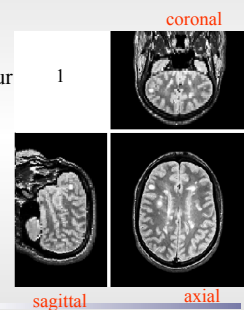
33

## Illustrations

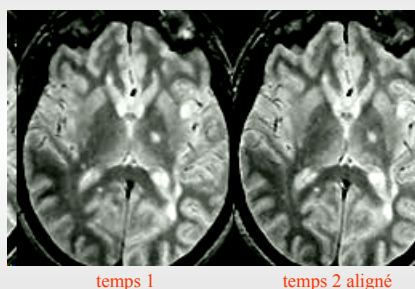
- 1. Evolution de sclérose en plaques
- 2. Asymétrie cérébrale
- 3. Recalage inter-patients
- 4. Superposition d'un atlas

## 1. Sclérose en Plaques

- Objectif:
  - ✓ quantifier l'évolution des lésions au cours du temps pour mesurer l'efficacité d'un traitement.
- Approche:
  - ✓ analyse automatique des déformations apparentes

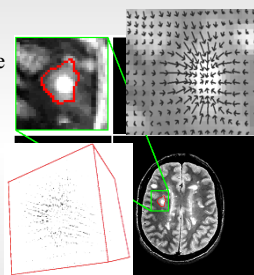


## Déformations résiduelles apparentes



## Analyse des déformations

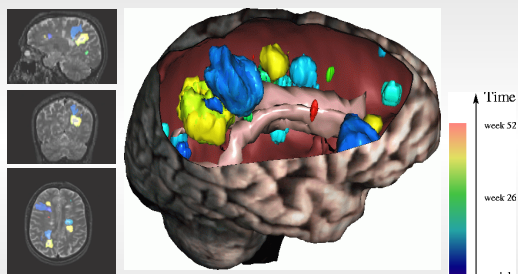
- Extraction automatique des régions présentant une **variation apparente de volume** (Jacobien de la déformation)



brevet INRIA

J.P. Thirion, A. Guimond 98  
D. Rey, G. Subsol, H. Delingette, N.A. IPMI' 99

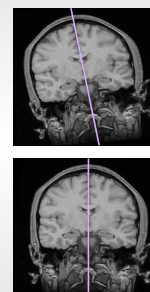
## Evolution temporelle des lésions



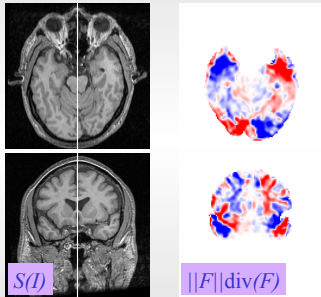
Rey-Stoeckel-Malandain-NA, 2001

## 2. Asymétrie cérébrale

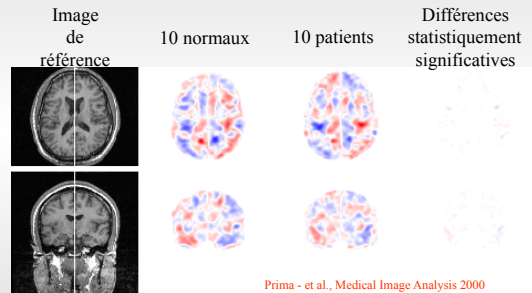
- thèse de S. Prima
- Mesure quantitative et locale de l'asymétrie cérébrale
- Etude de patients **schizophrènes** (théorie de T. Crow, Oxford)



### Champ d'asymétrie sur un sujet

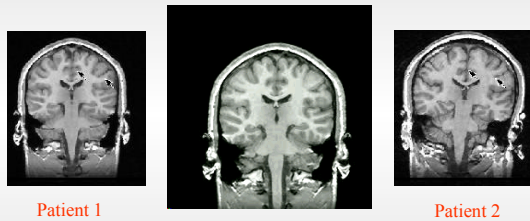


### Normaux vs. Schizophrènes



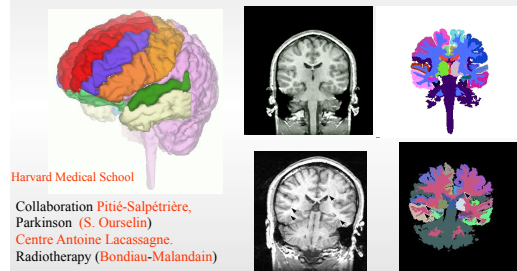
Prima - et al., Medical Image Analysis 2000

### 3. Comparaison inter-patients



J.P. Thirion, X. Pennec, Guimond,...

### 4. Superposition d'un Atlas



Harvard Medical School  
Collaboration Pitié-Salpêtrière, Parkinson (S. Ourselin)  
Centre Antoine Lacassagne, Radiotherapy (Bondiau-Malandain)

- Introduction
- Recalage
- Recalage géométrique
  - ✓ Introduction
  - ✓ Appariements implicites
  - ✓ Appariements transitoires
  - ✓ Appariements explicites
- Recalage iconique
- Méthode hybride
- Conclusion

### Exemple intuitif

- Comment recalcr ces deux images ?

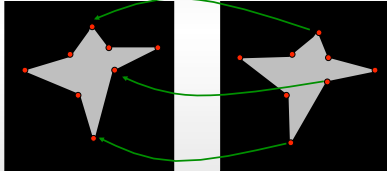


## Approche géométrique/iconique

Détection des primitives (ici, points de forte courbure)

Construction des appariements :  $x_k \leftrightarrow y_k$

Mesure: par exemple,  $S(T) = \sum_k \|T(x_k) - y_k\|^2$

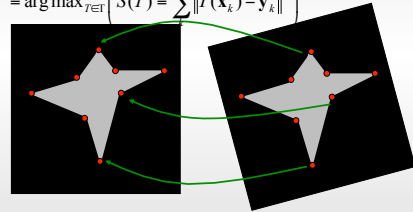


## Approche géométrique/iconique

Détection des primitives (ici, points de forte courbure)

Construction des appariements :  $x_k \leftrightarrow y_k$

$\hat{T} = \arg \max_{T \in \Gamma} (S(T) = \sum_k \|T(x_k) - y_k\|^2)$



## Approche géométrique/iconique

Détection des primitives = segmentation

La difficulté du recalage est (en partie) rejetée dans l'étape de segmentation ...

- Détection manuelle des amers
- Ajouts d'amers extrinsèques (externes)
  - détection facilitée
- Détection d'amers intrinsèques
  - Problème de la précision de la détection

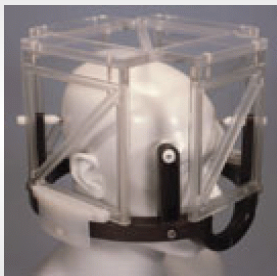
## Approche géométrique/iconique

Détection des primitives = segmentation

... mais aussi dans l'étape d'appariement

- Appariement manuel des primitives
- Utilisation de gabarits connus
  - modèle CAO
  - appariements facilités

## Cadre Stéréotaxique



- Vissé dans le crâne
- Marqueurs externes
- Mouvement du cerveau
- Durée limitée
- Précision de la détection

- Introduction
- Recalage
  - Recalage géométrique
    - ✓ Introduction
    - ✓ Appariements implicites
    - ✓ Appariements transitoires
    - ✓ Appariements explicites
  - Recalage iconique
  - Méthode hybride
- Conclusion

## Chamfer Matching

- On dispose
  - ✓ de deux segmentations  $S_1$  et  $S_2$ : contours, surfaces, volumes, ...
  - ✓ d'une transformation initiale
- on calcule une carte de distance à partir de l'une d'entre elles (chamfer distance)

$$d_1(M) \approx \min_{P \in S_1} \|MP\|$$

- critère à minimiser
- $$S(S_1, S_2, T) = \left( \frac{1}{2} \right) \sum_{M \in S_2} [d_1(T(M))]^2$$

Image Registration  
G. Malandain

52

## Chamfer Matching

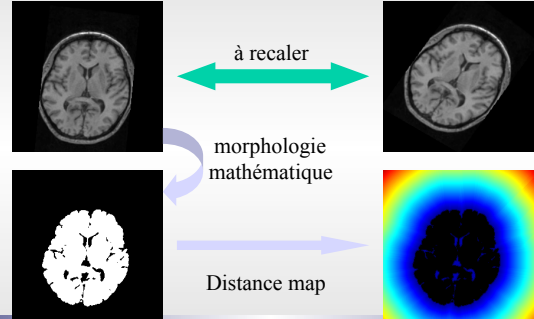
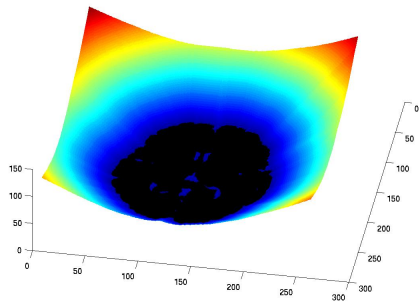


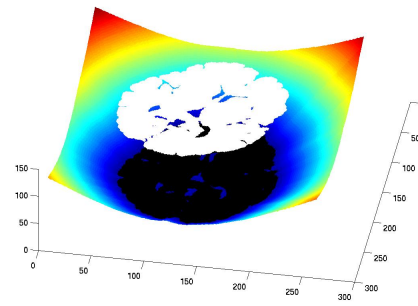
Image Registration  
G. Malandain

53

## Chamfer Matching



## Chamfer Matching



## Chamfer Matching

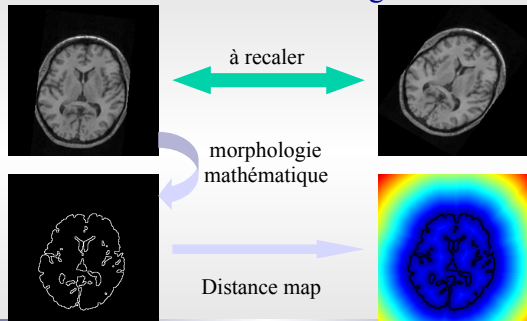
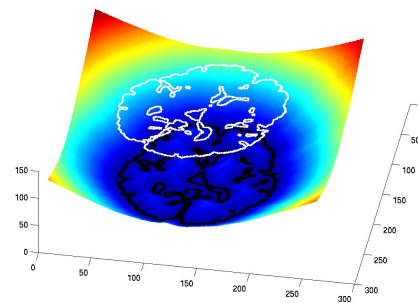


Image Registration  
G. Malandain

56

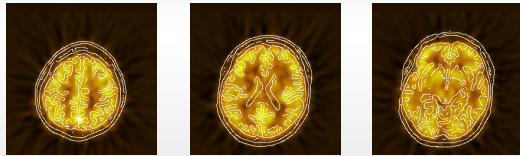
## Chamfer Matching





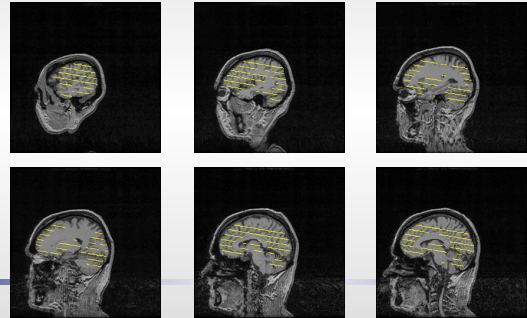
## Chamfer Matching

- Recalage multimodal : IRM / TEP
- ✓ IRM 256x256x120 (voxels de 1.3 mm<sup>3</sup>)
- ✓ TEP 256x256x7 (voxels de 1x1x9 mm<sup>3</sup>)



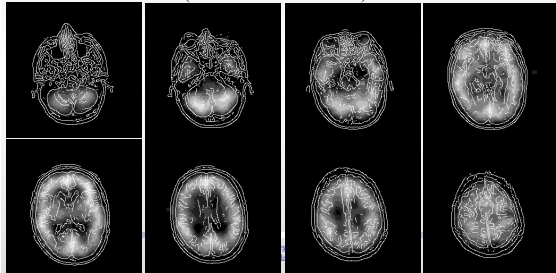
## Chamfer Matching

- Recalage multimodal : IRM / TEP



## Chamfer Matching

- Recalage multimodal : IRM / TEMP
- ✓ IRM 256x256x120 (voxels de 1.3 mm<sup>3</sup>)
- ✓ TEMP 64x64x25 (voxels de 3.2x3.2x6.4 mm<sup>3</sup>)



## Chamfer Matching

📖 G. Borgefors, Hierarchical Chamfer Matching: A Parametric Edge Matching Algorithm, IEEE Transactions on PAMI, 10(6):849-865, 1988.

📖 M. van Herk and H.M. Kooy, Automatic three-dimensional correlation of CT-CT, CT-MRI, and CT-SPECT using chamfer matching, Med. Phys, 21(7): 1163-78, 1994.

## Chamfer Matching

- Minimisation du critère

$$\frac{\partial S(S_1, S_2)}{\partial p} = \sum_{M \in S_2} d_1(T(M)) \times \vec{\nabla} d_1(T(M)) \cdot \frac{\partial T(M)}{\partial p}$$

- remarque :

$$d_1(M) \times \vec{\nabla} d_1(M) \approx -\overrightarrow{MP(M)}$$

$$P(M) = \arg \min_{P \in S_1} \|MP\|$$

- Introduction
- Recalage
- Recalage géométrique
  - ✓ Introduction
  - ✓ Appariements implicites
  - ✓ Appariements transitoires
  - ✓ Appariements explicites
- Recalage iconique
- Méthode hybride
- Conclusion

## Plus Proche Voisin Itéré (PPVI)

- On dispose
  - ✓ de deux segmentations  $S_1$  et  $S_2$ : contours, surfaces, volumes, ...
  - ✓ d'une transformation initiale  $T$

### ■ Calcul itératif : *Iterative Closest Point (ICP)*

1. Chaque point  $P_i$  de  $S_1$  est apparié avec le point  $Q_j$  de  $S_2$  le plus proche de  $T(P_i)$ .  $Q_j = \text{ClosestPoint}(T(P_i))$
2. On cherche  $T$  qui minimise la somme des distances au carré entre les points appariés

- critère à minimiser

$$S(S_1, S_2, T) = \left( \frac{1}{2} \right) \sum_{P_i \in S_1} \|T(P_i) - \text{CP}(T(P_i))\|^2$$

## Plus Proche Voisin Itéré (PPVI)

- Convergence : minimisation du même critère

$$S(S_1, S_2, T) = \sum_{P_i \in S_1} \|T(P_i) - \text{CP}(T(P_i))\|^2$$

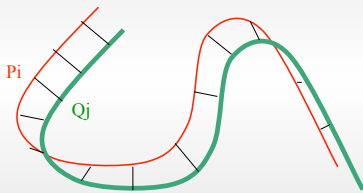
- ✓ Appariements

$$\text{CP}^* = \arg \min_{\text{pairing}} \sum_{P_i \in S_1} \|T^*(P_i) - \text{CP}(T^*(P_i))\|^2$$

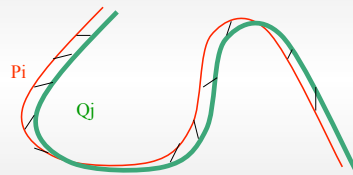
- ✓ Transformation

$$T^* = \arg \min_{T \in \Gamma} \sum_{P_i \in S_1} \|T(P_i) - \text{CP}^*(T(P_i))\|^2$$

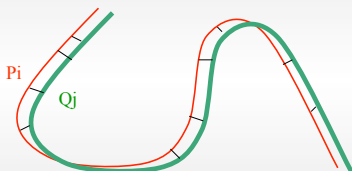
## 1. Optimisation des appariements



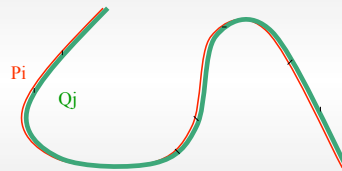
## 2. Optimisation de T



## 1-bis Optimisation des Appariements



## 2-bis Optimisation de T



## Iterative Closest Point (ICP)

- P.J. Besl and N.D. McKay, A method for registration of 3-D shapes, IEEE Transactions on PAMI, 14(2):239-256, 1992.
- J. Feldmar and N. Ayache, Rigid, Affine and Locally Affine Registration of Free-Form Surfaces, IJCV, 18(2):99-120, 1996.

## Images Pré-opératoires

IRM

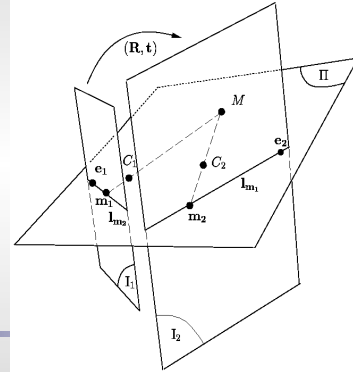


## Images Per-opératoires

### ■ Images Vidéo

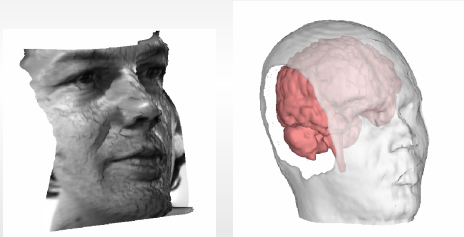


## Principle of binocular stereovision

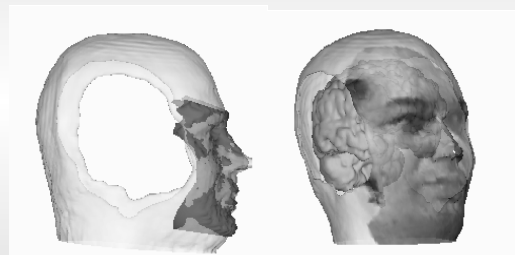


## Recalage des surfaces externes

### ■ Visage stéréo et Visage IRM



## Recalage des surfaces



## Réalité Augmentée

### ■ Brigham & Women 's



E. Grimson

Image Registration  
G. Malandain

76

## Réalité Augmentée

### ■ Brigham & Women 's Hospital

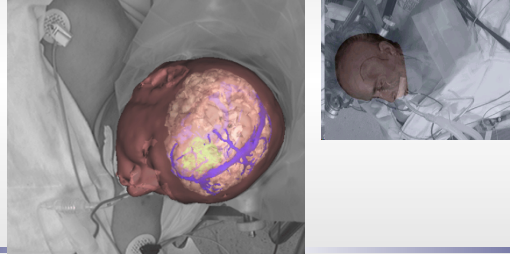


Image Registration  
G. Malandain

77

## Transformation initiale

- Bitangentes = couples de points partageant le même plan tangent (invariants pour les transformations rigides)

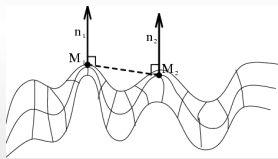


Image Registration  
G. Malandain

78

## Segments Bitangents

- Utilisés pour la prédiction d'hypothèses

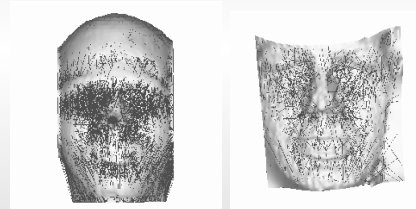


Image Registration  
G. Malandain

79

## Recalage 3-D / 2-D

- Contrôle du positionnement : Scanner et Radiographie

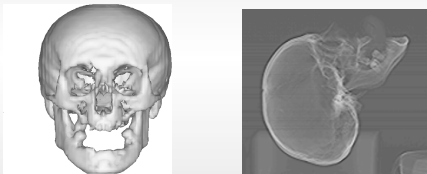


Image Registration  
G. Malandain

80

## Résultat

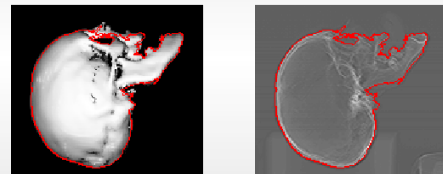
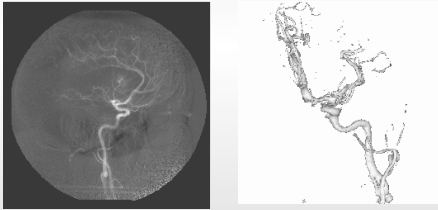


Image Registration  
G. Malandain

81

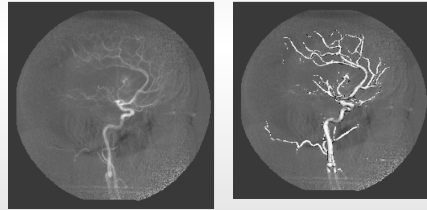
## Radiologie interventionnelle

- Guidage d'un cathéter à partir d'une radiographie 2D (avec injection)



## Radiologie interventionnelle

- Radiographie 2D et Angiographie 3D



## Extensions/variantes de l'ICP

$$\hat{T} = \arg \max_{T \in \Gamma} \left( \sum_{k \in K} \|T(M_k) - P_k\|^2 \right)$$

- Moindres carrés  $\Rightarrow$  plus robustes par rapports aux appariements aberrants (*outliers*)

- ✓ M-estimateurs  $\hat{T} = \arg \max_{T \in \Gamma} \left( \sum_{k \in K} \rho(T(M_k) - P_k) \right)$

- ✓ Moindres carrés tamisés (*Least Trimmed Squares*)

$$\hat{T} = \arg \max_{T \in \Gamma} \left( \sum_{k \in K} \|T(M_k) - P_k\|^2 \right)$$

## Extensions/variantes de l'ICP

$$S(S_1, S_2, T) = \sum_{i \in I, j \in J} A_{ij} \|T(M_i) - P_j\|^2$$

- ICP : un seul correspondant

$$A_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } \|T(M_i) - P_j\| \text{ est minimal} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

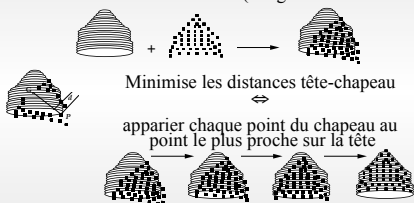
- EM-ICP : plusieurs correspondants

$$A_{ij} = \frac{G_\sigma(\|T(M_i) - P_j\|)}{\sum_k G_\sigma(\|T(M_i) - P_k\|)}$$

## PPVI-like : Pelizzari

Algorithme tête-chapeau

Points sur l'IRM  $\Leftrightarrow$  surface (image de transmission PET)

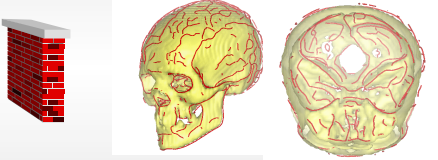


C.A. Pelizzari, G.T. Chen, D.R. Spelbring, R.R. Weichselbaum, and C.T. Chen, Accurate three-dimensional registration of CT, PET, and/or MR images of the brain, J. Comput. Assist. Tomogr. 13(1):20-6, 1989.

- Introduction
- Recalage
- Recalage géométrique
  - ✓ Introduction
  - ✓ Appariements implicites
  - ✓ Appariements transitoires
  - ✓ Appariements explicites
    - ✓ Extraction des points
    - ✓ Recalage
- Recalage iconique
- Méthode hybride
- Conclusion

## Marqueurs Anatomiques

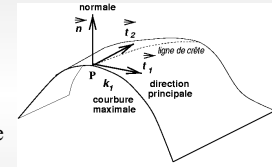
- Chercher des **invariants géométriques** pour caractériser un petit nombre de **points singuliers** sur les surfaces anatomiques.



- Généralisation des arêtes et des sommets sur des surfaces différentiables

## Lignes de Crêtes et Points Extrémaux

- Ils sont définis à partir des propriétés différentielles des surfaces anatomiques



- Correspondent à des valeurs extrémales d'une ou deux courbures principales.

J.-P. Thirion. New Feature Points based on Geometric Invariants for 3D Image Registration. International Journal of Computer Vision, 18(2):121-137, May 1996.

## Courbure Normale

- On définit un repère local autour de P avec le plan tangent et la normale. La surface orientée est paramétrée localement :

$$x(u, v) = (u, v, g(u, v))$$

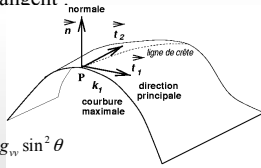
- vecteur unitaire du plan tangent :

$$t = \cos \theta \mathbf{u} + \sin \theta \mathbf{v}$$

- Courbure normale:

$$k_n(\mathbf{t}) = \left. \frac{\partial^2 g(u, v)}{\partial t^2} \right|_{u=0, v=0} = \mathbf{t}^T \nabla^2 g(0,0) \mathbf{t}$$

$$k_n(\mathbf{t}) = g_{uu} \cos^2 \theta + 2g_{uv} \cos \theta \sin \theta + g_{vv} \sin^2 \theta$$



## Courbures Principales

- Valeurs extrémales de  $k_n(\mathbf{t})$
- Valeurs et vecteurs propres du Hessien de  $g$
- Données par les zéros de

$$\det(\nabla^2 g(0,0) - k_i \mathbf{I}_2) = 0, \quad i = 1, 2$$

$$k_{1,2} = \frac{g_{uu} + g_{vv}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{g_{uu} - g_{vv}}{2}\right)^2 - g_{uv}^2}$$

- directions principales associées  $\mathbf{t}_1$  et  $\mathbf{t}_2$   
✓ sauf ombilics (discriminant nul)

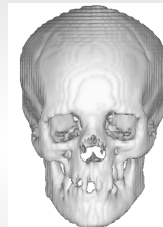
## Principales étapes

- En pratique, un algorithme en trois étapes:

- ✓ 1. Sélection des iso-surfaces
- ✓ 2. Calcul des critères d'extrémalité
- ✓ 3. Extraction lignes de crêtes et/ou points extrémaux

X. Pennec, N. Ayache, and J.-P. Thirion. Chap. 31: Landmark-based registration using features identified through differential geometry. In I. Bankman, editor, Handbook of Medical Imaging, pages 499-513. Academic Press, September 2000.

## Etape 1: Surfaces Anatomiques



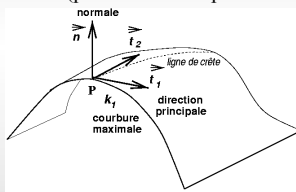
$$f(x, y, z) = I$$

$$\nabla^2 f(x, y, z) = 0$$

- Iso-surfaces définies par une équation implicite
- Zéros du Laplacien de l'intensité (plus robuste)

## Etape 2: Lignes de Crêtes

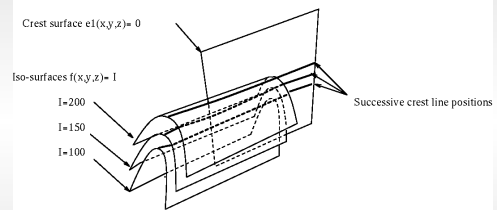
- Le lieu des points où la plus grande courbure principale (en valeur absolue) est extrême dans la direction principale associée, lorsque ces directions existent (pas définie aux points ombilics)



$$\frac{\partial k_1}{\partial t_1} = \nabla k_1 \cdot t_1$$

$$e_1 = \nabla k_1 \cdot t_1 = 0$$

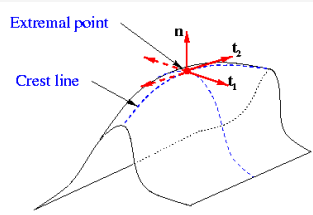
## Lignes de crête



- Intersection de 2 surfaces implicites  
 $f(x,y,z) = 1 \quad e_1 = \nabla k_1 \cdot t_1 = 0$

## Etape 3: points extrémaux

- La seconde courbure principale est également extrême dans la direction principale associée.

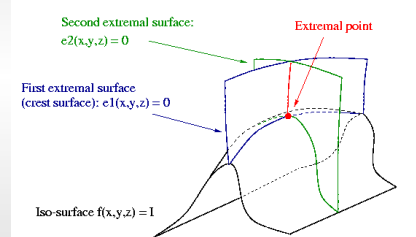


$$e_1 = \nabla k_1 \cdot t_1 = 0$$

$$e_2 = \nabla k_2 \cdot t_2 = 0$$

## Lignes de crêtes et points extrémaux

- Intersection de 2 ou 3 surfaces implicites  
 $f(x,y,z) = 1 \quad e_1 = \nabla k_1 \cdot t_1 = 0 \quad e_2 = \nabla k_2 \cdot t_2 = 0$



## Mise en Œuvre

- Calcul en chaque voxel de la valeur des critères d'extrémalité à partir des dérivées de l'intensité  $f(x,y,z)$ ; (Théorème des fonctions implicites)
- Les dérivées de  $f(x,y,z)$  sont approximées par des produits de convolution discrets de l'image avec les dérivées de la fonction de Gauss
- Suivi de la ligne d'intersection des surfaces implicites par l'algorithme du *Marching Line*

## Exemple: Courbure Gaussienne

On peut calculer en chaque voxel

$$h^2 K = f_x^2 (f_{yy} f_{zz} - f_{yz}^2) + 2 f_y f_z (f_{xz} f_{xy} - f_{xx} f_{yz})$$

$$+ f_y^2 (f_{xx} f_{zz} - f_{zx}^2) + 2 f_x f_z (f_{yz} f_{xy} - f_{yy} f_{xz})$$

$$+ f_z^2 (f_{xx} f_{yy} - f_{xy}^2) + 2 f_x f_y (f_{xz} f_{yz} - f_{zz} f_{xy})$$

avec

$$h = f_x^2 + f_y^2 + f_z^2$$

## Courbure Moyenne

De même:

$$2h^{3/2}H = f_x^2(f_{yy} + f_{zz}) - 2f_yf_zf_{yz} \\ + f_y^2(f_{xx} + f_{zz}) - 2f_xf_zf_{xz} \\ + f_z^2(f_{xx} + f_{yy}) - 2f_xf_yf_{xy}$$

avec

$$h = f_x^2 + f_y^2 + f_z^2$$

$$k_i = H \pm \sqrt{H^2 - K}$$

## Derivations par filtrage linéaire

$$f(x, y, z) = I(x, y, z) * G(x, y, z)$$

$$G(x, y, z) = g(x) \cdot g(y) \cdot g(z)$$

$$g'(x) = h(x)$$

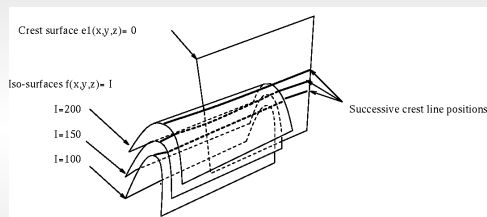
$$f_x(x, y, z) = I(x, y, z) * G_x(x, y, z)$$

$$G_x(x, y, z) = h(x) \cdot g(y) \cdot g(z)$$

$$f_{yz}(x, y, z) = I(x, y, z) * G_{yz}(x, y, z)$$

$$G_{yz}(x, y, z) = g(x) \cdot h(y) \cdot h(z)$$

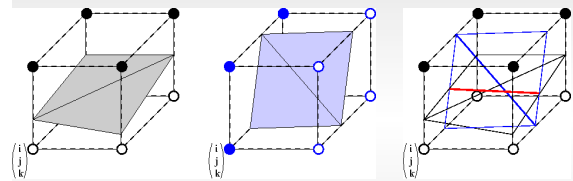
## Marching lines



■ Intersection de 2 surfaces implicites

$$f(x,y,z) = I \quad e_1 = \nabla k_1 \cdot \mathbf{t}_1 = 0$$

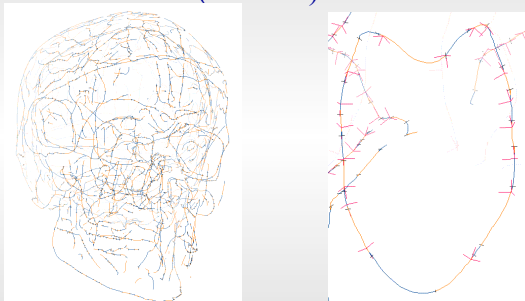
## Marching lines



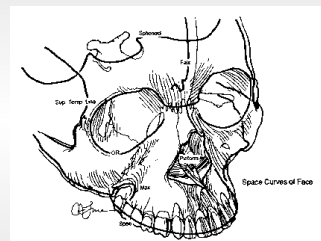
■ Intersection de 2 surfaces implicites

$$f(x,y,z) = I \quad e_1 = \nabla k_1 \cdot \mathbf{t}_1 = 0$$

## Crâne : Points Extrémaux (Scanner)

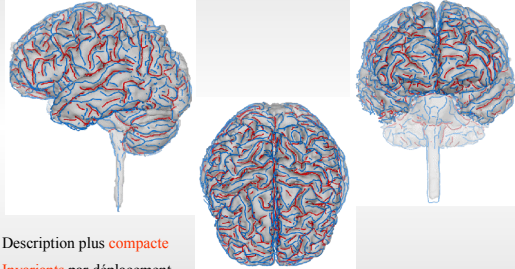


## Atlas de Court Cutting et al.



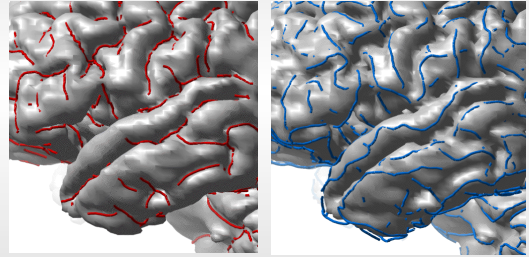


## Cortex : Lignes de crêtes (IRM)

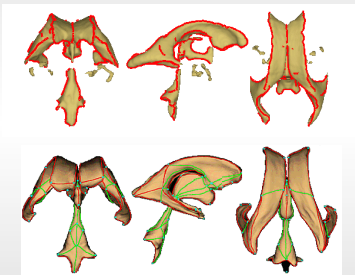


Description plus compacte  
Invariants par déplacement

## Cortex (détail)



## Ventricules Cérébraux



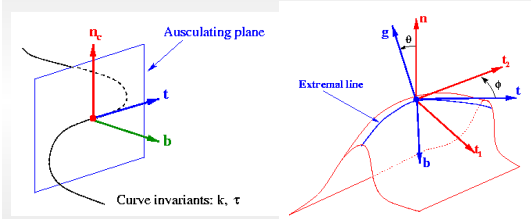
- Introduction
- Recalage
- Recalage géométrique
  - ✓ Introduction
  - ✓ Appariements implicites
  - ✓ Appariements transitoires
  - ✓ Appariements explicites
    - ✓ Extraction des points
    - ✓ Recalage
- Recalage iconique
- Méthode hybride
- Conclusion

## Recalage

- Restent deux points :
  - ✓ Appariements
  - ✓ Calcul de la transformation
- Plusieurs méthodes
  - ✓ ICP
  - ✓ prédiction / vérification
  - ✓ tables de hachage

## Invariants géométriques

- Les courbures, la torsion et les angles entre le repère de Frénet et le repère local de la surface

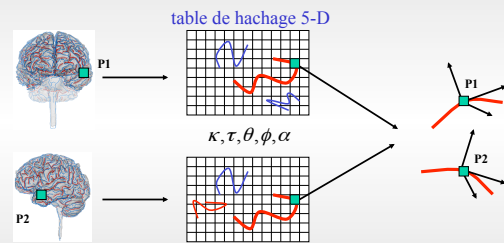


⇒ Permet d'émettre des hypothèses d'appariements

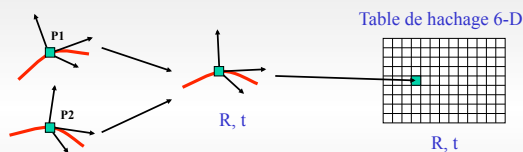
## Algorithme de Hachage

- Chaque primitive est caractérisée par un petit nombre d'invariants géométriques  $k$
- Phase de prétraitement :
  - ✓ pour chaque image, les invariants des primitives géométriques sont utilisés pour stocker celles-ci dans une table de hachage unique de dimension  $k$
- Phase de recalage :
  - ✓ les invariants d'une nouvelle image sont comparés à ceux de la table de hachage. Chaque correspondance permet de voter pour un modèle et pour une transformation
  - ✓ On reconnaît le couple modèle/transformation le plus populaire

## Recalage par table de hachage géométrique



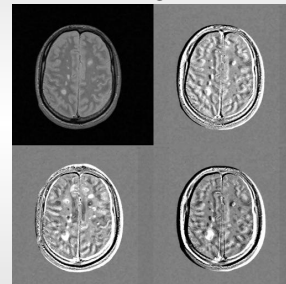
## Recalage par table de hachage géométrique (2)



- La transformation cherchée est la plus représentée
- Robuste aux occultations, et aux petites déformations
- Automatique, grande précision

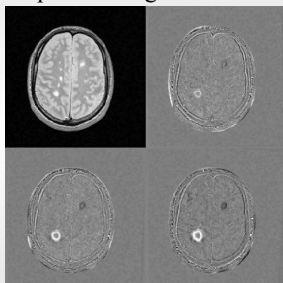
## Sclérose en Plaques

- Soustraction avant recalage



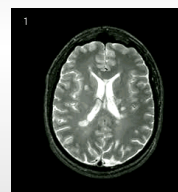
## Sclérose en Plaques

- Soustraction après recalage

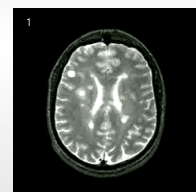


## Pré-traitement : recalage rigide des images temporelles

Images non-recalées



Images recalées



- Introduction
- Recalage
- **Recalage géométrique**
  - ✓ Introduction
  - ✓ Appariements implicites
  - ✓ Appariements transitoires
  - ✓ Appariements explicites
  - ✓ Conclusion
- Recalage iconique
- Méthode hybride
- Conclusion

Image Registration  
G. Malandain 119

### Approche géométrique/iconique

- Problème de la segmentation
  - ✓ segmentation manuelle
  - ✓ outils ad-hoc
  - ✓ extraction automatique
  - ✓ Qualité de la segmentation  $\Leftrightarrow$  qualité du recalage
- Problème des appariements

Image Registration  
G. Malandain 120

- Introduction
- Recalage
- Recalage géométrique
- **Recalage iconique**
  - ✓ Mesures globales
- Méthode hybride
- Conclusion

Image Registration  
G. Malandain 121

### Approche géométrique/iconique

Pas de segmentation!

Mesure: par ex.,  $S(T) = \sum_k (i_k - j_k^i)^2$       Interpolation:  $j_k^i = J(T(x_k))$

Image Registration  
G. Malandain 122

### Approche géométrique/iconique

Pas de segmentation!

Mesure: par ex.,  $S(T) = \sum_k (i_k - j_k^i)^2$

Image Registration  
G. Malandain 123

### Approche géométrique/iconique

Pas de segmentation!

Mesure: par ex.,  $S(T) = \sum_k (i_k - j_k^i)^2$       Recouvrement partiel

Image Registration  
G. Malandain 124

### Approche géométrique/iconique

CT      SPGR 3D      T2

Image Registration  
G. Malandain      125

### Approche géométrique/iconique

CT      SPGR 3D      T2

Image Registration  
G. Malandain      126

- Introduction
- Recalage
- Recalage géométrique
- Recalage iconique
  - ✓ Mesures globales
    - catalogue de mesures
    - approche unifiée
    - IRM/US
    - prostate
- Méthode hybride
- Conclusion

Image Registration  
G. Malandain      127

### Classification des mesures existantes

- Relation supposée  
Conservation de l'intensité

- Mesures adaptées
  - Somme des différences au carré
  - Somme des différences en valeur absolue
  - Mesures de différence d'images (Buzug, 97)

$$S(T) = \sum_k (i_k - j_k^1)^2$$

Image Registration  
G. Malandain      128

### Classification des mesures existantes

- Relation supposée  
Affine

- Mesures adaptées  
Coefficient de corrélation

$$\rho_{IJ}(T) = \frac{1}{n\sigma_I\sigma_J} \sum_k (i_k - \bar{I})(j_k^1 - \bar{J})$$

Image Registration  
G. Malandain      129

### Classification des mesures existantes

- Relation supposée  
Fonctionnelle

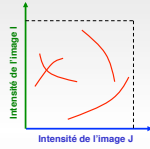
- Mesures adaptées
  - Critère de Woods (1993)
  - Variantes Woods (Ardekani, 95; Alpert, 96; Nikou, 97)
  - Rapport de corrélation (Roche, 98)

$$\eta^2 = \frac{Var[E(I | J(T))]}{Var(I)}$$

Image Registration  
G. Malandain      130

## Classification des mesures existantes

- Relation supposée  
Statistique



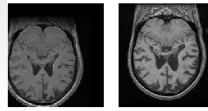
- Mesures adaptées

Entropie conjointe (Hill, 95; Collignon, 95)  
Information mutuelle (Collignon, 95; Viola, 95)  
Information mutuelle normalisée (Studholme, 98)

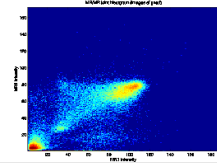
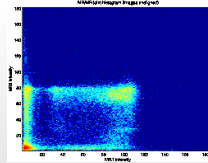
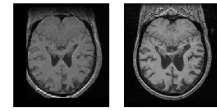
$$MI(I, J) = H(I) + H(J) - H(I, J) = \sum_i \sum_j P(i, j) \log \frac{P(i, j)}{P(i)P(j)}$$

## Recalage IRM / IRM

Images non recalées

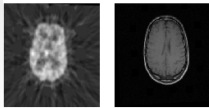


Images recalées

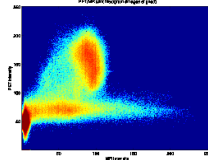
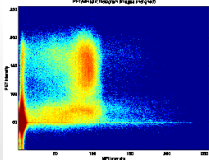
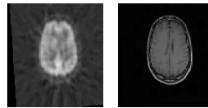


## Recalage PET / IRM

Images non recalées

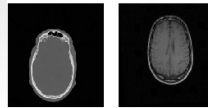


Images recalées

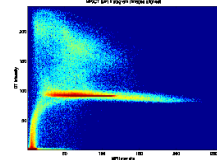
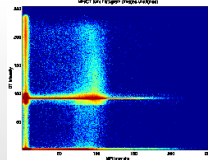
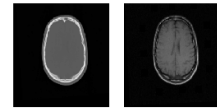


## Recalage CT / IRM

Images non recalées



Images recalées

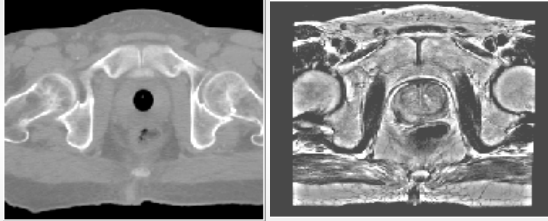


- Introduction
- Recalage
- Recalage géométrique
- Recalage iconique
  - ✓ Mesures globales
    - catalogue de mesures
    - approche unifiée
    - IRM/US
    - prostate
- Méthode hybride
- Conclusion

## Exemple: prostate

- Délimitation de contours (cible, zones sensibles, etc) sur un scanner dosimétrique
- ⇒ Calcul de la dosimétrie
- ⇒ Positionnement des faisceaux

## Complémentarité de l'IRM / Scanner



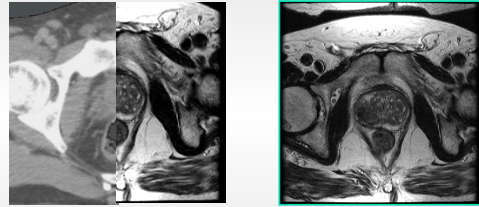
Scanner

IRM

Image Registration  
G. Malandain

175

## Intérêt du recalage l'IRM / Scanner



### bonne différenciation tissulaire

- ✓ visualisation des structures intra et péri prostatiques
- ✓ meilleure appréciation des volumes cibles

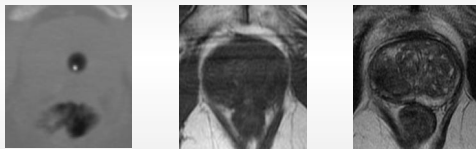
### Fusion

Scanner (dosi) / IRM (contours)

Image Registration  
G. Malandain

176

## Images de la prostate dans différentes acquisitions



Scanner

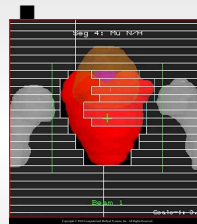
IRM T1

IRM T2

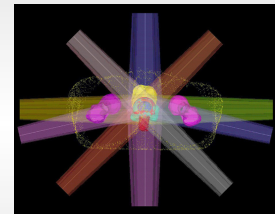
Image Registration  
G. Malandain

177

## → Détermination de la géométrie des faisceaux



Collimateur multilames



Positionnement des faisceaux d'irradiation

Image Registration  
G. Malandain

178

## Recalage rigide (similarité globale)

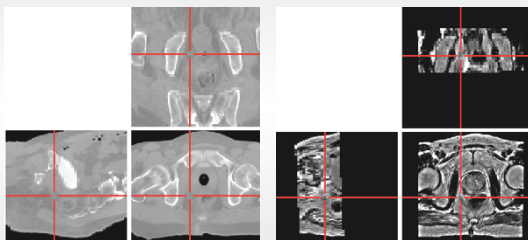
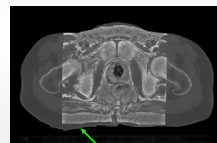


Image Registration  
G. Malandain

179

## Recalage rigide (similarité globale)

### Rigide



### Rigide + Affine

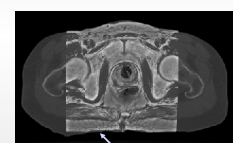


Image Registration  
G. Malandain

180

- Introduction
- Recalage
- Recalage géométrique
- Recalage iconique
- **Méthode hybride**
  - ✓ motivation
  - ✓ méthode
  - ✓ résultat / prostate
- Conclusion

## Création d'un atlas histologique 3D

Deux étapes

**Deux problèmes de recalage**

- ➔ Créer un bloc tridimensionnel cohérent à partir de coupes de tissus



- ➔ Ajouter de l'information anatomique et/ou fonctionnelle



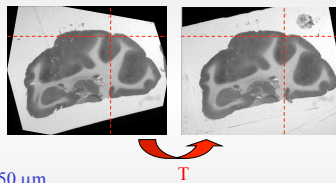
## La reconstruction du bloc histologique

créer un bloc tridimensionnel cohérent à partir de coupes de tissus

(Projet européen MAPAWAMO)



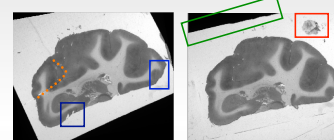
700 coupes  
taille : 768 x 512  
résolution : 50 x 50  $\mu$ m



Calculer la transformation rigide  $T$  entre deux coupes successives

## Robustesse

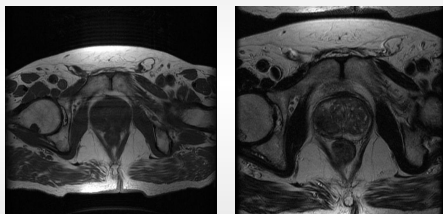
difficultés du problème



tâches  
bords de la lamelle  
occultations  
distorsions géométriques  
anatomies différentes

**Pas rigide, mais presque ...  
pas de méthode de recalage  
adaptée**

## Exemple d'images T1 et T2 corrompues par le biais



- Introduction
- Recalage
- Recalage géométrique
- Recalage iconique
- **Méthode hybride**
  - ✓ motivation
  - ✓ méthode
  - ✓ résultat / prostate
- Conclusion

## Motivation : quelle méthode choisir ?

Dans le cadre du recalage de coupes histologiques

recalage : mise en correspondance de primitives issues de deux images afin d'estimer une transformation

deux types d'approches :

- méthodes géométriques (feature-based)
  - ↳ par exemple PPVI (plus proche voisin itéré)
- méthodes iconiques (intensity-based)

## Méthodes géométriques

nécessite une étape de segmentation afin d'extraire les primitives

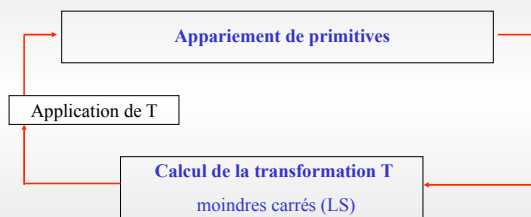
primitives géométriques : point (0D), contour (1D),  
surface (2D), volume (3D)

cadre fréquent de mise en correspondance :

« Plus Proche Voisin Itéré » (ICP)

## « Point le plus proche itéré »

Recaler l'image I et l'image J



## Méthodes iconiques

sans segmentation

Primitives iconiques : intensité du point (0D)

- mesure de similarité pour une transformation donnée

relation **globale** entre les intensités des images

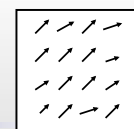
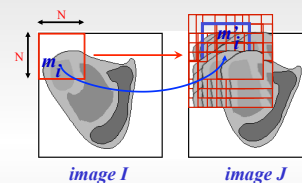
## Méthode hybride

Dans le cadre du recalage de coupes histologiques

**utilisation conjointe géométrie / intensité**

- Appariements (géométrique) de primitives  $nD$  (voisinage)
- Primitive la plus proche au sens d'une mesure de similarité (iconique)

## Calcul des points homologues



Champ de déplacement



## Estimation de la transformation

régulariser le champ de déplacement

- Approche classique : moindres carrés (LS)
 
$$\hat{T} = \arg \min_T \sum_{i=1}^n r_i^2 \quad r_i = \|m_i' - T(m_i)\|$$

$\|\cdot\|$  la norme Euclidienne

non robuste aux outliers (déplacements errants)
- Généralisation: M-estimateurs
 
$$\hat{T} = \arg \min_T \sum_{i=1}^n \rho(r_i)$$

problème de distance euclidienne  
moindres carrés tamisés

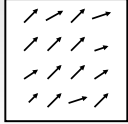


Image Registration  
G. Malandain 193

## Un algorithme robuste de recalage

Trouver la 'meilleure' transformation paramétrique T entre I et J

Appariement de régions entre T\*I et J

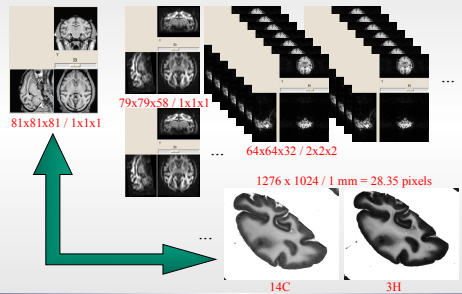
calcul de T\*I      SIMILARITE : coefficient de corrélation

Estimation robuste de S  
mise à jour de T ← S o T

grands déplacements / précis / rapidité    ⇔    multirésolution

Image Registration  
G. Malandain 194

■ Aim of MAPAWAMO: Comparison of fMRI analysis with an existing metabolic mapping standard in the monkey, i.e. rely knowledge acquired with fMRI with other experimental data (anatomical MRIs, metabolic labelling, histology)



14C      3H

Image Registration  
G. Malandain 195

## Two registration problems

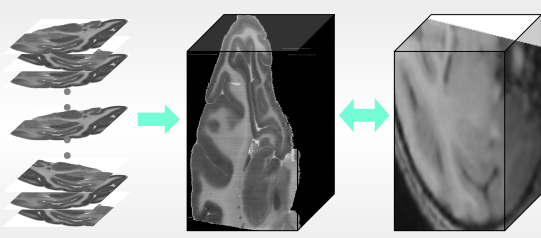
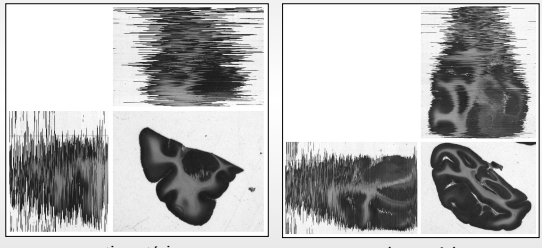


Image Registration  
G. Malandain 196

## Le projet MAPAWAMO

empilement initial des images autoradiographiques  
isotope Tritium (coupes coronales)

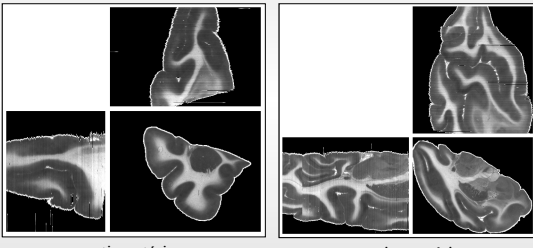


partie antérieure      partie postérieure

Image Registration  
G. Malandain 197

## Le projet MAPAWAMO

alignement des images autoradiographiques  
Isotope Tritium (coupes coronales)



partie antérieure      partie postérieure

Image Registration  
G. Malandain 198

## Recalage rigide (similarité locale)

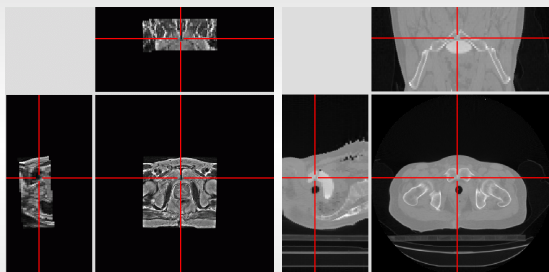


Image Registration  
G. Malandain

199

## Recalage rigide (similarité locale)

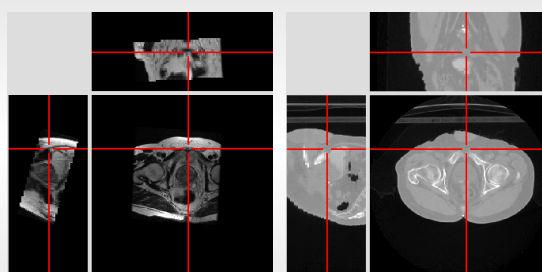
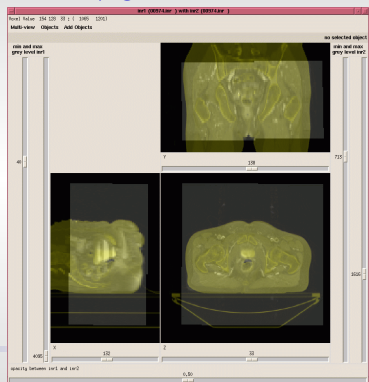


Image Registration  
G. Malandain

200

## MRI / CT



## Recalage rigide (similarité locale)

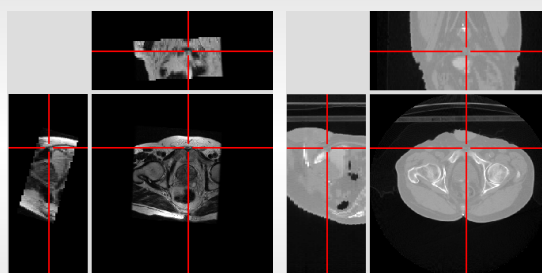
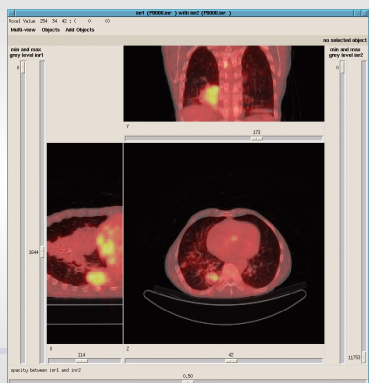


Image Registration  
G. Malandain

202

## CT / PET



- Introduction
- Recalage
- Recalage géométrique
- Recalage iconique
- Méthode hybride
  - ✓ motivation
  - ✓ méthode
  - ✓ résultat / prostate
- Conclusion

Image Registration  
G. Malandain

204

### Two registration problems

Image Registration  
G. Malandain 205

### Initial alignment of 2D AR slices

- Registration of contiguous slices

Image Registration  
G. Malandain 206

### Initial alignment of 2D AR slices

- Registration of contiguous slices
- Transformations composition with respect to a reference slice

Image Registration  
G. Malandain 207

### Initial alignment of 2D AR slices

- Registration of contiguous slices
- Transformations composition with respect to a reference slice

⇒ 3-D consistent volume

Image Registration  
G. Malandain 208

### Registration with the MR volume

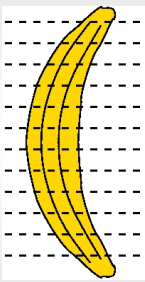
Image Registration  
G. Malandain 209

### The banana's problem

- The 3-D reconstruction of a curved object is not easy
- Illustration with a banana

Image Registration  
G. Malandain 210

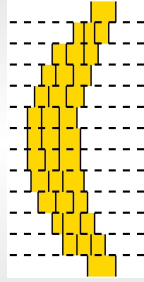
### The banana's problem



- Cut a banana into slices

*Image Registration*  
G. Malandain 211

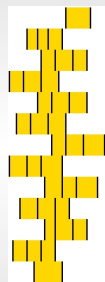
### The banana's problem



- Cut a banana into slices
- Digitise the slices

*Image Registration*  
G. Malandain 212


### The banana's problem



- Cut a banana into 2-D slices
- Digitise the slices
- Mix the digitised slices

*Image Registration*  
G. Malandain 213

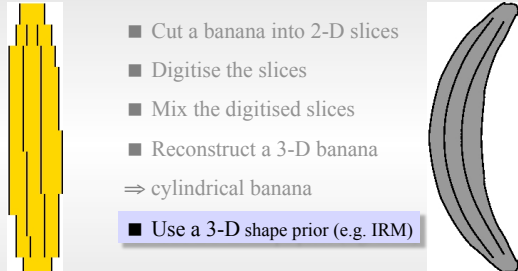
### The banana's problem



- Cut a banana into 2-D slices
- Digitise the slices
- Mix the digitised slices
- (Try to) reconstruct a 3-D banana  
⇒ cylindrical banana

*Image Registration*  
G. Malandain 214

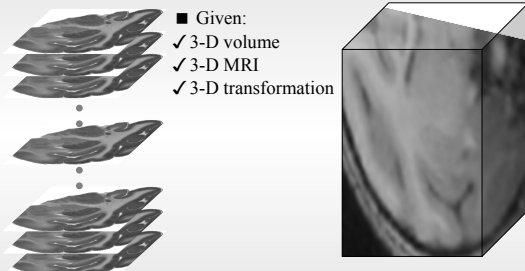
### The banana's problem



- Cut a banana into 2-D slices
- Digitise the slices
- Mix the digitised slices
- Reconstruct a 3-D banana  
⇒ cylindrical banana
- Use a 3-D shape prior (e.g. IRM)

*Image Registration*  
G. Malandain 215

### Model-based reconstruction



- Given:
  - ✓ 3-D volume
  - ✓ 3-D MRI
  - ✓ 3-D transformation

*Image Registration*  
G. Malandain 216

### Model-based reconstruction

- Given:
  - ✓ 3-D volume
  - ✓ 3-D MRI
  - ✓ 3-D transformation
- Resample MRI in 2-D slices
- 2-D registrations: MRI ↔ label

Image Registration  
G. Malandain 217

### Model-based reconstruction

Image Registration  
G. Malandain 218

### Model-based reconstruction

- Given:
  - ✓ 3-D volume
  - ✓ 3-D MRI
  - ✓ 3-D transformation
- Resample MRI in 2-D slices
- 2-D registrations: MRI ↔ label

⇒ MRI based reconstruction

Image Registration  
G. Malandain 219

### Model-based reconstruction

- Set of 2-D independent transformations

⇒ Inhomogeneous 3-D reconstructed volume

Image Registration  
G. Malandain 220

### Model-based reconstruction

- Set of 2-D independent transformation

⇒ Inhomogeneous 3-D reconstructed volume

- Filtering of 2-D transformations  $T_i$

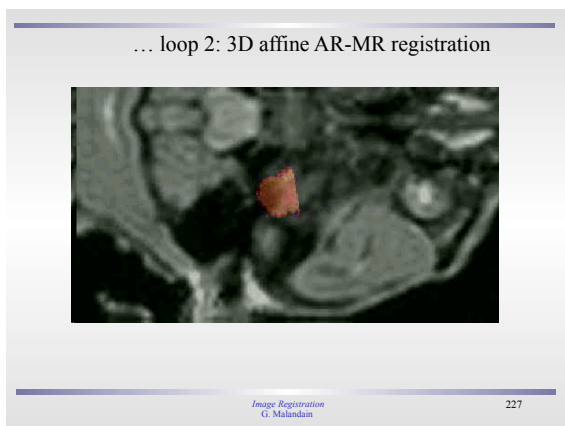
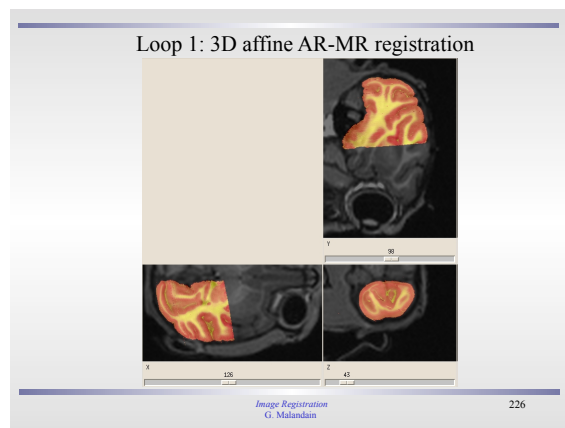
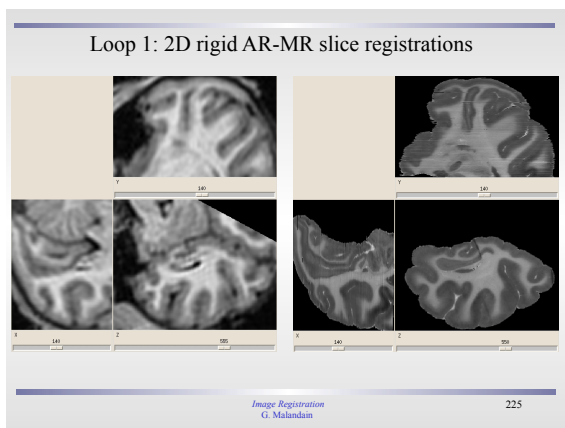
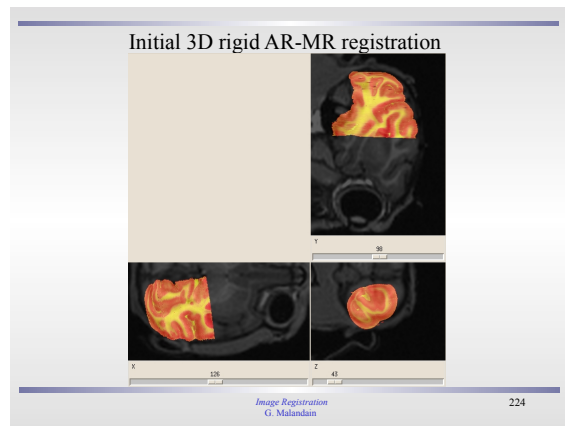
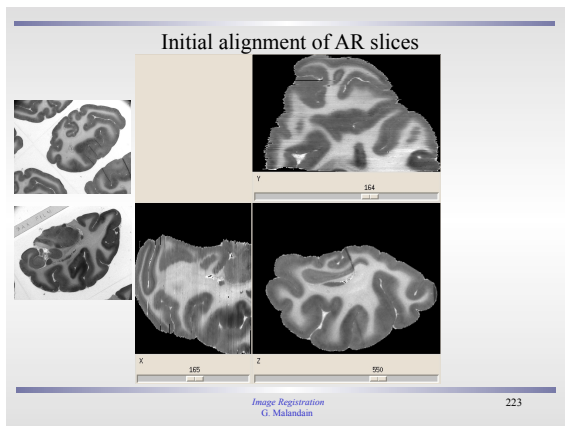
⇒ Add coherency

→ for each transformation  $T_i$

- compute the residuals  $r_{ij} = T_i^{-1} \circ T_j$
- regularise the residuals:  $\tilde{r}_{ij}$  (e.g.  $\tilde{r}_{ii} = \sum_j g(j)r_{ij}$ )
- $\tilde{T}_i = T_i \circ \tilde{r}_{ii}$

Image Registration  
G. Malandain 221

Image Registration  
G. Malandain 222



- Introduction
- Recalage
- Recalage géométrique
- Recalage iconique
- Méthode hybride
- Recalage élastique

- Présentation du recalage rigide
- Recalage élastique : problématique similaire
  - complexité d'ordre supérieure
  - validation ardue
  - choix des transformations ?
    - Continuité géométrique, topologique
    - régularisation
  - déformations pathologiques

## Approche Energétique

- Energie à deux composantes:

$$W(T) = \sum_k f(I(x_k), J(T(x_k))) + W_d(T)$$

- $f$ : Mesure la ressemblance des intensités entre voxels homologues;
- $W_d$ : Energie de déformation destinée à régulariser le problème (Thikhonov, modèles d'élasticité linéaire, mécanique des fluides, etc.).  
Bajcsy, Christensen-Miller, Bro-Nielsen, Thirion, Pennec, Cachier, Hellier, Younes, Trounev, Hermosillo...

✓ Note: la restriction de  $T$  à des transformations paramétriques à peu de d.l. peut remplacer  $W_d$

## Algorithmes d'optimisation

- Fonctionnelle non convexe...
- Etapes importantes
  - ✓ analyse multi-échelle
  - ✓ bonne initialisation
  - ✓ hiérarchie de déformations
    - similitude, affine, polynomiale, déformation libre, etc.

## Modèle de Christensen-Miller (1994)

- $T$  est une déformation libre
  - $x_i \mapsto T(x_i) = x_i + u(x_i)$
- La mesure de ressemblance est la SSD (SSD)
  - $C = \sum (I(x) - J(x + u(x)))^2$
- $C'$  est une énergie dont la dérivation est assimilée à une force  $F$ 
  - $F(x, u) = -(I(x) - J(x + u)) \nabla J(x + u)$  (1)

## Christensen-Miller (suite)

- La force  $F$  est alors appliquée à l'image assimilée
  - $\mu \nabla^2 u + (\mu + \lambda) \nabla(\text{div}(u)) = F$  (2)
  - ✓ soit à un matériau élastique linéaire (Coef. de Lamé)
  - ✓ soit à un fluide visqueux (Navier-Stokes, Coef. de viscosité)
    - $\mu \nabla^2 v + (\mu + \lambda) \nabla(\text{div}(v)) = F$  (3)
    - $\frac{\partial u}{\partial t} = v - (\nabla u) v$  (4)
- Les équations (2) et (3) sont résolues itérativement avec  $F$  calculée par (1). Pour (4),  $u$  calculé par intégration

## Younes, Trouvé

- L. Younes et A. Trouvé ont montré qu'on pouvait choisir une métrique et des équations d'évolution qui garantissent l'obtention d'une transformation inversible et régulière (homéomorphisme)

## Algorithme des Démons [Thirion 1998]

- T transformation libre.  $T_0 =$  Identité
- Minimisation itérative alternée

$$\checkmark T_n \text{ corrigée par un champ de déformation } \mathbf{u}_{n+1}$$

$$\mathbf{u}_{n+1} = \frac{I - J \circ T_n}{\|\nabla I\|^2 + (I - J \circ T_n)^2} \nabla I$$

- ✓ Régularisation : lissage gaussien de la déformation

$$C_{n+1} = T_n + \mathbf{u}_{n+1}$$

$$T_{n+1} = G_\sigma * C_{n+1}$$

## Interprétation des démons

- Contrainte du flot optique (conservation de I)

$$I,(\mathbf{p}(t)) = Cte \Rightarrow \nabla I_i \cdot \frac{d\mathbf{p}}{dt} + \frac{dI_i}{dt} = \nabla I_i \cdot \mathbf{v} + I'_i = 0$$

$$\nabla I \cdot \mathbf{u} = I - J$$

- En considérant deux image I et J très voisines

## Interprétation des démons (2)

- Norme minimale:  $\mathbf{u} = \frac{I - J}{\|\nabla I\|^2} \nabla I$

- Renormalisation  $\mathbf{u} = \frac{I - J}{\|\nabla I\|^2 + (I - J)^2} \nabla I$

- Réinitialisation  $\mathbf{u}_{n+1} = \frac{I - J \circ T_n}{\|\nabla I\|^2 + (I - J \circ T_n)^2} \nabla I$

## Amélioration des démons (Cachier 02)

- P. Cachier (2002) a montré qu'on pouvait modifier légèrement ce critère pour approximer la minimisation alternée de deux énergies : une énergie de similarité quadratique (SSD) et une énergie de régularisation quadratique de la forme :

$$\int \|T_{n+1} - C_{n+1}\|^2 + \sum_{\alpha \in \mathbb{N}^d} \frac{\sigma^{2|\alpha|}}{2^{k|\alpha|} \alpha_1! \dots \alpha_d!} (\partial_\alpha T)^2$$

$$(T_{n+1} = G_\sigma \circ C_{n+1})$$

## Recalage par minimisation d'énergie

### ■ ~~Norme élargie~~ »

- ✓ Séparation correspondances // transformation

$$E(\mathcal{E}(T)) = E_s(I, J, \mathcal{C}) + \sigma \|C - T\|^2 + \sigma \lambda E_R(T)$$

→  $E_s$  : mesure de similarité des intensités

→  $E_R$  : énergie de régularisation (quadratique)

→  $\lambda, \sigma$  : paramètres resp. de lissage et de bruit

→  $C$  : correspondances entre points (champ de vecteurs)

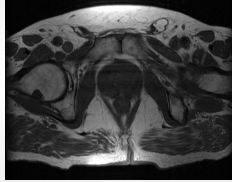
→  $T$  : transformation (champ de vecteurs régularisé)



## Mesures locales par convolution

### ■ Mesures de similarité classiques

- ✓ Hypothèse stationnaire:  $I = f \circ J$



[Roche et al. 01]

Les mesures classiques ne sont pas adaptées

## Mesures locales par convolution

### ■ Mesures reposant sur des statistiques locales

- ✓  $W$  noyau symétrique normalisée  
 $W_p$  sa centrée au point  $p$   $\sum_q W_p(q)$
- ✓ Moyenne locale

$$\langle I, J \rangle_p = \sum_q W_p(q) (I(q) - \bar{I}_p)(J(q) - \bar{J}_p)$$

- ✓ Corrélation locale

$$\sigma_p^2(I) = \langle I, I \rangle_p$$

- ✓ Variance locale

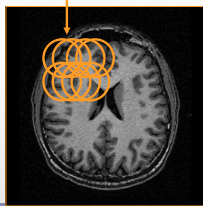
$$CC_p(I, J) = \frac{\langle I, J \rangle_p}{\sigma_p(I)\sigma_p(J)}$$

- ✓ Coefficient de corrélation

## Mesures locales par convolution

- ✓ Mesure de similarité  $LCC(I, J \circ T) = \sum_p CC_p(I, J \circ T)$

$$W_p \longleftarrow CC_p \longrightarrow T(W_p)$$



I

## Mesures locales par convolution

### ■ Étude sur un exemple synthétique

- ✓ Déformation sinusoïdale, deux types de biais.
- ✓ **But**: comparer les performances avec/sans biais

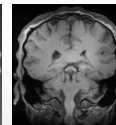
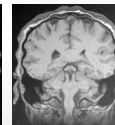
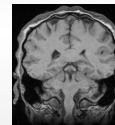
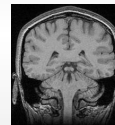


Image originale

Image déformée

I.D.+biais additif

I.D.+biais multiplicatif

## Mesures locales par convolution

### ■ Erreur moyenne sur la transformation

Critère	Sans biais	Biais add.	Biais mul.	Temps
Initial	2.04	2.04	2.04	---
EQ	0.89	***	***	15s
CCL	0.89	0.91	0.94	36s

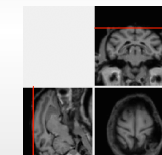
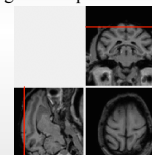
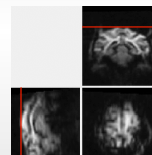
EQ = écart quadrique CCL = coefficient de corrélation local

⇒ La corrélation locale est précise et robuste

## Mesures locales par convolution

### ■ Un exemple réel (faiblement) multimodal

- ✓ Deux IRM 3D anatomique et EPI
- Projet européen MAPAWAMO
- Distorsions géométriques en EPI



IRM EPI

IRM anatomique

IRMa recalée