

Discussion de problème ouvert du 22 mai 2014

AIGCo

June 3, 2014

1 2-cycle dans les tournois (Stéphane)

Soit T un tournoi.

Theorem 1 T est fortement connexe ssi T admet un cycle hamiltonien.

Définition T a un 2-cycle si, par définition, il existe deux cycles orientés disjoints couvrant T .

Theorem 2 Si T est 2-fortement connexe alors T a un 2-cycle (sauf si T est le graphe de Paley P_7).

De plus pour tout $i \in [3, n - 3]$, T a un 2-cycle avec un cycle de longueur i .

Soit B un tournoi bipartis k -régulier.

Theorem 3 B est fortement connexe et admet une factorisation en cycle ssi B admet un cycle hamiltonien.

Conjecture 1 Si B est 2-fortement connexe et admet une factorisation en cycle alors B a un 2-cycle (sauf les graphes B_{4k}).

De plus pour tout $i \in [2, 4k - 2]$, B a un 2-cycle avec un cycle de longueur $2i$.

2 Graph robuste (Marthe)

Définition Un graphe G est t -tough si, par définition, pour tout $k \in \mathbb{N}$ et tout $S \in V$ tel que $|S| \leq kt - 1$ on a au plus $k - 1$ composante connexe $G \setminus S$

Conjecture 2 Si G est t -tough, $t \geq 2$ alors G est hamiltonien.

Theorem 4 Si G est cordal et t -tough, $t \geq 18$ alors G est hamiltonien.

(Avec une preuve immonde.)

3 Problème de retournement d'arc (Dimitrios)

DIAMETRE BORNE PAR RETOURNEMENT D'ARC.

Instance : D un graphe orienté, k un entier

Parameter: k le diamètre cherché ou a le nombre d'arcs retournés

Problem : Est-il possible de transformer D en un graphe de diamètre k en retournant des arcs?

Theorem 5 Le problème, restreint aux graphes planaires, est FPT.

Question ouverte 3 Y a-t-il un algorithme paramétré pour ce problème, restreint aux graphes de largeur arborésante locale bornée, ou à d'autre classe.

4 Graphe des 3-circuit (Guillaume)

Définition Le graphe des 3-circuits d'un tournoi T est le 2-linegraphe de l'hypergraphe des 3-circuits de T .

T un tournoi (régulier)

- H hypergraphe des 3-circuits de T avec
 - $V(H) = V(T)$
 - $E(H) = \{\{u, v, w\}, uvw \text{ est un circuit de } T\}$
- L 2-linegraphe de H avec
 - $V(L) = E(H)$
 - $E(L) = \{\{h, k\}, |h \cap k| \geq 2\}$

Exemples Le graphe des 3-circuits de K_5 est un cycle a 5 sommets.

Le graphe des 3-circuit de P_7 (de Paley) est le graphe d'Heawood.

Question ouverte 4 *Comment peut on caractriser l'hypergraphe des 3-circuits d'un tournoi
Comment peut on caractriser le graphe des 3-circuits d'un tournoi*

5 Complétion de graphe (Christophe)

COMPLETATION DE GRAPHE D'INTERVALLE.

Instance : G un graphe, k un entier

Parameter: k le nombre d'arêtes ajoutée

Problem : Existe-t-il un $F \subset V^2$ tel que $F \cap E = \emptyset$; $|F| \leq k$; et $G+F$ est un graphe d'intervalle?

La décomposition modulaire caractrise les graphes par sous graphes induits interdits. Elle permet de capturer toutes les représentations possible d'un graphe d'intervalle.

Theorem 6 *La COMPLETATION DE GRAPHE D'INTERVALLE peut être résolue en temps*

- $k^{O(k)}p(n)$
- $c^k(n+m)$ (*preuve par décomposition modulaire*)
- $2^{\sqrt{k} \log(k)}p(n)$ (*preuve immonde*)

Question ouverte 5 *Peut on obtenir des algorithmes par les même méthodes pour*

- COMPLETATION DE GRAPHE DE PERMUTATION avec la décomposition modulaire
- COMPLETATION DE GRAPHE DE CERCLE avec la décomposition split