

Analyse Riemannienne des Variations des Formes Faciales

C. Samir¹

M. Daoudi¹

A. Srivastava²

¹ GET/Telecom Lille 1-LIFL (UMR USTL-CNRS 8022)

Rue G. Marconi Cité Scientifique 59650 Villeneuve d'Ascq

{daoudi, chafik}@telecom-lille1.eu

² Department of Statistics

Florida State University, Tallahassee

FL 32306, USA

anuj@stat.fsu.edu

Résumé

L'analyse des expressions faciales est un problème fondamental dans différentes applications telles que la biométrie et la reconnaissance des expressions faciales. Dans ce papier, nous proposons une nouvelle approche pour l'analyse des expressions faciales. Elle est basée sur la définition mathématique de l'espace des surfaces faciales. Dans cet espace les déformations sont modélisées par le chemin géodésique entre deux surfaces faciales. Les résultats expérimentaux montrent tout l'intérêt de notre approche.

Mots clefs

Surfaces faciales, géométrie Riemannienne, chemin géodésique.

1 Introduction

L'analyse de la forme des surfaces faciales a un intérêt de plus en plus croissant et trouve ses applications dans différents domaines tels que la chirurgie faciale, la biométrie, les communications vidéos et l'animation 3D. Les avancées technologiques dans le domaine de l'acquisition 3D et des cartes graphiques permettent d'avoir des surfaces faciales d'une très haute qualité et une analyse de ces surfaces en temps réel. L'un des objectifs est l'analyse de la forme des surfaces faciales, et en particulier pouvoir comparer deux surfaces faciales.

En effet, le développement de ce type d'outil permet par exemple de comprendre l'évolution de la surface faciale après une opération de chirurgie faciale, ou de comprendre les variations du visage pour en déduire les expressions faciales et par conséquent l'émotion. Il devient donc nécessaire de développer des outils mathématiques pour analyser les variations des formes faciales.

Le problème fondamental que nous rencontrons quand nous analysons les surfaces faciales est l'absence de paramétrisation naturelle comme dans le cas des courbes. En

effet, il existe une paramétrisation par l'abscisse curviligne dite "naturelle" dans le cas des courbes 2D ou 3D, elle permet en particulier d'établir un ordre des points dans une courbe. Cependant, il n'existe pas un ordre au niveau des points d'une surface, ce qui rend le problème de la comparaison de surfaces difficile.

Chang et al. [1], dans un but de reconnaissance, proposent d'analyser et de ne comparer que les régions des surfaces faciales qui ne varient pas. Ils utilisent des variantes de l'algorithme ICP pour comparer ces régions.

Kakadiaris et al. [2], proposent un modèle dit "annotated face model" pour analyser la géométrie des variations des surfaces faciales.

1.1 Notre Approche

Notre approche consiste à représenter les surfaces faciales comme une collection de courbes fermées sur des visages, appelées courbes faciales, et d'appliquer des outils à partir de l'analyse de forme des courbes. Dans ce papier, nous étendons le travail [3] de deux manières :

1. La distance entre deux surfaces faciales que nous proposons dans ce papier est invariante aux rotations et aux translations rigides des surfaces faciales. Les courbes de niveau sont des courbes fermées dans $\mathbb{R}^3$.
2. Nous proposons une analyse Riemannienne formelle de l'espace des surfaces faciales, avec la définition mathématique correspondante. Cette analyse permet en particulier de définir le chemin géodésique entre deux surfaces faciales et par conséquent la distance entre elles.

Le but de ce papier est de développer un cadre mathématique pour analyser les formes des surfaces faciales. Il est organisé comme suit. La section 2 présente une représentation mathématique d'une surface faciale. Dans la section 3, nous proposons de représenter les surfaces fa-

ciales par des courbes faciales dans $\mathbb{R}^3$. Une étude de la géométrie différentielle de l'espace des surfaces faciales $\mathcal{H}$ est proposée dans la section 4. Les déformations "optimales" entre les surfaces faciales sont modélisées par les chemins géodésiques entre elles.

2 Représentation mathématique des surfaces faciales

Une surface faciale S est une variété de dimension deux, de genre zéro. Nous supposons que les trous de la surface S associés aux yeux, nez, et à la bouche sont remplis. En pratique S est un maillage triangulaire avec une collection d'arrêtes et de sommets reliés, mais nous commençons par supposer que c'est une surface lisse et continue. Des images 2D et leurs surfaces faciales correspondantes aux six expressions faciales (neutre, joie, dégoût, colère, tristesse, et la peur.) de la même personne, sont montrés dans la figure 1

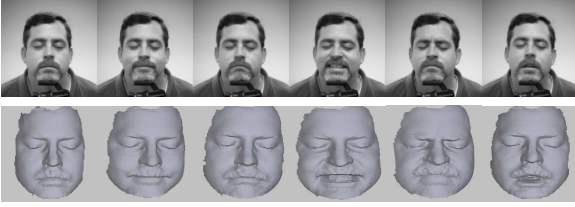


FIG. 1 – Des images 2D et les surfaces faciales correspondantes de la même personne sous différentes expressions faciales : neutre, joie, dégoût, colère, tristesse, et la peur.

Soit r un point de référence sur S facilement détectable. Nous avons choisi r comme le bout du nez. Nous avons défini une fonction $dist$ qui calcule **la fonction de distance** de r à n'importe quel point sur la surface faciale. On définit la distance $dist(r, q)$ comme la longueur du plus court chemin entre les points r et q tout en restant sur S . En utilisant cette fonction, on peut définir les courbes faciales comme les lignes de niveau de la fonction $dist$:

$$c_\lambda = \{q \in S | dist(r, q) = \lambda\} \subset S, \lambda \in [0, \infty). \quad (1)$$

Pour les valeurs λ très larges, l'ensemble c_λ pourrait être vide. En revanche, pour $\lambda = 0$, l'ensemble c_λ contient le singleton $\{r\}$. Pour les valeurs de λ entre ces deux extrémités, les courbes c_λ capturent la forme de la géométrie locale de la surface S . La courbe c_λ est une collection de points qui peut être ordonnée facilement, et nous considérons $c_\lambda(s)$ comme une courbe fermée paramétrisée telle que la vitesse est constante dans l'intervalle $[0, 1]$ c'est à dire $\frac{dc_\lambda}{ds}(s) = \text{constant}$. Ces ensembles vont nous permettre de représenter une courbe par :

- **La position initiale** : Le point de départ de cette courbe sera notée $p_\lambda \in \mathbb{R}^3$, i.e. $c_\lambda(0) = p_\lambda$.
- **La longueur** : Soit l_λ la longueur de la courbe c_λ .

- **La fonction direction** : Le vecteur vitesse unitaire $v_\lambda(s) \equiv \frac{1}{\|\frac{dc_\lambda}{ds}(s)\|} \frac{dc_\lambda}{ds}(s)$. Nous pouvons noter que $v_\lambda(s) \in \mathbb{S}^2$.

Nous pouvons donc représenter la courbe $c_\lambda(s)$ par le triplet $(p_\lambda, v_\lambda, l_\lambda)$. Pour $\lambda = 0$, c_λ converge vers le point r et nous utiliserons la notation $c_0(s) = (r, v_0(s), 0)$ où $v_0(s) = [-\sin(s) \cos(s) 0]'$ est la fonction vitesse du cercle unitaire dans le plan $X - Y$.

Nous définissons l'espace de toutes ces courbes par :

$$\mathcal{C} = \{v : [0, 1] \mapsto \mathbb{S}^2 | \int_0^1 v(s) ds = 0, (v(s), v(s)) = 1, \forall s\}.$$

$\mathcal{C}$ est l'ensemble des fonctions de direction qui correspond à la vitesse constante des courbes fermées dans $\mathbb{R}^3$. Pour un triplet donné (p, v, l) , il est facile de reconstruire la courbe par $c(\tau) = p + l \int_0^\tau v(s) ds$.

Nous allons montrer quelques étapes nécessaires à l'extraction de la courbe c_λ à partir de la surface S .

2.1 Fonction de distance

Une fois la surface faciale est pré-traitée, le bout du nez peut être facilement détecté. Notons ce point par $r \in \mathbb{R}^3$. La fonction de distance $dist : S \rightarrow \mathbb{R}_+$ est alors définie comme la longueur du plus court chemin (sur S de r à n'importe quel sommet q dans le maillage). Cette fonction a été utilisée par Hilaga [4] pour construire un graphe de Reeb, et par Bronstein et al. [5] pour construire un masque géodésique associé à une surface faciale.

Plusieurs méthodes ont été proposées pour calculer $dist$ sur S [6]. L'algorithme du Dijkstra [7], de complexité $O(n \log(n))$ avec n le nombre de sommets dans le maillage, sera utilisé pour calculer la fonction $dist$. La fonction $dist$ résultante est invariante aux rotations et aux translation rigides. Elle est également relativement robuste aux déformations résultantes des changements des expressions faciales.

La figure 2 montre des exemples de courbes faciales extraites à partir d'une surface faciale.

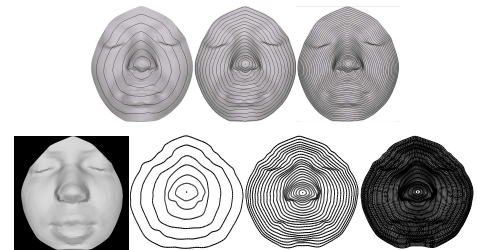


FIG. 2 – En haut : Un exemple de surface faciale (à gauche), courbes de niveau extraites à partir de la surface (milieu), et la collection des courbes faciales (droite). En bas : augmentation du nombre de courbes faciales

3 Représentation utilisant les courbes faciales

Nous avons toutes les définitions nécessaires pour proposer notre représentation mathématique d'une surface faciale. Considérons un chemin $\alpha : [0, L] \mapsto (\mathbb{R}^3 \times \mathcal{C} \times \mathbb{R}_+)$, tel que $\alpha(\lambda) = (p_\lambda, v_\lambda, l_\lambda)$ pour $\lambda \in [0, L]$. Nous fixons le point de départ de α au point défini par le triplet $(r, v_0, 0)$. Nous définissons $\mathcal{H}$ comme l'ensemble de tous les chemins, c'est-à-dire :

$$\mathcal{H} = \{ \alpha : [0, L] \mapsto (\mathbb{R}^3 \times \mathcal{C} \times \mathbb{R}_+) \mid \alpha(0) = (r, v_0, 0) \}. \quad (2)$$

Nous représenterons les surfaces faciales et nous les analyserons comme des éléments de $\mathcal{H}$. La figure 3 montre des exemples d'une surface faciale représentée en utilisant un grand nombre de courbes faciales. L'image supérieure montre la surface originale S tandis que la rangée inférieure montre un rendu de c_λ pour un nombre croissant de λ s de gauche à droite. En pratique, on doit se contenter d'un nombre fini de courbes dans la représentation.

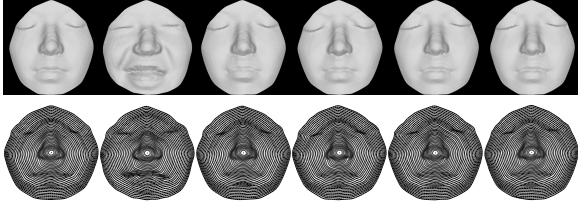


FIG. 3 – Les surfaces faciales de la même personne sous différentes expressions faciales, et leurs représentations dans l'espace $\mathcal{H}$.

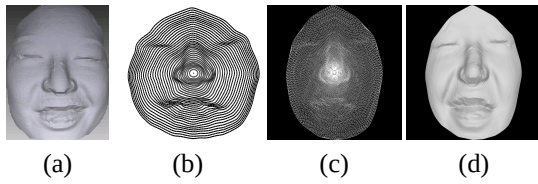


FIG. 4 – Exemple de reconstruction : (a) la surface faciale originale, (b) Sa représentation comme une collection de courbes dans l'espace $\mathcal{H}$, (c) la triangulation, and (d) la surface reconstruite.

Nous avons représenté les surfaces faciales comme des éléments de $\mathcal{H}$. La prochaine étape est d'imposer une structure Riemannienne à $\mathcal{H}$ et de calculer les chemins géodésiques entre les surfaces faciales observées. Pour atteindre ce but, nous étudions d'abord la géométrie différentielle de $\mathcal{C}$ et nous développons des algorithmes pour le calcul de la géodésique entre les courbes faciales données.

3.1 Analyse Riemannienne des courbes faciales

Une courbe faciale définie dans la section précédente est représentée par : (i) un point de départ $p \in \mathbb{R}^3$, (ii) la fonction de vitesse $v \in \mathcal{C}$, et (iii) la longueur $l \in \mathbb{R}_+$. Etant données deux courbes faciales, nous posons la question suivante : Comment définir un chemin géodésique entre elles dans un espace approprié des courbes sous une métrique Riemannienne choisie? Tandis que les parties traitant les points de départ et les longueurs sont simples, la difficulté principale se situe dans le calcul du chemin géodésique entre les fonctions de vitesse des deux courbes données dans $\mathcal{C}$. Ce problème a été résolu par Klassen et al. [8], et nous adapterons leur solution pour l'étude des courbes faciales.

Pour développer un cadre géométrique pour analyser des éléments de $\mathcal{C}$, il est important de comprendre son espace tangent et de lui imposer une structure Riemannienne. Rappelons que $v(s) \in \mathbb{S}^2$ et, par conséquent, v est une courbe sur $\mathbb{S}^2$; une tangente f de $\mathcal{C}$ à v peut également être vue comme un champ de vecteurs tangents à $\mathbb{S}^2$ le long de v . L'espace de tous les vecteurs tangents dénoté par $T_v(\mathcal{C})$, est défini par :

$$T_v(\mathcal{C}) = \{ f \mid f : [0, 1] \mapsto \mathbb{R}^3, \forall s \ (f(s) \cdot v(s)) = 0. \} \quad (3)$$

$$\int_0^1 f(s) ds = 0 \}.$$

Afin d'imposer une structure Riemannienne sur $\mathcal{C}$, nous supposons le produit scalaire suivant dans $T_v(\mathcal{C})$: pour $f, g \in T_v(\mathcal{C})$:

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 (f(s) \cdot g(s)) ds. \quad (4)$$

Pour ces deux courbes fermées quelconques notés v_0 et v_1 dans $\mathcal{C}$, nous nous sommes intéressés à trouver un chemin géodésique entre elles dans $\mathcal{C}$, sous la métrique définie par l'équation 3. Ceci est accompli en utilisant l'approche développée dans [8]. L'idée fondamentale de cette approche est de commencer par n'importe quel chemin $\phi(t)$ reliant v_0 et v_1 . C'est $\phi : [0, 1] \mapsto \mathcal{C}$ tel que $\phi(0) = v_0$ et $\phi(1) = v_1$. Puis, "redresser" ϕ itérativement jusqu'à ce qu'on atteigne un minimum local de l'énergie :

$$E(\phi) \equiv \frac{1}{2} \int_0^1 \left\langle \frac{d\phi}{dt}(t), \frac{d\phi}{dt}(t) \right\rangle dt, \quad (5)$$

parmi tous les chemins possibles entre v_0 à v_1 . L'itération est effectuée en utilisant une approche de gradient, c'est-à-dire, la mise à jour itérative de ϕ dans la direction du gradient négatif de E jusqu'à ce que le gradient devienne zéro. Il est montré dans [9] qu'un point critique de E est une géodésique dans $\mathcal{C}$. La figure 5 est un exemple du chemin géodésique entre deux courbes faciales et

l'évolution de E_c pendant le redressage chemin.

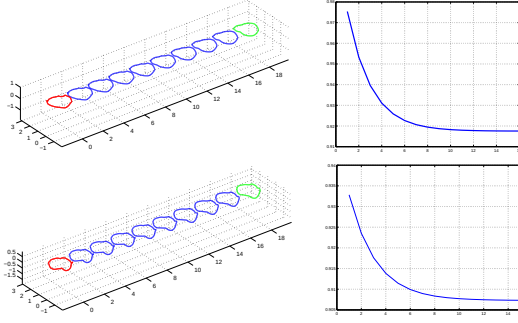


FIG. 5 – Le chemin géodésique entre deux courbes faciales c_λ^1 et c_λ^2 , et l'évolution de l'énergie E_c .

4 Analyse Riemannienne des visages dans $\mathcal{H}$

Par la suite, nous décrivons notre approche pour construire une déformation "optimale" d'une surface faciale à une autre. En effet, les surfaces faciales seront représentées comme des éléments de $\mathcal{H}$, et nous pourrions formuler la notion de déformation "optimale" entre deux surfaces faciales comme le chemin géodésique qui va relier deux éléments $\mathcal{H}$, c'est à dire deux surfaces faciales. La définition de géodésique est liée à la métrique Riemannienne qui mesure le déplacement infinitésimal de l'espace tangent. Pour calculer le chemin géodésique, nous devons étudier la géométrie différentielle de $\mathcal{H}$ et expliquer notre choix de la structure Riemannienne dans $\mathcal{H}$. L'espace tangent de $\mathcal{H}$ en α est définie par :

$$T_\alpha(\mathcal{H}) = \{(u, w, x) | \forall \lambda \in [0, L], u(\lambda) \in \mathbb{R}^3, \quad (6)$$

$$w(\lambda) \in T_{v_\lambda}(\mathcal{C}), x(\lambda) \in \mathbb{R}\},$$

où $T_{v_\lambda}(\mathcal{C})$ est défini par l'équation 3. $\mathcal{H}$ est une variété de dimension infinie, nous allons imposer une structure Riemannienne et définir une métrique par le produit scalaire de la façon suivante :

$$\langle\langle (u_1, w_1, x_1), (u_2, w_2, x_2) \rangle\rangle = \quad (7)$$

$$\int_0^L ((u_1(\lambda), u_2(\lambda)) + \langle w_1(\lambda), w_2(\lambda) \rangle + x_1(\lambda)x_2(\lambda)) d\lambda.$$

Le produit scalaire sur des espaces tangents de $\mathcal{C}$ est défini par l'équation 4. Soient S_0 and S_1 deux surfaces faciales, et α_0 et α_1 deux éléments de $\mathcal{H}$, notre objectif est de construire un chemin géodésique $\Psi(t)$ dans

$\mathcal{H}$, paramétrisé par le temps t , tel que $\Psi(0) = \alpha_0$ et $\Psi(1) = \alpha_1$. Pour chaque $\lambda \in [0, L]$, nous avons $\alpha_i(\lambda) = (p_{i,\lambda}, v_{i,\lambda}, l_{i,\lambda}) \in (\mathbb{R}^3 \times \mathcal{C} \times \mathbb{R}_+)$. Pour chaque élément des chemins géodésiques définie par :

$$\Psi(t) = \{\Psi_\lambda(t), \lambda \in [0, L]\}, \text{ où } \Psi_\lambda(t) = (\Psi_\lambda^p(t), \Psi_\lambda^v(t), \Psi_\lambda^l(t)). \quad (8)$$

$$\text{où } \Psi_\lambda(t) = (\Psi_\lambda^p(t), \Psi_\lambda^v(t), \Psi_\lambda^l(t)).$$

Ψ_λ est le chemin géodésique entre deux courbes faciales. Il est composé des trois éléments, $\Psi_\lambda^p(t)$, $\Psi_\lambda^v(t)$ et $\Psi_\lambda^l(t)$, calculées de la façon suivante :

1. **La forme des courbes** : Soit $\Psi_\lambda^v(t)$ le chemin géodésique dans $\mathcal{C}$ construit par la procédure définie par [8], telle que $\Psi_\lambda^v(0) = v_{0,\lambda}$ and $\Psi_\lambda^v(1) = v_{1,\lambda}$.
2. **La position initiale** : Le chemin géodésique entre les points $p_{0,\lambda}$ et $p_{1,\lambda}$ dans $\mathbb{R}^3$ est donné par le segment défini dans $\mathbb{R}^3$. Nous avons, $\Psi_\lambda^p : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3$, $t \mapsto tp_{1,\lambda} + (1-t)p_{0,\lambda}$.
3. **La longueur** : Le chemin géodésique défini entre $l_{0,\lambda}$ et $l_{1,\lambda}$ dans $\mathbb{R}$ est donné par le segment de droite dans $\mathbb{R}$. Nous avons, $\Psi_\lambda^l : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^+$, $t \mapsto tl_{1,\lambda} + (1-t)l_{0,\lambda}$.

Proposition 1 Le chemin Ψ défini par l'équation 4 est géodésique dans $\mathcal{H}$, tel que $\Psi(0) = \alpha_0$ et $\Psi(1) = \alpha_1$.

Cette proposition est démontrée d'une manière formelle dans le papier [10]. Les figures 6, 7 et 8 montrent des exemples de chemin géodésique. Les figures 6(a) et 6(b) montrent respectivement une surfaces de départ (l'expression faciale neutre) S_1 et la surface d'arrivée (l'expression faciale sourire) S_2 . La figure 6 (d) montre l'évolution de l'énergie E . La figure 6(c) montre des éléments du chemin géodésique entre S_1 (gauche) et S_2 (droite). Les surfaces faciales correspondants aux points équidistants le long du chemin géodésique sont représentées entre ces deux surfaces. Ces chemins dénotent les déformations "optimales" entre deux surfaces faciales et les longueurs de chemin mesurent la quantité de déformations. La figure 7 montre deux exemples des chemins géodésiques entre les surfaces faciales de la même personne sous différentes expressions faciales. Afin de montrer les régions des surfaces faciale qui ont subi des déformations, la figure 7 montre les chemins géodésique des surfaces faciales prises sous différents angles de vue. La figure 8 montre un autre exemple de chemin géodésiques entre des surfaces faciales de visages différents.

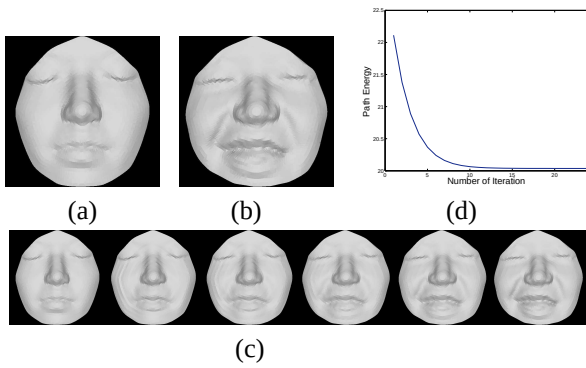


FIG. 6 – (a) et (b) : Les surfaces faciales S_1 et S_2 de la même personne sous différentes expressions faciales : neutre et joie. (c) : Le chemin géodésique entre deux surfaces faciales S_1 à l'extrême gauche et S_2 l'extrême droite ; les surfaces entre les deux représentent les points tout au long du chemin géodésique. (d) : L'évolution de l'énergie.

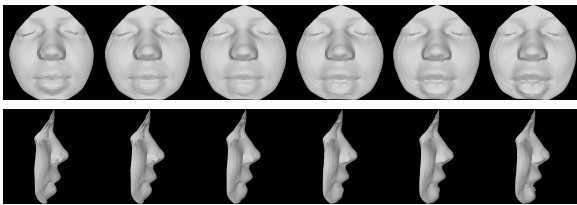


FIG. 7 – Exemple de chemins géodésique, entre deux surfaces faciales de la même personne sous différentes expressions faciales. Des chemins géodésiques sous deux angles de vue.

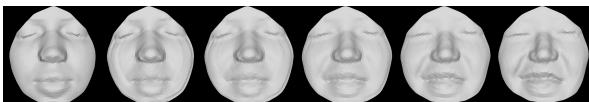


FIG. 8 – Exemple de chemins géodésiques, entre deux surfaces faciales de personnes différentes.

5 Remerciements

Ce travail est supporté par le Groupe des Ecoles des Télécommunications dans le cadre du projet RecoVis3D. Il est aussi soutenu par le CNRS par le support du séjour du Professeur Anuj Srivastava.

6 Conclusion

Dans ce papier, nous avons présenté un nouveau cadre de travail pour analyser les déformations des surfaces faciales. Nous avons défini l'espace des surfaces faciales comme une variété de dimension infinie. Chaque surface

faciale devient un point de cette variété. L'analyse Riemannienne de cette variété nous a permis de calculer le plus court chemin entre deux surfaces faciales, appelé chemin géodésique. Ce chemin permet de modéliser les variations des surfaces faciales dues aux expressions faciales.

Références

- [1] K. I. Chang, K. W. Bowyer, et P. J. Flynn. Multiple nose region matching for 3d face recognition under varying facial expression. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 28(10) :1695–1700, 2006.
- [2] I. A. Kakadiaris, G. Passalis, G. Toderici, M. N. Murtuza, N. Karampatziakis Y. Lu, et T. Theoharis. Three-dimensional face recognition in the presence of facial expressions : An annotated deformable model approach. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 29(4) :640–649, 2007.
- [3] C. Samir, A. Srivastava, et M. Daoudi. Three-dimensional face recognition using shapes of facial curves. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 28(11) :1858–1863, 2006.
- [4] M. Hilaga, Y. Shinagawa, T. Komura, et T. L. Kunii.
- [5] A. M. Bronstein, M.M. Bronstein, et R. Kimmel. Three-dimensional face recognition. *International Journal of Computer Vision*, 64(1) :5–30, 2005.
- [6] V. Surazhsky, T. Surazhsky, D. Kirsanov, S. Gortler, et H. Hoppe. Fast exact and approximate geodesics on meshes. Dans *ACM SIGGRAPH*, pages 553–560, 2005.
- [7] E.W. Dijkstra. *A note on two problems in connection with graphs*. Numerische Mathematik, 1959.
- [8] E. Klassen et A. Srivastava. Geodesic between 3D closed curves using path straightening. Dans *European Conference on Computer Vision (ECCV)*, pages 95–106, 2006.
- [9] Michael Spivak. *A Comprehensive Introduction to Differential Geometry, Vol I & II*. Publish or Perish, Inc., Berkeley, 1979.
- [10] C. Samir, A. Srivastava, M. Daoudi, et E. Klassen. An intrinsic framework for analysis of facial surfaces. *International Journal of Computer Vision*, in review, 2007.