DARC-EDP: Conception du prototype

Alban Vergnaud¹, Laetitia Perez², Philippe Lucidarme¹, Laurent Autrique¹

¹ LISA, ISTIA, Université d'Angers, 62 avenue Notre Dame du Lac, 49000 Angers - France ² LTN, UMR 6607, Rue C. Pauc - BP 50609 - 44306 NANTES Cedex 3 - France

alban.vergnaud@etud.univ-angers.fr, laetitia.perez@univ-nantes.fr, philippe.lucidarme@univ-angers.fr, laurent.autrique@univ-angers.fr

Résumé – L'acronyme DARC-EDP signifie Déploiement Adaptatif d'un Réseau de Capteurs mobiles pour optimiser le suivi d'un phénomène en mouvement régi par des Equations aux Dérivées Partielles. Ce projet est destiné à développer une méthodologie complète (théorie et méthodes numériques) en vue de réaliser une conception optimale d'expériences dans le cadre de problèmes mal posés non-linéaires associés à l'évaluation de paramètres dans des systèmes décrits par des EDP. Le prototype expérimental qui sera développé permettra de tester les performances des stratégies visant à identifier à l'aide d'un ensemble de capteurs mobiles, une (ou plusieurs) source chauffante en mouvement à l'aide d'une meute de capteurs mobiles.

Mots clés – Réseau de capteurs mobiles, suivi de source en mouvement, équations aux dérivées partielles, commande optimale, dispositif expérimental.

1. Contexte général du projet

La protection de l'environnement et des personnes nécessite le recours à des capteurs permettant de suivre le déplacement de phénomènes mobiles pour prédire et agir sur leur évolution. On peut citer dans ce cadre :

- le nuage toxique : sources de polluants se déplaçant dans l'atmosphère sous l'action du vent,
- l'incendie : déplacement sur le sol d'un front de flamme progressant selon le vent et la configuration du couvert végétal (flore, configuration rocheuse, nature du sol, réseau hydrographique, ...)
- la contamination d'une rivière due au déversement accidentel d'un polluant à partir d'un site donné et se disséminant selon le courant,
- la nappe d'hydrocarbures : en mouvement sur la mer suivant l'action concertée du vent et de la houle.

Au lieu de disposer d'un ensemble de nombreux capteurs fixes couvrant la zone d'intérêt à des emplacements supposés idoines, il est attrayant de disposer de quelques capteurs mobiles qu'il s'agit alors de déplacer de manière optimale afin d'identifier le phénomène en mouvement. Les développements récents tant en miniaturisation des capteurs qu'en communication sont autant d'éléments en faveur de cette nouvelle approche. Un point commun aux phénomènes précédemment cités consiste en leur modélisation par des systèmes d'équations aux dérivées partielles. Ce projet concerne le Déploiement Adaptatif d'un Réseau de Capteurs mobiles pour optimiser le suivi d'un phénomène en mouvement régi par des Equations aux Dérivées Partielles.

Trois objectifs majeurs se dégagent du projet DARC-EDP :

 définir un ensemble de méthodes permettant de proposer des stratégies optimales de déplacement des capteurs mobiles dans le cadre des systèmes retenus en traitant les conflits de trajectoires, les contraintes environnementales (zones interdites), les redondances d'information,

- conception, construction et validation d'un dispositif expérimental visant à valider les stratégies de déplacement des capteurs à l'aide de robots mobiles embarquant les capteurs,
- développement et mise en œuvre de contrôles distribués pour les robots mobiles de manière à disposer d'un ensemble de "véhicules" intelligents et autonomes en s'affranchissant d'un contrôle centralisé.

Les champs disciplinaires nécessaires à la réussite de ce projet sont variés : analyse des systèmes dynamiques, robotique, identification en génie thermique. Les trajectoires des capteurs mobiles seront sélectionnées considérant un ensemble de points candidats et dont l'intérêt sera quantifié en ligne en considérant les fonctions de sensibilité. Il s'agit ainsi au fur et à mesure que le phénomène cible se déplace d'envoyer les capteurs recueillir les informations dans les zones les plus pertinentes. Les stratégies sont définies en résolvant les systèmes d'équations aux dérivées partielles modélisant la dynamique du phénomène étudié. Cette résolution doit être suffisamment rapide compte tenu de la vitesse de déplacement des cibles (polluants, ...), du temps d'acquisition des capteurs et de la vitesse des robots mobiles supports des capteurs.

2. Méthodologie

La détermination de modèles de systèmes dynamiques est une étape essentielle pour l'optimisation de procédés complexes. De tels modèles impliquent généralement des systèmes d'équations différentielles et sont communément utilisés, en ingénierie de processus chimiques, robotique, électrotechnique, construction mécanique, etc. Toutefois, la commande de processus complexes requiert fréquemment des modèles plus précis dans lesquels la dynamique spatiale doit être prise en compte au même titre que la dynamique temporelle. De tels systèmes sont souvent dits systèmes à paramètres distribués (SPD) et ils sont décrits par des EDP (éventuellement non linéaires et faisant intervenir différents phénomènes couplés). Ils sont répandus par exemple dans les systèmes de contrôle de qualité de l'air, la gestion de ressources d'eau souterraine, la calibration de modèles dans la météorologie, l'océanographie ou encore le génie thermique.

Une des questions fondamentales lors de l'étude des SPD est l'évaluation des paramètres, c'est à dire la détermination de paramètres inconnus du modèle à partir de données observées du système réel. Un des objectifs est d'utiliser un modèle et un outil numérique afin que les réponses théoriques soient les plus proches possibles des observations du système réel récoltées par des capteurs appropriés. Une difficulté majeure est qu'il est impossible d'observer les variables d'intérêts du procédé sur le domaine spatial entier. Se pose alors la question, du placement optimal de capteurs qui permette une reconstruction aussi pertinente que possible de l'état du procédé. De plus, la plupart des emplacements possibles pour les capteurs n'est que rarement spécifiée lors de la conception. Enfin, les observations sont entachées d'imprécisions dues à la chaîne d'acquisition ainsi qu'à l'environnement bruité. L'ensemble des points précédemment cités rend ce problème particulièrement attractif. L'emplacement de capteurs n'est pas nécessairement dicté par des considérations physiques ou par l'intuition et, donc, des approches systématiques devraient toujours être développées pour réduire le coût d'instrumentation et augmenter l'efficacité d'estimateurs.

Bien que le besoin de méthodes systématiques ait été largement reconnu, la plupart des techniques disponibles dans la littérature reposent sur une recherche complète à partir d'un jeu prédéterminé de candidats. Cette approche est envisageable dès lors que le nombre d'emplacements candidats est relativement faible, mais s'avère vite inadaptée à des situations plus complexes. Les critères d'optimisation adoptés sont en général basés sur la matrice d'information de Fisher (FIM) associée aux paramètres à identifier. L'idée sous-jacente est d'exprimer la validité des paramètres estimés considérant la matrice de covariance des évaluations. Pour identifier des placements de capteurs optimaux, on suppose qu'un estimateur

sans biais est mis en œuvre. Cela mène à une grande simplification puisque la borne de Cramér-Rao de la matrice de covariance est l'inverse de la FIM, qui peut être calculée relativement facilement, bien que la matrice de covariance exacte d'un estimateur donné soit délicate à obtenir. Fedorov a réalisé des travaux basés sur cette approche au début des années 1970. Cette méthodologie a été considérablement développée pour l'étendre à divers champs applicatifs. Un traitement exhaustif des aspects tant théoriques que numériques des stratégies de placement de capteur résultantes est présenté dans [1].

Pour évaluer les paramètres, l'estimateur du maximum de vraisemblance (ML) peut être utilisé. En raison du caractère non-linéaire inhérent à cette optimisation, des techniques numériques spécifiques doivent être employées. De plus, quand le nombre de paramètres à évaluer est important, le problème d'évaluation est mal posé en ce sens que le bruit de mesure peut provoquer d'importantes variations des paramètres estimés et n'en assure pas l'unicité. Dans un tel contexte, des techniques connues ont été développées telles les méthodes de régularisation (Tikhonov-Phillips). Bien que le caractère mal posé de ce type de problèmes soit commun dans de nombreux procédés industriels ou environnementaux modernes, la conception systématique de conditions expérimentales assurant une observation optimale a reçu très peu d'attention jusqu'ici. En règle générale, les approches existantes adoptent un point de vue idéal ignorant le caractère mal posé. Ainsi, alors qu'elles pourraient fournir des conceptions raisonnables dans quelques situations, elles conduisent en général à des solutions expérimentales non optimales qui peuvent même dans certains cas s'avérer fausses qualitativement. Ce fossé entre la théorie et la pratique pour le placement optimal de capteurs constitue la motivation principale de ce projet de recherche.

Différents travaux ont aussi permis de proposer des trajectoires de capteurs (assurant un balayage spatial continu par exemple). Dans ce dernier cas même si la complexité du problème d'optimisation résultant est plus grande, il peut s'avérer intéressant que les capteurs soient capables de suivre à la trace les points qui fournissent à un instant donné les informations les plus pertinentes. Par conséquent, en reconfigurant en temps réel un système de capteurs (en le déplaçant) nous pouvons nous attendre à obtenir un critère d'optimalité meilleur que celui du cas stationnaire.

Le cadre du génie thermique qui permet d'étudier des EDP de types paraboliques éventuellement non linéaires a été retenu.

3. Formulation du problème direct

Considérons une plaque fine $\Omega \subset \mathbf{j}^2$, de frontière $\partial \Omega \in \mathbf{j}$. L'épaisseur de la plaque e est choisie suffisamment faible pour négliger les transferts de chaleur dans l'épaisseur de la plaque. Les variables d'espace sont $(x,y) \in \Omega$ alors que la variable de temps est $t \in [0,t_f]$, t_f étant le temps final. Plusieurs sources chauffantes S_j $(j=1,\cdots,N_s)$ se déplacent en surface de la plaque. Pour chaque source, la densité de flux $\phi_j(t)$ est supposée uniforme sur un disque $D_j(I_j(t),r)$ de centre mobile $I_j(x_j(t),y_j(t))$ et de rayon quelques centimètres. Le flux total apporté à chaque instant est alors :

$$\Phi(x,y;t) = \begin{cases}
\sum_{j} \phi_{j}(t) & \text{si} \quad (x,y) \in D_{j}(I_{j}(t),r) \quad \forall j = 1,\dots, N_{s} \\
0 & \text{sinon}
\end{cases} \tag{1}$$

Afin de décrire ces flux de chaleur de manière continue et dérivable, une régularisation spatiale est réalisée :

$$\Phi(x,y;t) = \sum_{j} \frac{\phi_{j}(t)}{\pi} \left(-\operatorname{atan}\left(\mu\left(\sqrt{(x-x_{j}(t))^{2} + (y-y_{j}(t))^{2}} - r\frac{1}{j} + \frac{\pi}{2}\right) \right) + \frac{\pi}{2} \frac{1}{j} \right)$$
(2)

Le paramètre de régularisation $\mu \in \mathfrak{f}^+$ a été choisi de manière à décrire avec précision la discontinuité des flux de chauffe. L'intervalle de temps est subdivisé en N_t segments de la manière suivante : $\left[0,t_f\right]=\bigcup_{i=0}^{N_t}\left[t_i,t_{i+1}\right]$, avec les instant $t_i=\tau\,i$ et le pas de discrétisation temporel $\tau=\frac{t_f}{N_t+1}$. La base de fonctions linéaires continues par morceaux s'écrit alors :

$$\xi_{i}(t) = \begin{cases} \frac{t}{\tau} - i + 1 & \text{si } t \in [t_{i-1}, t_{i}] \\ -\frac{t}{\tau} + i + 1 & \text{si } t \in [t_{i}, t_{i+1}] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Les trajectoires et les flux sont ainsi paramétrisées de la manière suivante :

$$x_{j}(t) = \sum_{i=1}^{N_{t}} x_{i}^{j} \xi_{i}(t) = \overline{x}_{j} \overline{\xi(t)}^{tr} \quad ; \quad y_{j}(t) = \sum_{i=1}^{N_{t}} y_{i}^{j} \xi_{i}(t) = \overline{y_{j}} \overline{\xi(t)}^{tr} \quad ; \quad \phi_{j}(t) = \sum_{i=1}^{N_{t}} \phi_{i}^{j} \xi_{i}(t) = \overline{\phi_{j}} \overline{\xi(t)}^{tr}$$

La distribution spatio-temporelle de température $\theta(x, y; t)$ au sein du domaine Ω est solution du système d'équations aux dérivées partielles suivant :

du système d'équations aux dérivées partielles suivant :
$$\begin{cases}
\rho c \frac{\partial \theta (x,y;t)}{\partial t} - \lambda \Delta \theta (x,y;t) = \frac{\Phi (x,y;t) - 2h(\theta (x,y;t) - \theta_0)}{e} & \forall (x,y;t) \in \Omega \times [0,t_f] \\
\theta (x,y;0) = \theta_0 & \forall (x,y;t) \in \Omega \\
-\lambda \frac{\partial \theta (x,y;t)}{\partial n} = 0 & \forall (x,y;t) \in \partial \Omega \times [0,t_f]
\end{cases}$$

où $\rho c \left(J.m^{-3}.K^{-1} \right)$ est la chaleur volumique, $\lambda \left(W.m^{-1}.K^{-1} \right)$ la conductivité thermique, $h \left(W.m^{-2}.K^{-1} \right)$ le coefficient d'échange convectif, $\theta_0 \left(K \right)$ la température initiale égale à celle du milieu ambiant. Lorsque tous les paramètres sont connus, la résolution numérique du problème direct à partir du logiciel Comsol® interfacé Matlab© permet de prédire l'évolution des températures dans la plaque.

4. Le problème inverse

4.1 Formulation

Afin d'identifier les positions successives des centres $\overline{I} = \{\overline{x}_j, \overline{y}_j\}_{j=1,\dots,N_s}$ ainsi que les flux $\overline{\phi} = \{\overline{\phi}_j\}_{j=1,\dots,N_s}$ de chacune des J sources à partir des observations fournis par N_c capteurs

mobiles C_p , un problème inverse est résolu en minimisant le critère quadratique entre températures calculées $\theta\left(C_p,t;\overline{I},\overline{\phi}\right)$ et mesurées $\hat{\theta_p}(t)$:

$$J(\theta, \overline{I}, \overline{\phi}) = \frac{1}{2} \sum_{p} \int_{0}^{t_{f}} \left(\theta \left(C_{p}, t; \overline{I}, \overline{\phi}\right) - \hat{\theta}_{p}(t)\right)^{2} dt \tag{4}$$

On considère que les positions initiales des sources sont connues : $\{x_j(0), y_j(0)\}$. Une méthode de régularisation itérative basée sur l'algorithme du gradient conjugué est mise en œuvre [2]. L'algorithme de résolution requiert la résolution itérative de trois problèmes bien posés au sens d'Hadamard :

- le problème direct (3) pour calculer le critère (4) et juger de la qualité de l'estimation,
- le problème adjoint pour calculer le gradient du critère et ainsi définir la prochaine direction de descente,
- le problème de sensibilité pour calculer la profondeur de descente (dans la direction de descente).

Les étapes cruciales que sont la résolution du problème de sensibilités et le calcul du gradient de la fonctionnelle par la résolution du problème adjoint sont détaillées par la suite.

4.2 Problème de sensibilité

La variation de température engendrée par une variation des centres $\delta \, \overline{I} = \left\{ \delta \, \overline{x}_j, \delta \, \overline{y}_j \right\}_{j=1,\cdots,N_s}$ des disques et des flux $\delta \, \overline{\phi} = \left\{ \delta \, \overline{\phi}_j \right\}_{j=1,\cdots,N_s}$ de chacune des j sources est notée $\delta \theta \left(x,y;t \right)$ et solution du problème de sensibilité :

$$\begin{cases}
\rho c \frac{\partial \delta \theta (x, y; t)}{\partial t} - \lambda \Delta \delta \theta (x, y; t) = \frac{\delta \Phi (x, y; t) - 2h \delta \theta (x, y; t)}{e} & \forall (x, y; t) \in \Omega \times T \\
\delta \theta (x, y; 0) = 0 & \forall (x, y) \in \Omega \\
-\lambda \frac{\partial \delta \theta (x, y; t)}{\partial n} = 0 & \forall (x, y; t) \in \partial \Omega \times T
\end{cases}$$
(5)

avec :

$$\delta \Phi(x, y; t) = -\frac{1}{\pi} \sum_{j} \left[\overline{\delta \phi_{j}} \overline{\xi(t)}^{tr} \left(-\operatorname{atan} \left(\mu \left(\varepsilon(x, y, t) - r \right) \right) + \frac{\pi}{2} \frac{1}{j} \right) \right] - \frac{1}{\pi} \sum_{j} \left[\frac{\overline{\phi_{j}} \overline{\xi(t)}^{tr} \mu \left(\overline{\delta x_{j}} \overline{\xi(t)}^{tr} \left(\overline{x_{j}} \overline{\xi(t)}^{tr} - x \right) + \overline{\delta y_{j}} \overline{\xi(t)}^{tr} \left(\overline{y_{j}} \overline{\xi(t)}^{tr} - y \right) \right] \right] - \frac{1}{\pi} \sum_{j} \left[\frac{\overline{\phi_{j}} \overline{\xi(t)}^{tr} \mu \left(\overline{\delta x_{j}} \overline{\xi(t)}^{tr} \left(\overline{x_{j}} \overline{\xi(t)}^{tr} - x \right) + \overline{\delta y_{j}} \overline{\xi(t)}^{tr} \left(\overline{y_{j}} \overline{\xi(t)}^{tr} - y \right) \right) \right] \right]$$

où $\varepsilon_j(x,y,t) = \sqrt{\left(x - \overline{x}_j \overline{\xi(t)}^{tr}\right)^2 + \left(y - \overline{y}_j \overline{\xi(t)}^{tr}\right)^2}$. Ainsi, à l'itération k+1, la profondeur de descente γ^{k+1} dans la direction de descente d^{k+1} peut être exprimée par [3]:

$$\gamma^{k+1} = \frac{\int\limits_{0}^{t_{f}} \sum\limits_{p} \left(\theta\left(C_{p}, t; \overline{I}^{k}, \overline{\phi}^{-k}\right) - \hat{\theta_{p}}(t)\right) \delta\theta_{d^{k+1}}\left(C_{p}, t; \overline{I}^{k}, \overline{\phi}^{-k}\right) dt}{\int\limits_{0}^{t_{f}} \sum\limits_{p} \left(\delta\theta_{d^{k+1}}\left(C_{p}, t; \overline{I}^{k}, \overline{\phi}^{-k}\right)\right)^{2} dt}$$

$$(6)$$

Le problème de sensibilité (5) doit être résolu numériquement à chaque itération k+1 dans la direction de descente d^{k+1} afin de calculer la profondeur de descente γ^{k+1} selon la relation (6).

4.3 Problème adjoint

Une formulation lagrangienne $\ell(\theta, I, \psi)$ du problème de minimisation de la fonction quadratique et une fonction adjointe notée $\psi(x, y; t)$ sont introduites afin de déterminer le gradient de la fonctionnelle à chaque itération de l'algorithme de minimisation [2-4] :

$$\begin{split} \ell \Big(\theta \;, \overline{I} \;, \overline{\phi} \;, \psi \; \Big) &= J \Big(\theta \;, \overline{I} \;, \overline{\phi} \; \Big) \\ &+ \int\limits_0^t \int\limits_0^t \left(\rho \; c \frac{\partial \; \theta \; (\;)}{\partial \; t} - \lambda \Delta \; \theta \; (\;) - \left(\frac{\Phi \; (\; x, y; t) - 2h \Big(\theta \; (\; x, y; t) - \theta \;_0 \Big) \; \right)}{e} \right) \frac{1}{2} \psi \; (\;) \; dx dy dt \\ &= \frac{1}{2} \int\limits_0^t \int\limits_0^t \sum\limits_0^t \left(\theta \; \left(\; x, y, t; \overline{I} \;, \overline{\phi} \; \right) - \theta \;_\rho \; (\; t) \right)^2 \delta_{C_p} \left(\; x, y \right) dx dy dt \\ &+ \int\limits_0^t \int\limits_0^t \left(\rho \; c \frac{\partial \; \theta \; (\;)}{\partial \; t} - \lambda \Delta \; \theta \; (\;) - \left(\frac{\Phi \; (\; x, y; t) - 2h \Big(\theta \; (\; x, y; t) - \theta \;_0 \Big) \;_{\stackrel{\circ}{\tau}} \right)}{e} \psi \; (\;) \; dx dy dt \end{split}$$

où $\delta_{C_n}(x,y)$ est la distribution de Dirac aux capteurs mobiles C_p .

Ainsi,
$$\delta \ell (\theta, \overline{I}, \overline{\phi}, \psi) = \frac{\partial \ell}{\partial \theta} \delta \theta + \frac{\partial \ell}{\partial \overline{I}} \delta \overline{I} + \frac{\partial \ell}{\partial \phi} \delta \overline{\phi} + \frac{\partial \ell}{\partial \psi} \delta \psi$$

Si la température θ (x,y,t) est solution du problème direct (3) alors $\ell(\theta,\overline{I},\overline{\phi},\psi) = J(\theta,\overline{I},\overline{\phi})$ et δ $\ell(\theta,\overline{I},\overline{\phi},\psi) = \delta$ $J(\theta,\overline{I},\overline{\phi})$. Si le multiplicateur de Lagrange ψ (x,y,t) est fixé alors $\frac{\partial}{\partial \psi}\delta\psi = 0$ et :

$$\begin{split} \delta \, \ell \! \left(\theta \,, \overline{I} \,, \overline{\phi} \,, \psi \, \right) &= \frac{\partial \, \ell}{\partial \, \theta} \, \delta \, \theta \, + \sum_{j} \sum_{i} \left(\frac{\partial \, \ell}{\partial \, x_{i}^{j}} \, \delta \, x_{i}^{j} + \frac{\partial \, \ell}{\partial \, y_{i}^{j}} \, \delta \, y_{i}^{j} + \frac{\partial \, \ell}{\partial \, \phi \,_{i}^{j}} \, \delta \, \phi_{i}^{j} \, \frac{1}{2} \right) \\ &= \int_{0}^{t_{f}} \int_{\Omega} \left(\sum_{p} \left(\theta \, \left(\, x \,, y \,; t \right) - \hat{\theta}_{p} \left(\, t \right) \right) \delta \,_{C_{p}} \left(\, x \,, y \,) \, \frac{1}{2} \, \delta \, \theta \, \left(\, x \,, y \,; t \right) \, dx dy dt \right. \\ &+ \int_{0}^{t_{f}} \int_{\Omega} \left(\rho \, c \, \frac{\partial \, \delta \, \theta \, \left(\, x \,, y \,; t \right)}{\partial \, t} - \lambda \, \Delta \, \delta \, \theta \, \left(\, x \,, y \,; t \right) + \frac{2 h \delta \, \theta \, \left(\, x \,, y \,; t \right)}{e} \, \frac{1}{2} \, \psi \, \left(\, x \,, y \,; t \right) \, dx dy dt \\ &- \int_{0}^{t_{f}} \int_{\Omega} \left(\frac{\partial \, \Phi}{\partial \, \overline{I}} \, \delta \, \, \overline{I} \, + \, \frac{\partial \, \Phi}{\partial \, \overline{\phi}} \, \delta \, \overline{\phi} \, \frac{1}{2} \, \psi \, \left(\, x \,, y \,; t \right) \, dx dy dt \end{split}$$

Les équations adjointes sont vérifiées lorsque $\frac{\partial \ell}{\partial \theta} \delta \theta = 0 \quad \forall \ \delta \theta$. Ainsi, considérant les conditions aux limites du problème de sensibilités, Ψ est solution du système adjoint suivant :

$$\begin{cases}
\rho c \frac{\partial \psi (x, y; t)}{\partial t} + \lambda \Delta \psi (x, y; t) = E(x, y; t) + \frac{2h}{e} \psi (x, y; t) & \forall (x, y; t) \in \Omega \times T \\
\psi (x, y; T_f) = 0 & \forall (x, y) \in \Omega \\
-\lambda \frac{\partial \psi (x_* y; t)}{\partial n} = 0 & \forall (x, y; t) \in \partial \Omega \times T
\end{cases}$$
(7)

avec
$$E(x,y,t) = \sum_{p} \left(\theta(x,y;t) - \hat{\theta_{p}}(t)\right) \delta_{C_{p}}(x,y)$$
. Ainsi, il vient :
$$\delta \ell(\theta, \overline{I}, \overline{\phi}, \psi) = -\int_{0}^{t_{f}} \int_{\Omega} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \overline{I}} \delta \overline{I} + \frac{\partial \Phi}{\partial \overline{\phi}} \delta \overline{\phi} \frac{1}{2} \frac{\psi(x,y;t)}{e} dxdydt\right).$$

Comme $\delta \ell(\theta, \overline{I}, \overline{\phi}, \psi) = \delta J(\theta, \overline{I}, \overline{\phi})$ alors le gradient du critère peut être déduit de la résolution de (7) et la prochaine direction de descente peut être calculée.

Les problèmes adjoints et de sensibilité peuvent être résolus avec le même schéma numérique que celui retenu pour le problème direct.

5. Stratégie d'observations

Le paragraphe précédent a permis de définir la méthodologie d'identification basée sur la résolution itérative de trois problèmes bien posés. La réussite du projet DARC-EDP dépend en partie de la stratégie d'observations et plus précisément du déplacement des capteurs mobiles.

Ces déplacements sont planifiés à partir des deux approches suivantes :

- mise en place d'un horizon glissant pour l'identification par la méthode de régularisation itérative du gradient conjugué, afin de mettre à jour les trajectoires des capteurs en fonction des estimations des paramètres inconnus,
- analyse des distributions spatio temporelles des sensibilités obtenues par la résolution itérative du problème (5) pour définir les zones d'intérêt pour les mesures.

Un exemple de telles distributions est exposé figure 1 : en fonction du nombre de capteurs et de leurs positions précédentes, des stratégies de déplacement peuvent être proposées.

6. Le dispositif expérimental

Afin d'évaluer les différentes stratégies de placement de capteurs et avant d'envisager l'application à des campagnes expérimentales à grande échelle (ex : détection de polluants), un dispositif expérimental est actuellement en développement. Pour ce faire, plusieurs sources chauffantes disposées sur des robots mobiles (Khepera III) évolueront sur un plan afin de permettre la chauffe d'un matériau plan de fine épaisseur (figure 2) sur une surface d'environ 4m². La puissance de ces sources de chaleur pourra être régulée pour atteindre des températures pour lesquelles les propriétés thermiques du matériau deviennent thermo dépendantes, introduisant ainsi d'intéressantes non linéarités.

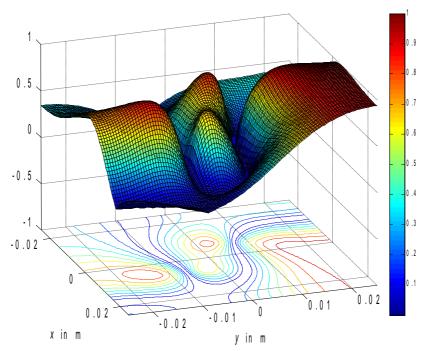


Figure 1 : Exemple de distribution spatiale de sensibilité (normalisée)

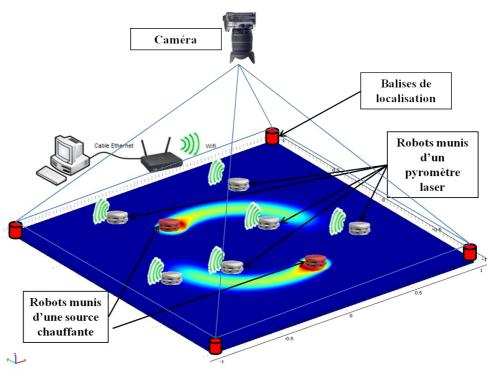


Figure 2 : Représentation du dispositif expérimental

Sur ce même plan plusieurs robots mobiles seront équipés de pyromètres laser (figure 3) afin de mesurer la température de la plaque sur une zone de faible dimension (quelques mm²). Bien que le modèle soit distribuable dans un premier temps, leurs positions ainsi que les températures mesurées seront transmises à un ordinateur central via une technologie sans fil (WIFI). L'ordinateur résoudra les problèmes inverses dans le but de les prochaines calculer positions pyromètres et enverra les nouvelles coordonnées aux robots afin qu'ils se déplacent vers leur prochaine position.



Figure 3 : Robot Khepera muni d'un pyromètre Laser

Afin de mesurer de manière précise la position des robots sur la surface du matériau, une caméra sera placée au dessus de la plaque puis par traitement d'image [5-7] les positions des différents robots seront renvoyées à l'ordinateur qui synchronisera les mesures reçues des robots avec leurs positions. Ce système de localisation par balise vient en complément des données de position envoyées depuis les robots afin de palier aux erreurs d'odométrie qui peuvent être rencontrées lors des déplacements.

7. Bilan

Dans cette communication, le projet DARC-EDP est présenté dans son ensemble. Il a pour objectif le déploiement de capteurs mobiles pour identifier des sources en déplacement. Dans le cadre du génie thermique, les éléments suivants ont été exposés :

- modélisation du problème direct,
- formulation du problème inverse,
- méthode de régularisation itérative du gradient conjugué (problème de sensibilité et problème adjoint),
- stratégies d'observations,
- conception du dispositif expérimental.

Les perspectives de ces travaux consistent en la confrontation des campagnes numériques avec les campagnes expérimentales.

8. Bibliographie

- [1] Ucinski D., "Optimal Measurement Methods for Distributed Parameter System Identification", CRC Press, 2005.
- [2] Perez L., Autrique L., Gillet M., "Implementation of a conjugate gradient algorithm for thermal diffusivity identification in a moving boundaries system", Journal of physics, Conference series, Vol. 135, doi:10.1088/1742-6596/135/1/012082, 2008.
- [3] Beddiaf S., Autrique L., Perez L., Jolly J.C., "Heating sources localization based on inverse heat conduction problem resolution", Sysid 2012, 16th IFAC Symposium on System Identification, Bruxelles, juillet 2012.
- [4] Rouquette S., Autrique L., Chaussavoine C., Thomas L., "Identification of influence factors in a thermal model a plasma assisted chemical vapour deposition process", Inverse Problems in Science and Engineering, Vol. 15, n° 5, pp. 489-515, mars 2007.
- [5] Martinez-Gomez L.A., Weitzenfeld A., "Real Time Vision System for a Small Size League Team", Proceedings of the 1st IEEE Latin American Robotics Symposium LARS, Mexico city, Mexico, October 28 29, 2004.
- [6] Zickler S., Laue T., Birbach O., Wongphati M., Veloso M., "SSL-Vision: The Shared Vision System for the RoboCup Small Size League", RoboCup 2009: Robot Soccer World Cup XIII, 425-436, Springer, 2009.
- [7] Wang C., Wang H., Soh W.Y.C., Wang H., "A Real Time Vision System for Robotic Soccer", 4th Asian Conference on Robotics and its application, Singapour, juin 2001.