Méthode des tableaux sémantiques

- On étend les règles de la logique des propositions aux quantificateurs
- Problème :
  - Certains ensembles de formules bien formées n'admettent pas de tableaux complets.
    - On peut développer des branches à l'infini : on ne peut pas prouver qu'on tend à rendre les nœuds terminaux lors de l'application des règles.

Substitution de variables

- On appelle substitution de variables l'opération qui consiste à remplacer dans une formule F toutes les occurrences libres d'une variable x par un terme t
  - On note [x:=t]F
- Exemple :

$$[\mathbf{x}:=a](P(\mathbf{x}) \rightarrow (\forall \mathbf{x}\ Q(\mathbf{x},y) \vee \exists z\ Q(\mathbf{x},z)))$$
$$= P(a)\rightarrow(\forall x\ Q(x,y) \vee \exists z\ Q(a,z)))$$

Méthode des tableaux

- On ajoute les règles pour les quantificateurs

2 Règles γ

$\exists xP,\Delta$ |-- $[x:=c]P,\Delta$

$\neg\forall xP,\Delta$ |-- $[x:=c]\neg P,\Delta$

où c est une nouvelle cste

2 Règles δ

$\forall xP,\Delta$ |-- $[x:=t]P,\forall xP,\Delta$

$\neg\exists xP,\Delta$ |-- $[x:=t]\neg P,\neg\exists xP,\Delta$

où t est un terme quelconque*

******On peut se limiter à n'utiliser que des termes préexistants ou une constante « e » (représentant le fait que le domaine ne peut être vide) si aucun terme ne préexiste (et considérer que la règle est épuisée quand aucune règle n'est applicable et qu'elle a été appliquée sur tous les termes existants)*

Méthode des tableaux

- La méthode des tableaux est adéquate et complète
- La logique de prédicats est semi-décidable
  - Si insatisfiable alors on peut trouver un tableau fermé
  - Si satisfiable alors on est pas sûr de trouver un modèle (car il peut être infini)