Programme

- Introduction
- Le langage de la LP (syntaxe)
- La sémantique de la LP
- Équivalence logique et Substitution
- Conséquence logique
- Formes normales et clausale
- Méthode de résolution
- **Méthode des tableaux**
- Méthode de Davis et Putnam
- Initiation à la logique des prédicats

Principes

- Méthode analytique permettant de ramener la **satisfiabilité d'une fbf** (ou la consistance d'un ensemble de fbf) à la **consistance d'un ensemble de littéraux** en décomposant la (les) fbf.
- Un ensemble de littéraux est **contradictoire** ssi il contient deux littéraux opposés.
- Un ensemble de littéraux **consistant** fournit directement un modèle de la (les) fbf.

Les règles de décomposition

- Deux types de règles
  - α : leur conclusion est un ensemble de fbf
  - β : leur conclusion est un branchement entre 2 ensembles de fbf

4 Règles α	5 Règles β
$\neg\neg P,\Delta$ |-- P,Δ	
$(P\wedge Q),\Delta$ |-- P,Q,Δ	$\neg(P\wedge Q),\Delta$ |-- $\neg P,\Delta$ | $\neg Q,\Delta$
$\neg(P\vee Q),\Delta$ |-- $\neg P,\neg Q,\Delta$	$(P\vee Q),\Delta$ |-- P,Δ | Q,Δ
$\neg(P\rightarrow Q),\Delta$ |-- $P,\neg Q,\Delta$	$(P\rightarrow Q),\Delta$ |-- $\neg P,\Delta$ | Q,Δ
	$(P\leftrightarrow Q),\Delta$ |-- P,Q,Δ | $\neg P,\neg Q,\Delta$
	$\neg(P\leftrightarrow Q),\Delta$ |-- $P,\neg Q,\Delta$ | $\neg P,Q,\Delta$

Un tableau

- Un tableau pour un ensemble de fbf E est une arborescence dont les sommets sont étiquetés par des ensembles de fbf.
- La racine est étiquetée par E et les fils de tout sommet ont été obtenus en appliquant l'une des règles précédentes sur l'un des éléments de E
  - Cas des règles α : un seul noeud fils est créé
  - Cas des règles β : deux nœuds fils sont créés
  - Les étiquettes des nœuds fils sont déterminés par les règles
- Il peut exister plusieurs tableaux pour un ensemble de fbf donné (car la construction d'un tableau est non déterministe) cependant leur nombre est fini.

Caractéristiques des tableaux

- **Propriété** : *un tableau est fini*.
- **Définitions** :
  - Un ***noeud*** est ***fermé*** si il comprend une formule et sa négation. Il est ***atomiquement fermé*** si il contient un symbole propositionnel et sa négation.
  - Un ***tableau est fermé*** si toutes ses feuilles sont fermées.

Adéquation

- **Théorème** : *Un ensemble de fbf qui admet un tableau fermé est contradictoire*
- **Lemmes**
  - *Un nœud fermé est contradictoire*
  - Soit A, B deux nœuds d'un tableau tels que B est obtenu de A par une règle alpha, alors on a : *A est contradictoire ssi B est contradictoire.*
  - Soit A, B1, B2 trois nœuds d'un tableau tels que B1 et B2 soient les successeurs de A par une règle béta, alors on a *: A est contradictoire ssi B1 et B2 sont contradictoires*

Caractéristiques des tableaux

- **Définition :** Un noeud est ***terminal*** lorsque qu'il ne contient que des littéraux (i.e. aucune règle n'est applicable)
- **Définition :** *Un tableau est **complet** lorsque toutes ses feuilles sont fermées ou terminales.*
- **Théorème** : *Tout tableau complet d'un ensemble de fbf contradictoire est fermé*

Méthode des tableaux en pratique

- F insatisfiable ssi
  tableau({F}) est fermé

- F valide ssi
  tableau({$\neg$F}) est fermé

- $H_1,\ldots H_n \models C$ ssi
  tableau($\{H_1,\ldots H_n,\neg C\}$) est fermé