Raisonner avec des définitions de types dans le modŁle des graphes conceptuels

Michel Leclère

IRIN – IUT de Nantes
Université de Nantes
2, rue de la Houssinière
BP 92208
44322 Nantes cedex 03
tél.: 02 40 37 30 58
fax: 02 40 37 49 70
e-mail: leclere@irin.univ-nantes.fr

RÉSUMÉ. *Le modèle des graphes conceptuels est un modèle général de représentation des connaissances fondé sur la description de concepts et de liens entre ces concepts. Les connaissances exprimées dans ce modèle se structurent en deux niveaux : un niveau terminologique principalement composé d'un treillis de concepts et d'un ensemble ordonné de relations conceptuelles, et un niveau assertionnel composé de faits décrits par des graphes construits à partir des éléments du niveau terminologique. Nous définissons dans cet article une extension du modèle de base des graphes conceptuels : l'introduction de définitions de types. Nous étendons la relation de spécialisation définie sur les graphes conceptuels pour qu'elle prenne en compte ces définitions et nous établissons le lien avec l'opération de projection. Nous donnons une interprétation logique aux définitions et prouvons que le modèle formel reste consistant et que sous certaines conditions il est complet. Enfin, nous montrons que l'ajout de définitions de types permet de doter le modèle d'un classifieur de types.*

ABSTRACT. *Conceptual graphs are a knowledge representation formalism based on the description of concepts and relations between these concepts. The knowledge expressed in this model is structured in two levels : the terminological level which is split into a concept type lattice and a poset of relation types, and the assertionnal level which is composed of graphs built with the terminological level elements. We develop in this article an extension of the basic model of conceptual graphs : the introduction of type definitions. We extend the specialization / generalization relation on conceptual graphs to take in account these definitions and we etablish the correspondence with projection. We give a logical interpretation of type definitions and prove than the correspondence between logical deduction and generalisation relation is maintained. Finally, we demonstrate that this extension allows us to realize a type classifier.*

MOTS-CLÉS : *représentation de connaissances, définitions de type, graphes conceptuels, contraction, expansion, classification.*

KEY WORDS: *knowledge representation, type definition, conceptual graph, contraction, expansion, classification.*

1. Introduction

La problématique de la recherche en représentation des connaissances est de fournir des modèles formels de représentation qui permettent d'une part, de modéliser facilement la connaissance et d'autre part, d'exploiter cette connaissance lors de la résolution d'un problème donné.

Dans cet article, nous nous intéressons à la représentation et à l'exploitation des définitions de types dans le modèle des graphes conceptuels.

Le modèle des graphes conceptuels [SOW 84], introduit par J. Sowa en 1984, s'appuie sur une représentation graphique des connaissances, les raisonnements étant réalisés par des algorithmes de graphes. Il dispose de plus d'une fonction d'interprétation logique qui permet de doter le modèle d'une sémantique formelle.

On distingue, dans le modèle des graphes conceptuels, un niveau terminologique comprenant le vocabulaire conceptuel du modèle et un niveau assertionnel dans lequel on exprime des faits par des graphes étiquetés construits en utilisant le vocabulaire de la partie terminologique. Dans [LEC 96a], nous avons proposé des protocoles d'aide à la construction des taxinomies de la partie terminologique du modèle. Nous avons notamment développé un classifieur de types qui permet, en utilisant le mécanisme de définition de type introduit par J. Sowa, d'insérer de manière automatique un type dans sa taxinomie à l'aide de sa définition.

Dans cet article, nous nous intéressons à l'exploitation de ces définitions de types au niveau assertionnel. Pour cela, nous clarifions le mécanisme des définitions de types en lui donnant une sémantique formelle. Nous proposons alors d'étendre les opérations de spécialisation qui sont à la base des raisonnements effectués au niveau assertionnel afin de prendre en compte les connaissances contenues dans les définitions. Ce travail reprend (les preuves sont détaillés) et étend aux types de relation le travail présenté lors du congrès *RFIA* [LEC 96b].

Nous commençons dans la section suivante par un rappel du formalisme du modèle de base des graphes conceptuels en s'appuyant sur les travaux de M. Chein et M.L. Mugnier [CHE 92, MUG 96].

Dans la section 3, nous exposons les techniques de description intensionnelle de types généralement utilisées en représentation des connaissances et les différentes sémantiques qui peuvent être associées à ces descriptions. Nous présentons alors la mise en œuvre de ces techniques dans le modèle des graphes conceptuels en détaillant le formalisme des abstractions et la définition de type de concept et de type de relation.

Nous nous intéressons alors (section 4) à l'exploitation de ces définitions dans les raisonnements effectués au niveau assertionnel. La plupart des raisonnements réalisés dans le modèle des graphes conceptuels sont fondés sur la définition d'une relation de spécialisation/généralisation entre les graphes. Nous redéfinissons donc cette relation pour qu'elle prenne en compte les mécanismes définitionnels proposés. Pour cela, nous introduisons deux nouvelles opérations : la contraction et l'expansion de type.

Dans le modèle de base l'opération de projection (une forme particulière de morphisme de graphe étiqueté) permet de déterminer la relation de spécialisation/généralisation entre les graphes. Nous établissons le lien entre la nouvelle définition de la relation de spécialisation et l'opération de projection.

Dans la section 5, nous prouvons que cette nouvelle relation de spécialisation correspond toujours à un ensemble consistant de règles logiques sur les formules logiques associées à ces graphes. Nous montrons que sous certaines conditions, elle forme également un ensemble complet.

Enfin, la section 6 présente un des apports de cette extension du modèle : la classification de types.

2. Le modèle de base des graphes conceptuels

J. Sowa dans le chapitre 3 de [SOW 84] présente un modèle formel de représentation de connaissances qu'il appelle les graphes conceptuels. Nous rappelons dans cette section le formalisme du modèle de base des graphes conceptuels tel que l'ont défini M. Chein et M.L. Mugnier [CHE 92, MUG 96].

2.1. *Le niveau terminologique*

Le vocabulaire conceptuel du modèle des graphes conceptuels est composé d'un ensemble ordonné de types de concepts (souvent structuré en treillis), d'un ensemble ordonné de types de relations, et d'un ensemble de marqueurs individuels. Ces trois ensembles sont disjoints.

Les types de concepts représentent des catégories (ou classes) d'entités, d'attributs, d'états ou d'événements. D'un point de vue ensembliste, un type de concept représente donc un ensemble d'individus du domaine de représentation ayant des caractéristiques communes. Un individu de cet ensemble est dit instance du type correspondant.

Les types de relation représentent les divers liens que l'on peut exprimer entre des instances de types de concepts. On associe à chaque type de relation une *signature* qui spécifie le nombre d'arguments et le type maximal des arguments d'une relation de ce type.

Ces deux ensembles de types sont partiellement ordonnés par des relations de sous-typage exprimant des liens sémantiques du type *sorte de*. Les signatures de deux types de relation comparables doivent spécifier le même nombre d'arguments et les types maximaux de ces arguments doivent respecter la relation de sous-typage de l'ensemble des types de concepts.

Les marqueurs individuels représentent des individus particuliers du domaine de représentation. Un tel individu est donc instance d'un type de concept.

Définition 1. *On appelle **support** le quintuplet $S = (T_c, T_r, Sig, M, Inst)$ où :*

- *T_c est l'ensemble des types de concepts partiellement ordonné par la relation $\leq_c$. On distingue deux types dans T_c : un type universel, noté $\top$, qui représente la catégorie la plus générale qui contient toutes les instances et un type absurde, noté $\perp$, qui représente la catégorie vide d'instance ;*

- *T_r est l'ensemble des types de relations partiellement ordonné par la relation $\leq_r$;*

– *Sig est une application de T_r dans T_c^n qui associe à chaque type de relation t_r sa signature $(t_{c1}, ...t_{cn})$. Le nombre n de types de concepts de la signature est appelé l'arité de t_r. On note $Sig_i(t_r)$ le type de concept t_{ci} ($1 \leq i \leq n$) $i^{ème}$ élément de la signature de t_r. On impose que Sig soit telle que :*

  $\forall t_r, t'_r \in T_r$ *si* $t_r \leq_r t'_r$ *alors*

  $$arité(t_r) = arité(t'_r) = n \text{ et } \forall i \in [1..n] Sig_i(t_r) \leq_c Sig_i(t'_r) ;$$

– *M est l'ensemble des marqueurs individuels ;*

– *$Inst$ est une application de M dans $T_c \setminus \{\perp\}$ qui à tout marqueur individuel associe le type de concept dont il est l'instance.*

2.2. *Le niveau assertionnel*

Le niveau assertionnel permet de décrire des faits par des graphes conceptuels construits en utilisant le vocabulaire conceptuel du niveau terminologique.

Un graphe conceptuel est un graphe[1] fini, connexe[2], biparti composé de sommets *concepts* représentant des entités, des attributs, des états ou des événements, et de sommets *relations* décrivant la nature et les propriétés des liens entre les sommets concepts.

Chaque sommet d'un graphe conceptuel est étiqueté :

– l'étiquette d'un sommet concept est un couple composée d'un type de concept spécifiant la nature de l'entité représentée et d'un *référent* permettant d'identifier cette entité. Ce référent peut être un marqueur individuel si l'identité de l'individu est connue ou le symbole $*$, appelé marqueur générique si cette identité n'est pas connue ;

– l'étiquette d'un sommet relation est un type de relation spécifiant la nature du lien qui existe entre les sommets concepts connectés par ce sommet relation.

On appelle *degré* d'un sommet relation, le nombre d'arêtes adjacentes à ce sommet. D'autre part, l'ensemble des arêtes adjacentes à un sommet relation r est totalement ordonné de 1 à $degré(r)$. Nous notons $G_i(r)$ le sommet concept lié dans le graphe conceptuel G au sommet relation r par la $i^{ème}$ arête adjacente à r.

Un fait est donc représenté par une combinaison de sommets concepts et de sommets relations interconnectés définis sur un support donné. Cependant, toutes les combinaisons de sommets concepts et relations n'ont pas forcément un « sens ». Deux notions permettent de contrôler la sémantique des connaissances représentées par un graphe conceptuel : la canonicité qui permet de limiter les combinaisons de sommets concepts et relations en n'acceptant que les interconnexions sémantiquement correctes, et la conformité qui permet de contrôler la relation d'instanciation entre les marqueurs individuels et les types de concepts.

1. Il s'agit en fait d'un multigraphe, puisqu'il peut y avoir plusieurs arêtes entre deux sommets.
2. Cette propriété n'est plus imposée dans le dernier article de M. Chein et M.-L. Mugnier [MUG 96].

Nous donnons dans la figure 1 un exemple de graphe conceptuel. Les sommets concepts sont représentés par des boîtes et les sommets relations sont représentés par des ellipses. L'ordre associé aux arêtes adjacentes à un sommet relation est représenté par la numérotation des arêtes de 1 au degré de la relation. Dans les graphes où n'apparaissent que des relations binaires, on représente l'ordre sur les arêtes adjacentes aux sommets relations par des arcs : un arc entrant désigne la première arête et un arc sortant désigne la deuxième arête.

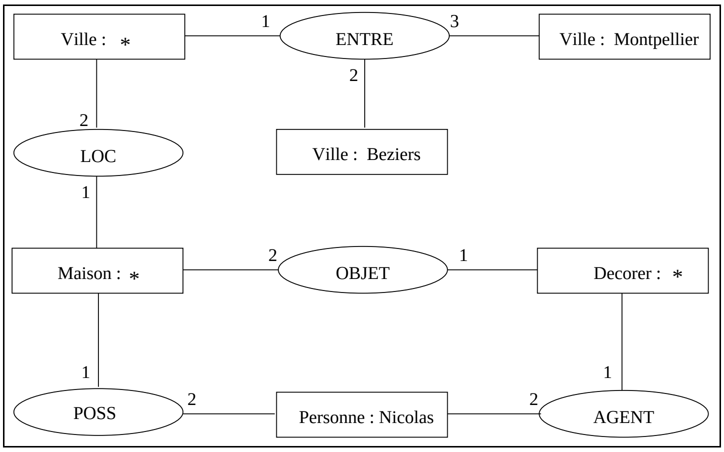


Figure 1. *Exemple de graphe conceptuel pouvant représenter : «Nicolas décore sa maison située dans une ville entre Béziers et Montpellier»*

Définition 2. *Un graphe conceptuel $G = (R, C, U, lab)$ défini sur un support $S = (T_c, T_r, Sig, M, Inst)$ est un multigraphe non orienté biparti où R est l'ensemble des sommets relations, C l'ensemble non vide des sommets concepts, U l'ensemble des arêtes et lab la fonction d'étiquetage respectant les conditions suivantes :*

- *l'ensemble des arêtes adjacentes à un sommet relation est totalement ordonné de 1 à n le degré de ce sommet ;*
- $\forall r \in R \quad lab(r) = type(r)$, *avec* $type(r) \in T_r$ *;*
- $\forall c \in C \quad lab(c) = (type(c), ref(c))$,
  où $type(c) \in T_c \setminus \{\perp\}$ *et* $ref(c) \in M \cup \{*\}$ *;*
- *la* ***canonicité*** *:* $\forall r \in R$
  - *degré(r)=arité(type(r)),*
  - $\forall i \in [1..degré(r)]\ type(G_i(r)) \leq_c Sig_i(type(r))$ *;*
- *la* ***conformité*** *:* $\forall c \in C$ *si* $ref(c) \in M$ *alors* $Inst(ref(c)) \leq_c type(c)$.

2.3. ***Raisonner avec des graphes conceptuels***

On définit une relation de spécialisation/généralisation sur l'ensemble des graphes conceptuels qui permet de déterminer si les informations représentées par un graphe induisent les informations représentées par un autre graphe.

2.3.1. *La relation de spécialisation*

Cette relation se définit à partir d'un ensemble d'opérations élémentaires de spécialisation qui sont des opérations internes sur l'ensemble des graphes conceptuels définis sur un support donné :

- **restriction de concept :** soit c un sommet concept de G d'étiquette (t_c, i), H s'obtient en remplaçant l'étiquette de c par une étiquette (t'_c, i') telle que $t'_c \in T_c$ avec $t'_c \leq_c t_c$, et si $i \in M$ alors $i' = i$ sinon (on a donc $i = *$) $i' \in M \cup \{*\}$. Cette opération doit conserver la conformité ;

- **restriction de relation** : soit r un sommet relation de G, H s'obtient en remplaçant le type de r par un type $t \in T_r$ tel que $t \leq_r type(r)$. Cette opération doit conserver la canonicité ;

- **joint interne** soit c et c' deux sommets concepts de G ayant la même étiquette, H s'obtient en identifiant les sommets c et c' ;

- **joint externe :** soit G et G' deux graphes possédant respectivement deux sommets concepts c et c' ayant la même étiquette, H s'obtient en identifiant les sommets c et c' de ces deux graphes.

- **simplification** : si G possède deux sommets relations de même type ayant les mêmes sommets concepts voisins dans le même ordre (ces sommets sont dits jumeaux), H s'obtient en supprimant un des deux sommets relations.

Définition 3. *H est une spécialisation de G, noté $H \leq G$, si et seulement si il existe une séquence d'opérations élémentaires de spécialisation permettant de transformer G en H.*

La relation de spécialisation est un préordre partiel [CHE 92]. On définit de la même manière la relation inverse de généralisation par des opérations inverses des opérations de spécialisation : duplication, augmentations, et éclatements (cf. [CHE 92]). On établit directement :

Théorème 1. *H est une spécialisation de G si et seulement si G est une généralisation de H.*

2.3.2. *La projection*

La projection est un morphisme de graphes étiquetés qui permet de calculer si un graphe est plus spécialisé qu'un autre.

Définition 4. *Une projection d'un graphe conceptuel G=(R,C,U,lab) dans un graphe G'=(R',C',U',lab') définis sur un support S est un couple d'applications π=(f,g), f de R dans R' et g de C dans C' tel que :*

1. $\forall$ *r* $\in$ *R* *type(f(r))* $\leq_r$ *type(r) ;*
2. $\forall$ *c* $\in$ *C* *type(g(c))* $\leq_c$ *type(c) et soit ref(c)=*$*$ *soit ref(c)=ref(g(c)) ;*
3. $\forall$ *r* $\in$ *R et* $\forall$ *i* $\in$ *[1..degré(r)]* *G*$_i$*(r)=c implique G'*$_i$*(f(r))=g(c).*

M. Chein et M.L. Mugnier prouvent dans [CHE 92] l'équivalence entre la relation de spécialisation et la projection.

Théorème 2. $H \leq G$ *si et seulement si il existe une projection de* G *dans* H.

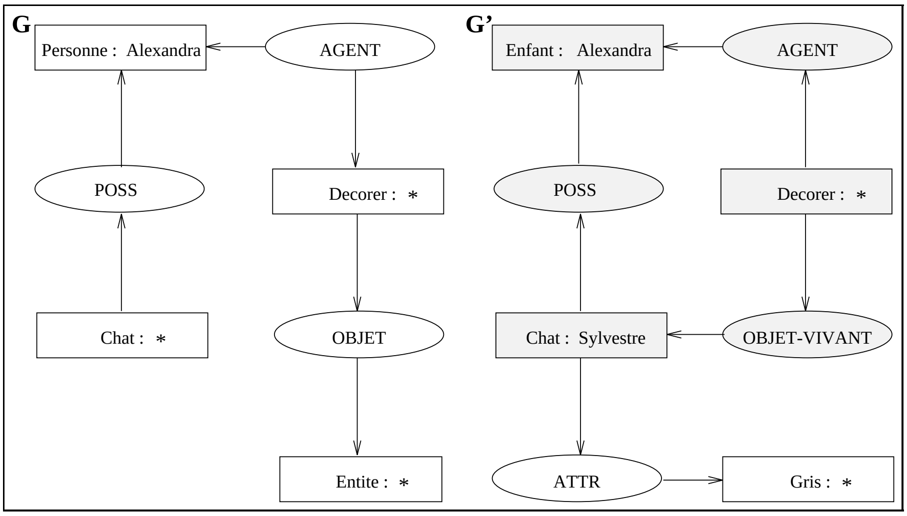


Figure 2. *Exemple de projection de G dans G'; on a donc* $G' \leq G$

2.4. ***Sémantique logique***

J. Sowa définit un opérateur d'interprétation logique ϕ qui transforme chaque élément du modèle en un élément de la logique des prédicats du premier ordre.

À chaque couple $t_c \leq_c t'_c$ de la relation binaire $\leq_c$ définie sur T_c, on associe la formule : $\forall x \;\; (t_c(x) \rightarrow t'_c(x))$.

De même, à chaque couple $t_r \leq_r t'_r$ de la relation binaire $\leq_r$ définie sur T_r, on associe la formule : $\forall x_1 ... \forall x_n \;\; (t_r(x_1, ... x_n) \rightarrow t'_r(x_1, ... x_n))$ où n est l'arité des deux types de relation.

Chaque graphe conceptuel est transformé par ϕ en une formule bien formée de la logique des prédicats. Soit G un graphe, $\phi(G)$ est définie de la manière suivante :

– associer à chaque concept générique une variable distincte x_i ;

– associer à chaque marqueur m individuel du graphe la constante m ;

– représenter chaque concept c de G par un prédicat unaire de nom $type(c)$ et d'argument la variable ou la constante associée à c ;

– représenter chaque relation r de G (r de degré n) par un prédicat n-aire de nom $type(r)$ et de $i^{ème}$ argument la variable ou constante associée au $i^{ème}$ sommet concept voisin de r ;

– prendre la conjonction de tous les prédicats ;

– fermer existentiellement les variables de la formule.

Ainsi, le graphe de la figure 1 est transformé par ϕ en la formule :

$$\exists x \exists y \exists z (Personne(nicolas) \wedge Ville(montpellier) \wedge Ville(béziers) \wedge Décorer(x) \wedge Maison(y) \wedge Ville(z) \wedge Agent(x, nicolas) \wedge Poss(y, nicolas) \wedge Objet(x, y) \wedge Loc(y, z) \wedge Entre(z, béziers, montpellier))$$

On note $\phi(\mathcal{S})$ l'ensemble des formules disjointes deux à deux correspondant à l'interprétation logique des relations $\leq_c$ et $\leq_r$. Les opérations élémentaires de généralisation forment un ensemble consistant de règles d'inférence sur les formules logiques associées aux graphes conceptuels bien-formés [CHE 92]. On a donc :

Théorème 3. *Si $G \leq H$ alors $\phi(\mathcal{S}), \phi(G) \vdash \phi(H)$.*

Pour avoir la complétude, M. Chein et M.L. Mugnier définissent dans [MUG 96] la notion de forme normale d'un graphe conceptuel G :

Définition 5. *G est sous forme normale si et seulement si sa fonction d'étiquetage lab est telle que deux sommets concepts n'ont pas le même marqueur individuel.*

Ils démontrent alors la complétude des opérations élémentaires de généralisation sur la classe des graphes sous forme normale :

Théorème 4. *Soient G et H deux graphes conceptuels biens-formés sous forme normale, si $\phi(\mathcal{S}), \phi(G) \vdash \phi(H)$ alors $G \leq H$.*

3. Introduction d'un mécanisme définitionnel dans le modèle

La transmission d'informations, que ce soit de manière orale, écrite ou par le biais de tout autre système d'informations nécessite l'utilisation d'un langage commun aux différents agents de cette communication. Un langage est composé d'un ensemble d'éléments (des mots, des signes, des symboles...) auxquels chaque individu associe un sens (parfois plusieurs). Pour que deux individus se comprennent, c'est-à-dire que la pensée de l'un véhiculée par les éléments du langage qu'ils utilisent soit pleinement restituée dans la pensée de l'autre, il faut que le sens que les individus associent à chaque élément du langage soit le même (ou soit sémantiquement très proche) pour les deux interlocuteurs.

Cette adéquation de sens s'obtient par la capacité d'apprentissage qu'un individu possède grâce à ses sens et aux réactions de son entourage à un événement. Une deuxième manière d'obtenir cette adéquation consiste à enrichir le vocabulaire d'un individu en lui présentant un nouvel élément de langage et en donnant un sens à cet élément en utilisant les éléments du langage pour lesquels le deux individus associent le même objet de pensée. Cette démarche de définition peut revêtir différents aspects, poursuivre divers objectifs et se traduire par divers résultats [REY 88]. La définition peut, par exemple, consister à :

– discourir pour rendre compte du sens du nouvel élément ou objet de pensée, des idées générales qui lui correspondent, et de sa nature. C'est la démarche philosophique ;

– donner un ensemble de commentaires et d'exemples qui rendent compte des diverses utilisations de l'élément. C'est la démarche utilisée par un dictionnaire ;

– énoncer de manière autoritaire les conditions d'utilisation d'un élément et ses limites. C'est la démarche scientifique.

Tel que nous l'avons défini dans la section précédente, les seuls mécanismes définitionnels du modèle des graphes conceptuels sont la possibilité de déclarer qu'un type de concept ou de relation est plus spécifique qu'un autre et la possibilité d'associer une signature à un type de relation. Les possibilités de définition d'un tel système sont limitées. On dispose, en effet souvent d'informations génériques[3] sur les types qui ne peuvent s'exprimer par un simple lien « sorte-de ». Dès lors, il est nécessaire de disposer de mécanismes définitionnels plus complexes permettant de représenter tout ou au moins une partie du sens que nous mettons derrière les termes utilisés comme identificateurs de type.

Une manière de faire est d'associer à un type une *description* de ce type construite avec des types plus primitifs, que ce soit des types atomiques (un type n'ayant pas de description associée est dit atomique) ou des types précédemment définis. L'interprétation que l'on donne à ces descriptions détermine les types d'inférence et de raisonnement qui peuvent être mis en place. Considérons qu'une description représente un ensemble de caractéristiques, de propriétés, d'attributs que des individus du domaine de représentation peuvent posséder. Une telle description caractérise donc un ensemble d'individus du domaine de représentation. On peut donner plusieurs sémantiques au lien définitionnel qui lie une telle description à un type :

– la description représente un ensemble de conditions nécessaires et suffisantes d'appartenance à un type. Tout individu reconnu par la description est instance

3. L'article de D. Kayser et B. Levrat [KAY 88] illustre l'ensemble des informations que l'on peut associer à un type.

du type associé et tout instance de ce type satisfait à la description. La description est la représentation intensionnelle (l'ensemble de ces caractéristiques) du type par opposition à sa représentation extensionnelle (l'ensemble de ses individus). C'est la sémantique donnée aux classes définies du système FROME [DEK 94], ou aux concepts définis des logiques terminologiques de la famille KL-ONE [WOO 92]. Cette sémantique de lien entre un type et une description est appelée *définition*;

– la description représente un ensemble de conditions nécessaires mais non suffisantes d'appartenance à un type. C'est la sémantique la plus employée pour les catégories naturelles. Il s'agit de donner l'ensemble des informations que l'on peut déduire de l'appartenance d'un individu à un type. Cette sémantique est donnée aux classes du système de représentation par objets SHIRKA [REC 90], aux concepts primitifs des logiques terminologiques issues de la famille KL-ONE ou aux classes descriptives du système à base de frames FROME. Cette sémantique de lien entre un type et une description est parfois appelée *définition partielle*.

Ce mécanisme de définition a donné naissance aux systèmes classificatoires que décrivent [EUZ 93, DUC 95] qui permettent de réaliser divers types de raisonnement tant au niveau terminologique qu'au niveau assertionnel. Ces systèmes sont basés sur la mise en place d'une taxinomie de types définis. Ils permettent de faire de :

– l'héritage, c'est-à-dire déterminer les caractéristiques d'un individu à partir de ses types d'appartenance ;

– la classification, c'est-à-dire retrouver l'ensemble des types dont un individu est instance à partir d'une description de cet individu ;

– la catégorisation, c'est-à-dire déterminer la place d'un type dans sa taxinomie. Dans [LEC 96a], nous proposons un système de construction de taxinomies basé sur ce mode de raisonnement dans le modèle des graphes conceptuels.

Dans la suite, nous nous intéressons uniquement à la sémantique définitionnelle des descriptions. Nous proposons une extension du modèle de base des graphes conceptuels qui permette de prendre en compte dans les raisonnements effectués au niveau assertionnel des mécanismes de définitions de types de concepts et de relations. Pour modéliser les descriptions, J. Sowa introduit le formalisme des abstractions (cf. [SOW 84] section 3.6) :

Définition 6. *Une abstraction n-aire est composée d'un graphe conceptuel G contenant n sommets concepts génériques particuliers appelés* **paramètres formels***. Les n paramètres formels sont repérés par n variables $x_1, \ldots x_n$ que l'on ajoute dans le champ référent des concepts.*

3.1. *Définition d'un type de concept*

J. Sowa présente ce mécanisme définitionnel comme dérivé des méthodes de définition d'Aristote. Un type de concept déjà présent dans la taxinomie des types de concepts est déclaré être le genre du nouveau type et un graphe conceptuel, ayant un sommet de ce type, décrit en quoi le nouveau type diffère de son genre. Ce mécanisme est réalisé en associant une abstraction unaire à un type de concept. Notons que l'approche proposée, et notamment le formalisme des descriptions, ne permet pas de désigner plusieurs genres dans une même description.

Définition 7. *Une définition d'un type de concept déclare une équivalence entre un type de concept et une abstraction unaire. On note* $t_c(x) \overset{déf}{\Leftrightarrow} D(x)$ *la définition du type* t_c *où x est la variable associée à l'unique sommet concept paramètre de l'abstraction D(x). Le sommet concept paramètre de l'abstraction est appelé la* **tête** *de* t_c*. Le type de ce sommet désigne le* **genre** *de* t_c*.* D *représente la* **différence** *entre* t_c *et son genre.*

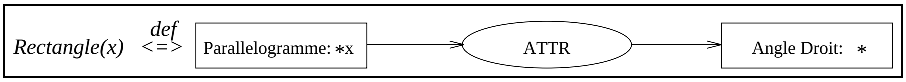


Figure 3. *Définition d'un rectangle comme un parallélogramme ayant des angles droits*

3.2. *Définition d'un type de relation*

J. Sowa propose d'étendre le mécanisme de définition d'un type par des conditions nécessaires et suffisantes aux types de relations. On peut considérer la signature d'un type atomique de relation comme une définition partielle d'un type de relation. En effet, les types maximaux des arguments expriment des conditions nécessaires pour que des concepts soient liés par une relation de ce type. Dans le cas d'un type défini de relation, on peut en plus décrire le lien qui unit ces sommets arguments.

Définition 8. *Une définition d'un type* t_r *de relation n-aire déclare une équivalence entre ce type et une abstraction n-aire* $D(x_1, ...x_n)$*. Les n sommets concepts génériques paramètres de l'abstraction sont appelés les* **arguments** *de* t_r*. Une telle définition est notée* $t_r(x_1, ...x_n) \overset{déf}{\Leftrightarrow} D(x_1, ...x_n)$.

Contrairement aux définitions de types de concepts, la définition d'un type de relation ne relève pas vraiment d'un principe aristotélicien. En effet, on ne désigne pas directement un type de relation existant à partir duquel on exprimerait une différence. En fait, on désigne une relation universelle n-aire de même arité et on exprime une différence à cette relation universelle.

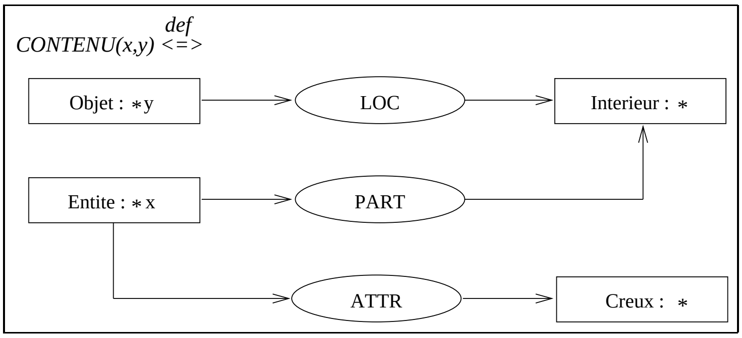


Figure 4. *Définition de la relation contenu comme un lien entre un objet et une entité creuse, l'objet étant situé à l'intérieur de l'entité*

3.3. *Restriction sur le mécanisme définitionnel*

Pour permettre l'intégration des mécanismes proposés dans les raisonnements effectués au niveau assertionnel, nous supposons dans la suite que toutes les définitions de type sont non récursives. Une définition récursive est une définition qui réfère de manière directe ou indirecte au type qu'elle définit dans sa description.

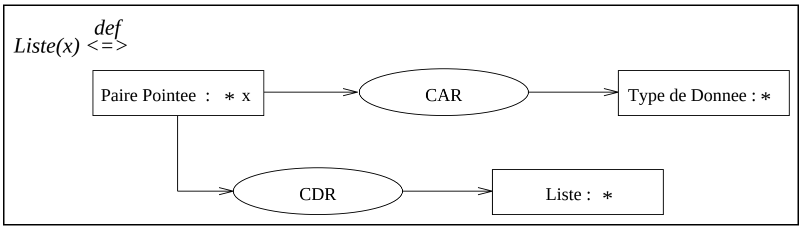


Figure 5. *Définition récursive du type liste*

Définition 9. *La définition d'un type t (de concept ou de relation) est récursive si et seulement si il existe une suite $t_1, ...t_n$ de types définis (de concepts ou de relations) telle que $t_1 = t_n = t$ et que pour chaque type t_i ($i \in [1..n-1]$), sa description associée D_i contienne un sommet du type t_{i+1}.*

Cette hypothèse est faite dans de nombreux modèles, car les définitions récursives peuvent provoquer des boucles infinies lors du calcul de la relation de subsomption entre types définis. Il est donc naturel que nous retrouvions les mêmes problèmes, dès que l'on cherche à introduire les définitions dans la relation de spécialisation. Cependant des travaux essaient de prendre en compte la récursivité. Dans le chapitre 5 de [NEB 90], B. Nebel étudie les diverses sortes de cycles terminologiques (i.e. définitions récursives) et montre que pour certains d'entre-eux le calcul de la subsomption reste possible.

D'autre part, nous interdisons la possibilité d'associer plusieurs définitions à un type donné.

4. Extension du modèle aux types définis

Les mécanismes définitionnels que nous venons d'introduire enrichissent considérablement le modèle des graphes conceptuels. En effet, ils permettent de représenter un nouveau type de connaissance terminologique. Cependant, il ne s'agit pour l'instant que de représentations. Le problème se pose de l'utilisation de ces définitions lors des phases de raisonnement. En effet, les définitions déclarent des inférences qui ne sont pas prises en compte dans la relation de spécialisation/généralisation du modèle de base des graphes conceptuels. Il faut donc étendre les capacités de raisonnement du modèle pour prendre en compte ce nouveau type de connaissance déclarative.

4.1. *Extension de la notion de support*

Les deux ensembles de types T_c et T_r sont composés de types atomiques ou définis. À chaque type défini est associée une définition. On note D l'ensemble des définitions associées aux types définis. L'ensemble des types définis de T_c et T_r est donc en bijection avec D.

Les relations $\leq_c$ et $\leq_r$ qui ordonnent T_c et T_r ne sont fixées (par l'utilisateur concepteur du support) que pour les types atomiques. La définition d'un type de concept permet d'étendre la relation $\leq_c$ donnée pour les types atomiques de concepts aux types définis de concepts. En effet, une définition de type introduit un type défini de concept comme un sous-type de son genre.

Définition 10. *Soit t_c un type défini de concept, on a $t_c \leq_c genre(t_c)$.*

Le genre d'un type défini de concept peut être atomique ou défini. Dans le cas où le genre d'un type défini t_c est lui-même un type défini t'_c alors, par transitivité de la relation $\leq_c$, t_c est un sous-type du genre de t'_c. Considérant notre restriction aux définitions non récursives, il est possible de définir le plus petit sur-type atomique d'un type défini.

Définition 11. (genre atomique) *Soit t_c un type défini de concept, on appelle genre atomique de t_c et on note $AG(t_c)$ le type atomique obtenu en appliquant n fois la fonction genre à t_c.*

On a immédiatement la propriété :

Propriété 1. *Soit t_c un type défini de concept et t'_c un type atomique de concept, $t_c \leq_c t'_c$ si et seulement si $AG(t_c) \leq_c t'_c$.*

Une définition de relation ne permet pas, de par sa différence de nature (il ne s'agit pas d'une définition aristotélicienne), d'étendre la relation $\leq_r$. Cependant elle fixe la signature de la relation.

L'application Sig n'est donc fixée (par l'utilisateur concepteur du support) que pour les types atomiques de relations. Pour les types définis, l'arité de t_r est égale à l'arité de la description. Le type de concept maximal de chacun des arguments de t_r est égal au type du paramètre formel correspondant dans sa description :

$$\forall i \in [1..n] \quad Sig_i(t_r) = type(argument_i(t_r))$$

L'application $Inst$ n'est pas modifiée si ce n'est que le type associé à un marqueur individuel peut être atomique ou défini.

Le support devient donc un sextuplet $S = (T_c, T_r, Sig, M, Inst, D)$ vérifiant les conditions énoncées ci-dessus.

4.2. *Extension de la relation de spécialisation*

On cherche à définir une extension au modèle qui permette d'utiliser les types définis de la même manière que les types atomiques. Un concept ou une relation pourront donc être spécifiés sous une forme contractée (par le biais d'un type défini) ou sous une forme expansée (en utilisant la description qui définit leur type). Les connaissances du niveau assertionnel peuvent donc être modélisées et manipulées à différents niveaux d'abstraction.

La prise en compte des définitions de types dans le raisonnement impose de considérer certains graphes comme équivalents bien qu'il n'existe pas de séquence d'opérations élémentaires de spécialisation permettant de passer de l'un à l'autre (et vice-versa). Par exemple, les deux graphes de la figure 6 peuvent être considérés équivalents lorsqu'on tient compte de la définition de la figure 3.

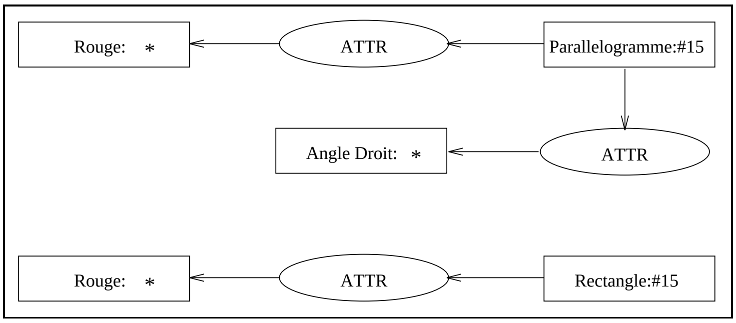


Figure 6. *Deux graphes équivalents*

De même, le graphe H de la figure 7 représente une connaissance plus spécifique que celle représentée par le graphe G bien qu'il soit impossible de passer de G à H par une séquence d'opérations de spécialisation.

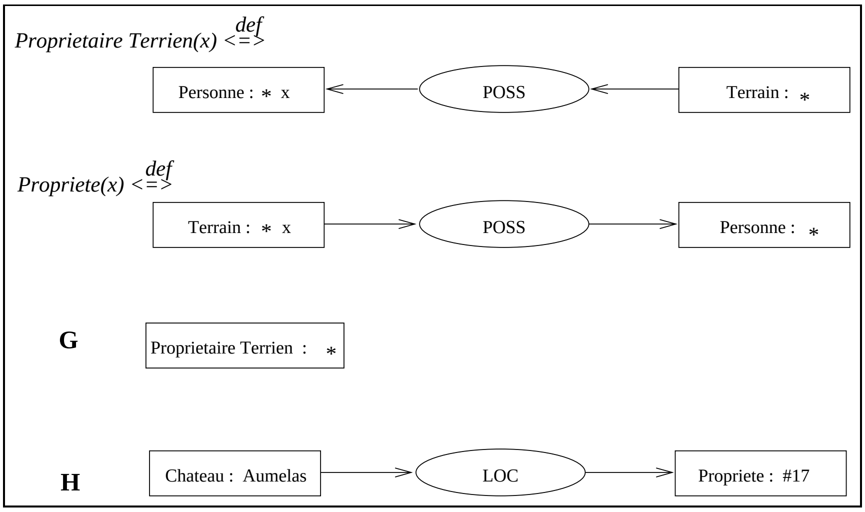


Figure 7. *H est plus spécifique que G*

Pour permettre cette exploitation des définitions, nous introduisons quatres nouvelles opérations élémentaires : les *expansions* de concept ou de relation qui permettent de remplacer un sommet ayant un type défini par sa description et les *contractions* de concept ou de relation qui réalisent l'opération inverse. Ces opérations sont des opérations internes sur l'ensemble des graphes conceptuels définis sur un support donné.

4.2.1. *Expansions*

Les opérations d'expansion dans un graphe G d'un sommet concept ou d'un sommet relation dont le type est défini sont similaires à celles décrites par J. Sowa dans [SOW 84] (cf. paragraphe 3.6), mais, à la différence des siennes, le type est entièrement remplacé par sa description tout en conservant l'information représentée par le graphe.

Définition 12. (expansion de concept) *Si G possède un sommet concept c dont le type t_c est défini par $t_c(x) \overset{déf}{\Leftrightarrow} D(x)$, H est obtenu de la manière suivante :*

1. *remplacer le type de c par son genre ;*
2. *identifier c et le sommet concept paramètre de D en conservant le référent de c dans l'étiquette du nouveau sommet.*

Cette opération doit conserver la canonicité.

Si le remplacement, dans un sommet concept, d'un type défini par son genre viole les signatures des relations voisines du sommet portant ce type alors l'expansion de ce sommet n'est pas réalisable car le résultat ne serait pas un graphe conceptuel (puisque la contrainte de canonicité serait relâchée).

Définition 13. (expansion de relation) *Si G possède un sommet relation r dont le type t_r est défini par $t_r(x_1, ...x_n) \overset{déf}{\Leftrightarrow} D(x_1, ...x_n)$, H est obtenu de la manière suivante :*

1. *restreindre*[4] *l'étiquette (type et référent) de chaque argument c_i ($i \in [1..n]$) de t_r à celle de $G_i(r)$ (le $i^{ème}$ voisin de r dans G) ;*

2. *identifier les n sommets concepts $G_i(r)$ et c_i des graphes G et D ;*

3. *supprimer r et ses arêtes incidentes de G.*

4.2.2. *Contractions*

Les contractions consistent à supprimer d'un graphe un sous-graphe correspondant à la description d'un type défini et à le remplacer par un sommet étiqueté par ce type. Ces opérations sont différentes de celles proposées par J. Sowa ([SOW 84] p.107) qui ne garantissent pas l'équivalence de l'information avant et après la contraction.

Définition 14. (contraction de concept) *Si G possède un sous-graphe G' isomorphe à la description $D(x)$*[5] *d'une définition d'un type de concept t_c (le sommet concept c de G' correspondant au paramètre de la description $D(x)$ pouvant néanmoins avoir un marqueur individuel comme référent) et tel que G' est connecté au reste de G uniquement par c, H est obtenu de la manière suivante :*

1. *remplacer le type de c par t_c ;*

2. *supprimer le sous-graphe $G' \setminus \{c\}$ de G.*

Cette opération doit conserver la conformité.

Définition 15. (contraction de relation) *Si G possède un sous-graphe G' isomorphe à la description $D(x_1, ...x_n)$ d'une définition d'un type de relation t_r (les étiquettes des sommets concepts c_i ($i \in [1..n]$) de G' correspondant aux paramètres de la description $D(x_1, ...x_n)$ pouvant néanmoins avoir des types inférieurs aux arguments de t_r et des marqueurs individuels comme référents) et tel que G' est connecté au reste de G uniquement par les sommets concepts c_i ($i \in [1..n]$) de G', H est obtenu de la manière suivante :*

1. *ajouter à G un sommet relation r étiqueté par t_r ;*

2. *$\forall i \in [1..n]$ lier la $i^{ème}$ arête issue de r au sommet concept c_i de G' ;*

3. *supprimer le sous-graphe $G' \setminus \{c_1, ...c_n\}$ de G.*

4. La restriction est toujours possible puisque les voisins de r doivent respecter la signature de t_r.

5. La variable x sur le sommet concept paramètre de la description n'est pas considérée dans l'isomorphisme.

4.2.3. *Relation de spécialisation*

La nouvelle définition de la relation de spécialisation/généralisation devient donc :

Définition 16. *H est une spécialisation de G, noté $H \leq_D G$, si et seulement si il existe une séquence d'opérations élémentaires de spécialisation, de contraction ou d'expansion permettant de transformer G en H.*

De même, G est une généralisation de H si et seulement si il existe une séquence d'opérations élémentaires de généralisation, de contraction ou d'expansion permettant de transformer H en G.

À chaque opération élémentaire de spécialisation correspond une opération élémentaire de généralisation et à une opération de contraction correspond une opération d'expansion et vice-versa. Le théorème 1 reste donc valide pour les nouvelles définitions des relations de spécialisation et généralisation : G est une généralisation de H si et seulement si H est une spécialisation de G.

4.3. *Calcul de la relation de spécialisation*

Dans le modèle de base, l'opération de projection permet de déterminer directement si un graphe conceptuel est plus spécialisé qu'un autre. Cette opération reste consistante sur le modèle étendu mais n'est plus complète. Par exemple, les graphes de la figure 6 n'admettent pas de projection l'un sur l'autre. De même, le graphe G de la figure 7 ne se projette pas sur le graphe H.

En fait, si on peut passer d'un graphe G à un graphe H sans utiliser ni opération d'expansion, ni opération de contraction alors il existe une projection de H dans G puisqu'on n'utilise que des opérations élémentaires de spécialisation. Dans le cas contraire, il n'y a pas de projection.

Pour retrouver la complétude de la projection par rapport à la relation de spécialisation dans le modèle étendu aux définitions de type, nous réutilisons la notion de forme atomique d'un graphe telle qu'elle est définie dans [LEC 96a].

4.3.1. *Forme atomique d'un graphe*

La forme atomique d'un graphe G, notée $AF(G)$, est un graphe G' équivalent à G mais ne contenant que des types atomiques. Ce graphe est calculé par une série d'expansions de types de concepts ou de relations.

Proposition 1. *Les définitions de types étant supposées non récursives, la mise sous forme atomique d'un graphe est donc réalisable en un nombre fini d'opérations d'expansion de type.*

Preuve

> Soit G un graphe conceptuel contenant des types définis de concept et de relation. Une expansion de relation étant toujours réalisable, il est possible de calculer un graphe G' équivalent à G ne contenant pas de types définis de relation à partir de G. Il suffit d'expanser les types définis de relations jusqu'à ce qu'il

n'y en ait plus. Les ensembles de types étant finis, un graphe conceptuel ayant un nombre fini de sommets et les définitions de types étant non récursives, G' est calculable en un nombre fini d'opérations d'expansions de type de relation.

Soit un sommet concept c de G' ayant un type défini, montrons que l'expansion de son type est réalisable. Pour qu'elle le soit, il faut que le graphe résultant vérifie la contrainte de canonicité. G' vérifiant cette contrainte, on sait donc que pour tout sommet relation r voisin de c (avec $c = G_i(r)$) on a :

$$type(c) \leq_c Sig_i(type(r))$$

D'autre part le type de r est atomique par construction de G'. Par la propriété 1 nous avons donc $AG(type(c)) \leq_c Sig_i(type(r))$. *À fortiori*

$$genre(type(c)) \leq_c Sig_i(type(r))$$

Il est donc possible de calculer un graphe G'' équivalent à G' en expansant tous les sommets concepts de G' contenant des types définis.

Les définitions de concept pouvant elles-mêmes contenir des types définis de concepts ou de relations, il faut renouveler les deux étapes précédentes jusqu'à obtenir un graphe ne contenant que des types atomiques. Les ensembles de types et les graphes conceptuels étant finis, les définitions de types étant non récursives, ce graphe est calculable en un nombre fini d'opérations d'expansions de types. □

Bien que l'opération de mise sous forme atomique d'un graphe ne soit pas déterministe (l'ordre dans lequel les expansions sont réalisées n'étant pas fixé), le graphe résultant est unique à un isomorphisme près. Nous le démontrons à l'aide des systèmes de Church-Rosser que G. Chaty et M. Chein [CHA 81] proposent comme outil d'étude des propriétés d'unicité des techniques de réduction de graphes.

Soit $\mathcal{G}$ l'ensemble des classes de graphes conceptuels bien-formés isomorphes. Nous définissons sur $\mathcal{G}$ la relation $\mathcal{R}$ de la manière suivante :

> $C_g \mathcal{R} C_h$ *si et seulement si* $\exists G \in C_g$ *et* $\exists H \in C_h$ *tels que H est obtenu à partir de G par une opération d'expansion.*

La mise sous forme atomique d'un graphe étant réalisable en un nombre fini d'opérations d'expansion de type (cf. proposition précédente), $\mathcal{R}$ est donc une relation *noethérienne*.

Propriété 2. *[HUE 80] : une relation noethérienne est confluente si et seulement si elle est localement confluente.*

Théorème 5. $\mathcal{R}$ *est confluente.*

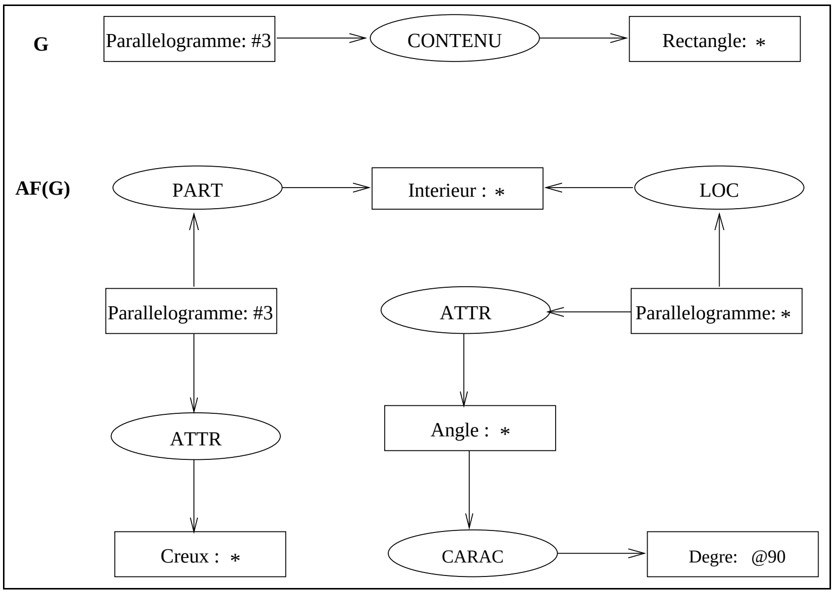


Figure 8. *Exemple de forme atomique. En plus des types Rectangle et Contenu définis précédemment, on considère le type Angle Droit défini comme un Angle de 90 degrés*

Preuve

Il faut donc démontrer que $\mathcal{R}$ est localement confluente, c'est-à-dire que :
$\forall C_g, C_{g_1}, C_{g_2} \in \mathcal{G}$
si $C_g \mathcal{R} C_{g_1}$ *et* $C_g \mathcal{R} C_{g_2}$ *alors* $\exists C_h \in \mathcal{G}$ *tel que* $C_{g_1} \mathcal{R}^* C_h$ *et* $C_{g_2} \mathcal{R}^* C_h$
où $\mathcal{R}^*$ *représente la fermeture réflexo-transitive de* $\mathcal{R}$.

Soit $G \in C_g$ et $G_1 \in C_{g_1}$ tels que $G_1 =$*EXP*(G, s) où s est un sommet (concept ou relation) de G. Et soit $G' \in C_g$ et $G_2 \in C_{g_2}$ tels que $G_2 =$*EXP*(G', s') où s' est un sommet (concept ou relation) de G'. G et G' appartenant tous les deux à C_g, ils sont donc isomorphes.

Supposons qu'il existe un isomorphisme σ de G sur G' tel que $\sigma(s) = s'$, alors G_1 est isomorphe à G_2 et donc $C_{g_1} = C_{g_2}$.

Dans les autres cas, soit σ un isomorphisme de G sur G' et soit $s_i \in G'$ l'image de s par σ et $s_a \in G$ l'antécédent de s' par σ : $\sigma(s) = s_i$ et $\sigma(s_a) = s'$. On a alors *EXP*(G_1, s_a) isomorphe à *EXP*(G_2, s_i). □

La forme atomique d'un graphe est obtenue par une séquence d'expansions. Cette forme ne contient que des types atomiques, aucune autre expansion n'est donc réalisable. La classe $C_a \in \mathcal{G}$ d'appartenance de la forme atomique d'un graphe appartenant à une classe $C_g \in \mathcal{G}$ est donc la forme $\mathcal{R}$-*normale* de C_g.

Propriété 3. *[HUE 80] : si une relation R est confluente alors la forme R-normale de tout élément, si elle existe, est unique.*

Cette propriété et le théorème précédent nous permettent de conclure que la forme atomique d'un graphe est unique à un isomorphisme près.

Soit t_c un type de concept défini par $t_c(x) \overset{déf}{\Leftrightarrow} D_c(x)$ et t_r un type de relation défini par $t_r(x_1, ...x_n) \overset{déf}{\Leftrightarrow} D_r(x_1, ...x_n)$, nous définissons les notions de :

– ***description atomique*** de t_c (resp. t_r), notée $AD(t_c)$ (resp. $AD(t_r)$), qui est la forme atomique de D_c (resp. D_r) ;

– ***tête atomique*** de t_c, notée $AH(t_c)$, qui est le sommet concept de $AD(t_c)$ qui correspond à la tête de t_c ;

– ***arguments atomiques*** de t_r, notés $AA_i(t_r)$, qui sont les sommets concepts de $AD(t_r)$ qui correspondent aux arguments de t_r ;

Notons également que le genre atomique de t_c est le type de $AH(t_c)$ dans $AD(t_c)$.

4.3.2. *La projection et la relation de spécialisation*

Les lemmes et théorèmes de cette section démontrent le lien entre projection et spécialisation sur le modèle étendu. L'idée est que si $G \leq_D H$ alors il existe une séquence d'opérations élémentaires de spécialisation (et donc une projection) permettant de passer de la forme atomique de H à la forme atomique de G. Pour cela, nous montrons que les formes atomiques de deux graphes sont comparables par la relation de spécialisation du modèle de base si et seulement si ces deux graphes sont comparables par la relation de spécialisation du modèle étendu.

La forme atomique d'un graphe étant obtenue par une séquence d'expansions de sommets concepts, on a donc trivialement :

Propriété 4. $AF(G) \leq_D G$ *et* $G \leq_D AF(G)$.

Lemme 1. *Si* $AF(H) \leq AF(G)$ *alors* $H \leq_D G$.

Preuve

Par définition de $\leq_D$ on a : si $AF(H) \leq AF(G)$ alors $AF(H) \leq_D AF(G)$. D'autre part, par la propriété précédente, on a $H \leq_D AF(H)$ et $AF(G) \leq_D G$. Par transitivité de $\leq_D$ on a donc $H \leq_D G$. □

Montrons maintenant la réciproque. Dans ce but, nous montrons d'abord qu'à toute opération élémentaire du modèle étendu permettant de spécialiser un graphe G en un graphe H correspond une séquence d'opérations élémentaires dans le modèle de base qui permet de spécialiser la forme atomique de G en la forme atomique de H (la correspondance détaillée est donnée en annexe) :

– à une opération de joint sur des concepts de types atomiques correspond la même opération de joint sur la forme atomique ;

– à une opération de joint sur des concepts de types définis correspond une séquence d'opérations de joint et de simplification sur la forme atomique ;

– à une opération de simplification sur des relations de types atomiques correspond la même opération de simplification sur la forme atomique ;

– à une opération de simplification sur des relations de types définis correspond une séquence d'opérations de joint et de simplification sur la forme atomique ;

– à une opération de restriction de référent correspond la même opération de restriction de référent sur la forme atomique ;

– à une opération de restriction de concept d'un type atomique à un autre type atomique correspond la même opération de restriction sur la forme atomique ;

– à une opération de restriction de concept d'un type atomique à un type défini correspond une opération de restriction de type et une opération de joint externe sur la forme atomique ;

– à une opération de restriction de concept d'un type défini à un autre type défini correspond une séquence d'opérations de joint externe, de joints internes et de simplifications sur la forme atomique ;

– à une opération de restriction de relation (sur des types forcément atomiques) correspond la même opération de restriction sur la forme atomique ;

– et à une opération de contraction ou d'expansion de concept ou de relation correspond la séquence vide d'opérations sur la forme atomique.

Lemme 2. *Si $H \leq_D G$ alors $AF(H) \leq AF(G)$.*

Preuve

A chacune des opérations élémentaires de spécialisation, de contraction ou d'expansion permettant de passer d'un graphe G à un graphe H, on peut associer une séquence d'opérations élémentaires de spécialisation sur les formes atomiques de G et H. Par composition des opérations élémentaires de spécialisation, on a donc $AF(H) \leq AF(G)$ quand $H \leq_D G$. □

Ainsi, à toute séquence d'opérations élémentaires permettant de spécialiser un graphe G en un graphe H, on peut associer des séquences équivalentes décomposables en trois sous-séquences d'opérations distinctes :

1. une séquence d'opérations d'expansion permettant de passer de G à la forme atomique de G ;

2. une séquence d'opérations élémentaires de spécialisation permettant de passer de la forme atomique de G à la forme atomique de H ;

3. une séquence d'opérations de contraction permettant de passer de la forme atomique de H à H.

Les deux lemmes précédents nous permettent d'établir le théorème suivant :

Théorème 6. $H \leq_D G$ *si et seulement si il existe une projection de* $AF(G)$ *sur* $AF(H)$.

Preuve

> Considérant les deux lemmes précédents qui établissent que $H \leq_D G$ si et seulement si $AF(H) \leq AF(G)$ et le théorème 2 qui établit que $H' \leq G'$ si et seulement si il existe une projection de G' dans H', on obtient immédiatement : $H \leq_D G$ si et seulement si il existe une projection de $AF(G)$ dans $AF(H)$. □

5. Sémantique logique

On étend l'opérateur ϕ d'interprétation logique des éléments du modèle aux définitions de type de façon à tenir compte de l'équivalence exprimée entre un type défini et sa description. Soit $t(x_1, ...x_n) \overset{déf}{\Leftrightarrow} D(x_1, ...x_n)$ une définition d'un type de concept ou de relation, on construit la formule logique associée à cette définition, notée $\phi(Déf(t))$ de la manière suivante :

1. associer à t un prédicat n-aire ;

2. associer à la partie gauche de la définition l'atome $t(x_1, ...x_n)$;

3. associer à la partie droite de la définition la formule $\phi(D(x_1, ...x_n))$ calculée de la même manière que $\phi(D)$ (cf. paragraphe 2.4) mais laissant libres les variables $x_1, ...x_n$ correspondant aux paramètres de D ;

4. connecter les formules associées aux parties gauche et droite par une équivalence logique ;

5. quantifier universellement les variables $x_1, ...x_n$.

L'interprétation par ϕ des définitions de *Rectangle* et *Contenu* données dans les figures 3 et 4 permet d'obtenir les formules :

$\forall x(Rectangle(x) \leftrightarrow \exists y(Parallélogramme(x) \wedge AngleDroit(y) \wedge Attr(x, y)))$

$\forall x \forall y(Contenu(x, y) \leftrightarrow \exists z \exists w(Objet(y) \wedge Intérieur(z) \wedge Entité(x) \wedge Creux(w)$
$\wedge Loc(y, z) \wedge Part(x, z) \wedge Attr(x, w)))$

5.1. *Interprétation des opérations de contraction et expansion*

En tenant compte de l'interprétation logique des définitions de type, on peut montrer que les opérations élémentaires de contraction et d'expansion conservent l'équivalence logique des formules associées à leurs graphes avant et après l'opération.

Propriété 5. *Si H est obtenu à partir de G par une opération d'expansion d'un type défini t ou G est obtenu à partir de H par l'opération de contraction inverse alors $\phi(Déf(t)) \vdash \phi(G) \leftrightarrow \phi(H)$.*

Preuve

Supposons que l'on passe de G à H par une opération d'expansion d'un sommet concept c, et soit $t(x) \overset{déf}{\Leftrightarrow} D(x)$ la définition de son type. On a donc $\phi(Déf(t)) = \forall x(t(x) \leftrightarrow F_D[x])$ où $F_D[x]$ correspond à l'interprétation logique de $D(x)$, la description de t.

Si c est un sommet concept générique alors $\phi(G) = FE(t(x) \wedge A[x])$ et $\phi(H) = FE(F_D[x] \wedge A[x])$ (FE désignant la fermeture existentielle) et $A[x]$ et $F_D[x]$ ne contiennent pas de variable commune autre que x. Considérant $\phi(Déf(t))$, on a $\phi(G) \leftrightarrow \phi(H)$ est une formule valide.

Si c possède un marqueur individuel m alors $\phi(G) = t(m) \wedge FE(A)$ et $\phi(H) = FE(F_D[m] \wedge A)$ où $FE(F_D[m]) = Subst_{[x/m]}(FE(F_D[x]))$ et A et $F_D[m]$ ne contiennent pas de variable commune. Considérant $\phi(Déf(t))$, on a $\phi(G) \leftrightarrow \phi(H)$ est une formule valide.

Supposons que l'on passe de G à H par une opération d'expansion d'un sommet relation r, et soit $t(x_1, ...x_n) \overset{déf}{\Leftrightarrow} D(x_1, ...x_n)$ la définition de son type. On a donc $\phi(Déf(t)) = \forall x_1 ... \forall x_n(t(x_1, ...x_n) \leftrightarrow F_D[x_1, ...x_n])$ où $F_D[x_1, ...x_n]$ correspond à l'interprétation logique de $D(x_1, ...x_n)$, la description de t.

$\phi(G) = FE(t(t_1, ...t_n) \wedge A[t_1, ...t_n])$ et $\phi(H) = FE(F_D[t_1, ...t_n] \wedge A[t_1, ...t_n])$ où $t_1, ...t_n$ sont des termes constants ou variables selon que les sommets concepts voisins de r sont génériques ou individuels.

$FE(F_D[t_1, ...t_n]) = Subst_{[x_1/t_1, ...x_n/t_n]}(FE(F_D[x_1, ...x_n]))$ et $A[t_1, ...t_n]$ et $F_D[t_1, ...t_n]$ ne contiennent pas de variable commune autre que celles qui apparaissent dans $t_1, ...t_n$. Considérant $\phi(Déf(t))$, on a $\phi(G) \leftrightarrow \phi(H)$ est une formule valide. □

5.2. *Consistance du modèle étendu*

On note $\phi(\mathcal{D})$ l'ensemble des formules logiques disjointes deux à deux correspondant à l'interprétation des définitions de types. On peut alors montrer que la relation de généralisation sur le modèle étendu aux définitions de types correspond toujours à de la déduction sur les formules logiques associées.

Théorème 7. *Si $G \leq_D H$ alors $\phi(\mathcal{S}), \phi(\mathcal{D}), \phi(G) \vdash \phi(H)$.*

Preuve

> En tenant compte de $\phi(\mathcal{S})$, M. Chein et M.L. Mugnier ont montré que les opérations élémentaires de généralisation correspondent à des règles d'inférence logique sur les formules associées aux graphes par ϕ [CHE 92]. La contraction et l'expansion correspondent à des règles d'équivalence logique si l'on tient compte de $\phi(\mathcal{D})$ (cf. propriété 5). On a donc bien, par composition des différentes opérations, $\phi(G) \rightarrow \phi(H)$ est une formule valide. □

D'autre part, soit $AF(G)$ la forme atomique d'un graphe G on a trivialement :

Propriété 6. $\phi(\mathcal{D}) \vdash \phi(G) \leftrightarrow \phi(AF(G))$.

5.3. *Complétude du modèle étendu*

Comme dans le modèle des bases, les graphes et les descriptions des définitions de types doivent être sous forme normale pour conserver la complétude de la généralisation par rapport à la déduction logique sur l'ensemble des formules associées aux graphes conceptuels.

Cette restriction reste cependant insuffisante. En effet, un graphe sous forme normale dont un sommet concept est porteur d'un marqueur individuel m peut contenir un type défini dont la description également sous forme normale peut posséder un sommet concept ayant le même marqueur individuel m. Par exemple, le graphe H de la figure 9 ne peut être spécialisé pour obtenir le graphe G bien que la formule logique associée au graphe G implique la formule logique associée au graphe H.

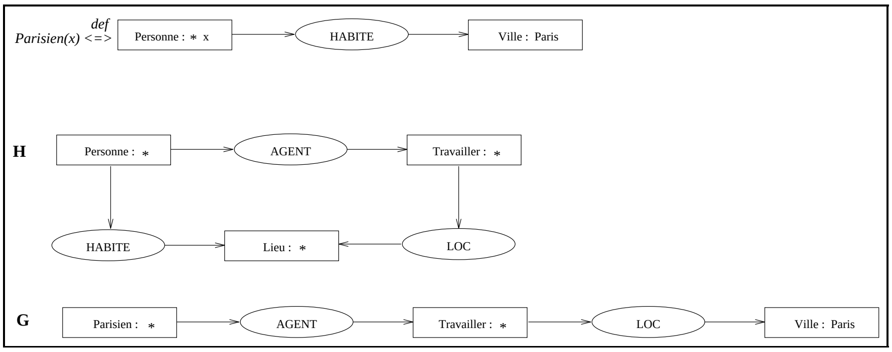


Figure 9. *Exemple d'incomplétude du modèle bien que les graphes soient sous forme normale.* $G \nleq_D H$ *mais* $\phi(\mathcal{S}), \phi(\mathcal{D}), \phi(G) \vdash \phi(H)$

Pour retrouver la complétude il faut que les formes atomiques des graphes comparés soient sous forme normale.

Théorème 8. *Soit* G *et* H *deux graphes dont les formes atomiques sont sous forme normale :* $\phi(\mathcal{S}), \phi(\mathcal{D}), \phi(G) \vdash \phi(H)$ *si et seulement si* $G \leq_D H$.

Preuve

Si $\phi(\mathcal{S}), \phi(\mathcal{D}), \phi(G) \vdash \phi(H)$ alors, par la propriété 6 sur les formes atomiques des graphes, nous avons $\phi(\mathcal{S}), \phi(\mathcal{D}), \phi(AF(G)) \vdash \phi(AF(H))$.

La méthode de résolution doit donc permettre de produire la clause vide à partir des clauses sous-jacentes à l'ensemble $\{\phi(\mathcal{S}), \phi(\mathcal{D}), \phi(AF(G)), \neg\phi(AF(H))\}$. Les différentes clauses de l'ensemble de départ ont les formes suivantes :

• les formules de $\phi(\mathcal{S})$ sont de la forme :

$$\forall x_1 ... \forall x_n (t(x_1, ...x_n) \rightarrow t'(x_1, ...x_n))$$

où t et t' sont les prédicats associés aux types comparables par la relation de sous-typage et n est l'arité de ces prédicats ($n = 1$ pour les types de concepts). À chaque formule correspondra donc une clause de la forme :

$$\neg t(x_1, ...x_n) \vee t'(x_1, ...x_n)$$

• les formules de $\phi(\mathcal{D})$ sont de la forme :

$$\forall x_1 ... \forall x_n (t_d(x_1, ...x_n) \leftrightarrow \exists y_1 ... \exists y_m (P_1[x_1, ...x_n, y_1, ...y_m] \wedge ... P_k[x_1, ...x_n, y_1, ...y_m]))$$

où t_d est le prédicat correspondant au type défini et les P_i sont les prédicats associés aux types des sommets de la description. Les paramètres de ces prédicats sont soit les variables arguments du type défini $x_1, ...x_n$, soit les variables correspondant aux autres sommets concepts génériques de la description $y_1, ...y_m$, soit des constantes correspondant à des marqueurs individuels de cette description. À chaque formule correspondra donc k clauses de la forme :

$$\neg t_d(x_1, ...x_n) \vee P_i[x_1, ...x_n, f_1(x_1, ...x_n), ...f_m(x_1, ...x_n)]$$

(les fonctions f_i provenant de la skolémisation des variables y_i quantifiées existentiellement), et une clause de la forme :

$$t_d(x_1, ...x_n) \vee \neg P_1[x_1, ...x_n, y_1, ...y_m] \vee ... \neg P_k[x_1, ...x_n, y_1, ...y_m]$$

• la formule $\phi(AF(G))$ a la forme :

$$\exists x_1 ... \exists x_n (Q_1[x_1, ...x_n] \wedge ... Q_m[x_1, ...x_n])$$

où les prédicats Q_i correspondent aux types des sommets de $AF(G)$. La mise sous forme clausale de cette formule produira m clauses de la forme :

$$Q_i[a_1, ...a_n]$$

où les a_i sont les constantes de Skolem issues des variables x_i quantifiées existentiellement ;

- la formule $\neg\phi(AF(H))$ a la forme :

$$\neg\exists x_1...\exists x_n(R_1[x_1,...x_n] \wedge ...R_l[x_1,...x_n])$$

où les prédicats R_i correspondent aux types des sommets de $AF(H)$. La mise sous forme clausale de cette formule produira une clause de la forme :

$$\neg R_1[x_1,...x_n] \vee ...\neg R_l[x_1,...x_n]$$

Nous pouvons donc mettre en évidence une séquence de règles de résolution se terminant par la clause vide qui efface les atomes $\neg R_i[x_1,...x_n]$ de la clause associée à $\neg\phi(AF(H))$. Une telle séquence n'a pas besoin d'utiliser les clauses associées aux définitions de types car l'application de règles de résolution avec ces clauses ne feraient qu'introduire un nouveau prédicat (le prédicat correspondant au type défini) qui ne pourrait être effacé autrement qu'en réintroduisant le type qu'il a permis d'effacer.

On peut donc par la méthode de résolution produire la clause vide à partir des clauses de l'ensemble $\{\phi(\mathcal{S}), \phi(AF(G)), \neg\phi(AF(H))\}$. Les formules associées aux définitions de l'ensemble $\phi(\mathcal{D})$ n'étant pas nécessaires.

On a donc $\phi(\mathcal{S}), \phi(AF(G)) \vdash \phi(AF(H))$. Par le théorème 4 on obtient donc $AF(G) \leq AF(H)$ qui par le lemme 1 nous permet de conclure $G \leq_D H$.

La réciproque est immédiate par le théorème 7. □

Une solution pour avoir les formes atomiques sous forme normale, consiste à redéfinir les opérations d'expansions afin que la forme atomique d'un graphe sous forme normale soit aussi sous forme normale. Il suffit en fait de rajouter l'étape suivante aux opérations d'expansion d'un type défini t, ayant D comme description, dans un graphe G (cf. définitions 12 et 13) :

identifier les couples de sommets de G et D ayant le même marqueur individuel m.

Cette opération est toujours réalisable si les graphes considérés respectent la conformité. En effet, si les types des sommets concepts à identifier ne sont pas identiques, on peut alors utiliser $Inst(m)$ comme type du sommet concept résultant.

Une autre possibilité est de ne pas autoriser l'utilisation de marqueurs individuels dans les définitions de types. De cette façon, les formes atomiques de graphes sous forme normale sont forcément sous forme normale.

6. Extension des relations de sous-typage par classification

Nous étudions dans cette dernière partie l'ensemble des relations de sous-typage que le modèle étendu aux définitions de type permet d'inférer. Pour cela, nous élargissons la relation de spécialisation aux abstractions de la façon suivante :

Définition 17. $D'(x_1,...x_n) \leq_D D(x_1,...x_n)$ *si et seulement si :*

– *les deux abstractions ont le même nombre de paramètres formels ;*

– *il existe une séquence d'opérations élémentaires de spécialisation, de contraction ou d'expansion permettant de transformer D en D' de telle manière que les paramètres formels de D se retrouvent être les paramètres formels de D'.*

Le théorème de consistance reste valide pour les abstractions :

Théorème 9. *Si $D'(x'_1, ...x'_n) \leq_D D(x_1, ...x_n)$ alors :*

$$\phi(\mathcal{S}), \phi(\mathcal{D}) \vdash \forall x_1 ... \forall x_n (\phi(D'(x_1, ...x_n)) \rightarrow Subst_{[x'_1/x_1, ...x'_n/x_n]}(\phi(D(x'_1, ...x'_n))))$$

Preuve

Pour démontrer ce théorème, nous réutilisons la notion de S-substitution introduite par M. Chein et M.L. Mugnier dans [CHE 92]. Une S-substitution d'une formule logique $\phi(G)$ associée à un graphe conceptuel G dans une formule logique $\phi(H)$ associée à un graphe conceptuel H est une application qui à chaque terme et chaque atome de $\phi(G)$ associe un terme ou un atome de $\phi(H)$. Les contraintes imposées à cette application sont telles qu'il existe une S-substitution de $\phi(G)$ dans $\phi(H)$ si et seulement si G se projette dans H. Le théorème de consistance du modèle de base (cf. théorème 3) et le théorème 2 permettent d'étendre cette propriété à l'implication logique des formules. On a donc : s'il existe une S-substitution de $\phi(G)$ dans $\phi(H)$ alors $\phi(\mathcal{S}) \vdash \phi(H) \rightarrow \phi(G)$.

Si $D'(x'_1, ...x'_n) \leq_D D(x_1, ...x_n)$ alors, par le théorème 6, il existe une projection de la forme atomique de D' dans la forme atomique de D telle que les paramètres de la forme atomique de D' ont pour images les paramètres de la forme atomique de D respectivement. Il existe donc une S-substitution de $\phi(AF(D'))$ dans $\phi(AF(D))$ qui associe aux variables $x'_1, ...x'_n$ correspondant aux paramètres de $AF(D')$ les variables $x_1, ...x_n$ correspondant aux paramètres de $AF(D)$ respectivement.

On a donc en tenant compte de $\phi(\mathcal{S})$:

$$(\exists x_1 ... \exists x_n (\phi(AF(D(x_1, ...x_n))))) \rightarrow (\exists x'_1 ... \exists x'_n (\phi(AF(D'(x'_1, ...x'_n)))))$$

est une formule valide et $x'_1 = x_1, ...x'_n = x_n$.

On peut donc en déduire la validité de la formule :

$$\forall x_1 ... \forall x_n (\phi(AF(D(x_1, ...x_n))) \rightarrow Subst_{[x'_1/x_1, ...x'_n/x_n]}(\phi(AF(D'(x'_1, ...x'_n)))))$$

La propriété 6, nous permet de conclure qu'étant donné $\phi(\mathcal{S})$ et $\phi(\mathcal{D})$:

$$\forall x_1 ... \forall x_n (\phi(D(x_1, ...x_n)) \rightarrow Subst_{[x'_1/x_1, ...x'_n/x_n]}(\phi(D'(x'_1, ...x'_n))))$$

est une formule valide. □

L'interprétation logique des définitions de type et ce théorème nous permettent d'obtenir le corollaire :

Corollaire 1. *Soit $t(x_1, ...x_n) \overset{déf}{\Leftrightarrow} D(x_1, ...x_n)$ et $t'(x_1, ...x_n) \overset{déf}{\Leftrightarrow} D'(x_1, ...x_n)$ deux définitions de type de concept (avec $n = 1$) ou de relation. Si $D'(x_1, ...x_n) \leq_D D(x_1, ...x_n)$ alors $\phi(\mathcal{S}), \phi(\mathcal{D}) \vdash \forall x_1 ... \forall x_n (t'(x_1, ...x_n) \rightarrow t(x_1, ...x_n))$.*

Ce corollaire montre que le fait qu'une définition de type soit plus spécialisée qu'une autre entraîne l'interprétation logique d'une relation de sous-typage entre les deux types. On peut donc ajouter ces relations de sous-typage dans le support sans modifier les inférences réalisées dans le modèle étendu aux définitions de types.

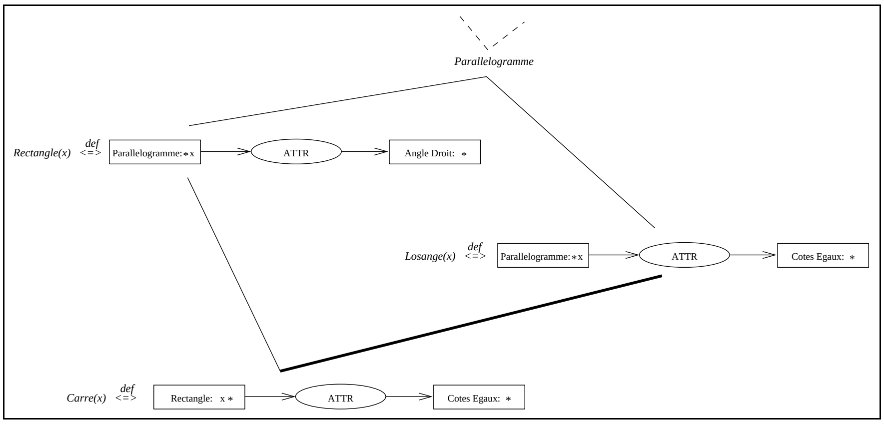


Figure 10. *Exemple d'extension de la relation $\leq_c$: $Carre$ devient sous-type de $Losange$*

Une propriété similaire permet d'étendre la relation $\leq_r$ entre les types atomiques et les types définis de relation :

Propriété 7. *Soit t un type atomique de relation et t' un type de relation de même arité défini par $D'(x_1, ...x_n)$. Si $AD(t')$, la description atomique de t', contient un sommet relation r dont les n arêtes adjacentes relient les n arguments atomiques de t' de telle manière que l'arête i relie l'argument i (pour tout i compris entre 1 et n) et tel que $type(r) \leq_r t$, alors $\phi(\mathcal{S}), \phi(\mathcal{D}) \vdash \forall x_1 ... \forall x_n (t'(x_1, ...x_n) \rightarrow t(x_1, ...x_n))$.*

Preuve

L'interprétation des définitions de types par ϕ nous donne :

$$\phi(\mathcal{D}) \vdash \forall x_1 ... \forall x_n (t'(x_1, ...x_n) \leftrightarrow F_{D'}[x_1, ...x_n])$$

où $F_{D'}[x_1, ...x_n]$ correspond à l'interprétation logique de $D'(x_1, ...x_n)$, la description de t'.

La propriété 6 qui donne l'équivalence entre la formule logique associée à un graphe et la formule logique associée à sa forme atomique permet d'obtenir :

$$\phi(\mathcal{D}) \vdash \forall x_1 ... \forall x_n (t'(x_1, ...x_n) \leftrightarrow F_{AD(t')}[x_1, ...x_n])$$

où $F_{AD(t')}[x_1, ...x_n]$ correspond à l'interprétation logique de $AD(t')$, la description atomique de t'.

Si $AD(t')$ contient un sommet relation de type t_r reliant les n arguments atomiques de t' dans le même ordre alors l'interprétation logique de $AD(t')$ est de la forme :

$$\exists y_1 ... \exists y_m (t_r(x_1, ...x_n) \wedge P_1[x_1, ...x_n, y_1, ...y_m] \wedge ... P_k[x_1, ...x_n, y_1, ...y_m])$$

où t_r est le prédicat correspondant au type atomique t_r et les P_i sont les prédicats associés aux types des autres sommets de la description atomique de t'.

On a donc :

$$\phi(\mathcal{D}) \vdash \forall x_1 ... \forall x_n (t'(x_1, ...x_n) \rightarrow t_r(x_1, ...x_n))$$

Le type t_r étant supposé être un sous-type de t on a par ailleurs :

$$\phi(\mathcal{S}) \vdash \forall x_1 ... \forall x_n (t_r(x_1, ...x_n) \rightarrow t(x_1, ...x_n))$$

On peut donc conclure :

$$\phi(\mathcal{S}), \phi(\mathcal{D}) \vdash \forall x_1 ... \forall x_n (t'(x_1, ...x_n) \rightarrow t(x_1, ...x_n))$$

$\square$

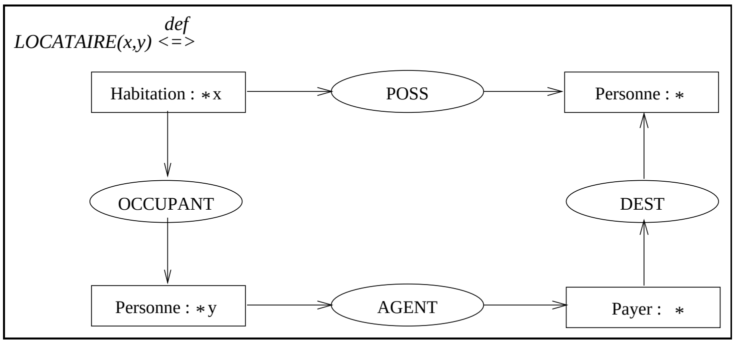


Figure 11. *Exemple d'extension de la relation $\leq_r$: $Locataire$ devient sous-type du type atomique $Occupant$*

Ainsi les relations de sous-typage entre types atomiques peuvent être étendues aux types définis selon les critères suivants :

– $\forall t, t', t'' \in T_c$ *avec* t'' *atomique,* $t(x) \overset{déf}{\Leftrightarrow} D(x)$ *et* $t'(x) \overset{déf}{\Leftrightarrow} D'(x)$ *:*
  – $t \leq_c t'$ *si et seulement si* $D(x) \leq_D D'(x)$*,*
  – $t \leq_c t''$ *si et seulement si* $AG(t) \leq_c t''$ *;*

– $\forall t, t', t'' \in T_r$ *avec* t'' *atomique,* $t(x_1, ...x_n) \overset{déf}{\Leftrightarrow} D(x_1, ...x_n)$ *et* $t'(x_1, ...x_n) \overset{déf}{\Leftrightarrow} D'(x_1, ...x_n)$ *:*

  – $t \leq_r t'$ *si et seulement si* $D(x_1, ...x_n) \leq_D D'(x_1, ...x_n)$*,*

  – $t \leq_r t''$ *si et seulement si* $AD(t)$ *contient un sommet relation* r *dont les* n *arêtes adjacentes connectent les* n *arguments atomiques de* t *dans le même ordre que l'ordre de ces arguments et dont le type* t_r *est tel que* $t_r \leq_r t''$*.*

Ces critères sont à la base d'un système de classification automatique de types présenté dans [CHE 94, LEC 96a]. Ce système permet l'insertion de types définis de concept ou relation dans leur taxinomie respective. Le calcul de la position d'un type défini est réalisé en effectuant une exploration de sa taxinomie à partir du supremum. Pour chaque type rencontré lors de l'exploration, les critères de sous-typage précédents sont testés en utilisant l'opération de projection sur les descriptions atomiques. Une étude de la mise en œuvre de cette opération a été réalisée dans [LEC 95].

7. Conclusion

Nous avons proposé dans cet article une extension du modèle de base des graphes conceptuels qui permet d'enrichir les connaissances terminologiques du modèle. Cette extension est basée sur le formalisme des abstractions et le mécanisme de définition de types de concept et de relation proposé par J. Sowa.

Dans un premier temps, nous avons clarifié la sémantique du lien définitionnel qui est mis en place entre un type et son abstraction. Deux sémantiques possibles ont été mises en évidence :

– l'abstraction est considérée comme un ensemble de conditions nécessaires et suffisantes d'appartenance au type qu'elle définit ;

– l'abstraction est considérée comme un ensemble de connaissances implicites associées au type qu'elle décrit.

Dans la suite de l'article, nous nous sommes attachés à étendre le modèle pour prendre en compte les types dont la sémantique de l'abstraction est définitionnelle. Nous avons donc redéfini la relation de spécialisation par l'ajout de quatre nouvelles opérations élémentaires : les contractions et expansions de concept et de relation. Nous avons alors démontré que cette relation peut toujours se calculer par l'opération de projection et que si les graphes sont sous forme atomique, l'existence d'une relation de spécialisation entre deux graphes est strictement équivalente à l'existence d'une projection entre ces graphes.

Nous avons alors étendu l'opérateur d'interprétation logique ϕ aux définitions de types : une définition étant interprétée comme une équivalence logique entre le prédicat associé à son type et la formule associée à sa description. Avec cette interprétation, nous avons montré que les opérations de contraction et d'expansion conservent la sémantique logique des formules associées aux graphes avant et après l'opération. Ainsi la nouvelle relation de généralisation correspond toujours à un ensemble consistant de règles d'inférence logique et cet ensemble est complet sur les graphes dont la forme atomique est sous forme normale.

Enfin nous avons montré comment cette extension permet de définir un classifieur de types définis de concept ou de relation à la manière des logiques terminologiques.

Un des axes de poursuite de ce travail est la prise en compte d'une sémantique descriptionnelle entre un type et l'abstraction qui le décrit afin de pouvoir représenter les connaissances implicites que l'on attache souvent à un concept ou une relation conceptuelle.

8. Bibliographie

[CHA 81] CHATY G. et CHEIN M., « Réduction de graphes et systèmes de Church-Rosser », *RAIRO, vol. 15, n° 2*, 1981, Hermès, p. 109–117.

[CHE 92] CHEIN M. et MUGNIER M., « Conceptual graphs : fundamental notions », *Revue d'Intelligence Artificielle, vol. 6, n° 4*, 1992, Hermès, p. 365–406.

[CHE 94] CHEIN M. et LECLÈRE M., « A cooperative program for the construction of a concept type lattice », *Supplement Proceedings of the Second International Conference on Conceptual Structures* (1994), p. 16–30.

[DEK 94] DEKKER L., FROME : représentation multiple et classification d'objets avec points de vue, thèse de doctorat, USTL, Lille, 1994.

[DUC 95] DUCOURNAU R., Les systèmes classificatoires, rapport de recherche n° 95038, LIRMM, Montpellier, 1995.

[EUZ 93] EUZENAT J., « Définition abstraite de la classification et son application aux taxonomies d'objets », *Actes des* 2^e *journées représentation par objets (RPO)* (1993), p. 235–246.

[HUE 80] HUET G., « Confluent reductions : Abstract properties and applications to term rewriting systems », *JACM, vol. 27*, 1980, p. 797–821.

[KAY 88] KAYSER D. et LEVRAT B., « La notion de définition dans les systèmes de traitement du langage naturel », *dans : La définition, coordonné par J. Chaurand et F. Mazière*, chap. 1, p. 113–125, 1988.

[LEC 95] LECLÈRE M., Le niveau terminologique du modèle des graphes conceptuels : construction et exploitation, thèse de doctorat, université Montpellier 2, 1995.

[LEC 96a] LECLÈRE M., « C-CHiC : construction coopérative de hiérarchies de catégories », *Revue d'Intelligence Artificielle, vol. 10, n° 1*, 1996, Hermès, p. 57–100.

[LEC 96b] LECLÈRE M., « Définitions de types dans le modèle des graphes conceptuels », *Actes du dixième congrès Reconnaissance des Formes et Intelligence Artificielle* (1996), p. 486–493.

[MUG 96] MUGNIER M.-L. et CHEIN M., « Représenter des connaissances et raisonner avec des graphes », *Revue d'Intelligence Artificielle, vol. 10, n° 1*, 1996, Hermès, p. 7–56.

[NEB 90] NEBEL B., *Reasoning and revision in hybrid representation systems*, Lecture notes in artificial intelligence, vol. 422, Springer-Verlag, 1990.

[REC 90] RECHENMANN F., FONTANILLE P. et UVIETTA P., SHIRKA : système de gestion de bases de connaissances centrées objets, INRIA, Grenoble, 1990.

[REY 88] REY A., « Polysémie du terme définition », *dans : La définition, coordonné par J. Chaurand et F. Mazière*, chap. 1, p. 13–22, 1988.

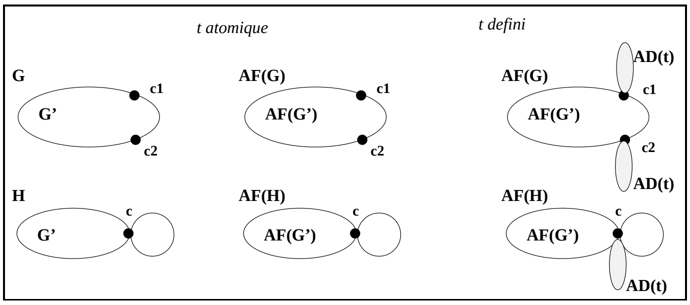
[SOW 84] SOWA J., *Conceptual Structures - Information Processing in Mind and Machine*, Reading, Massachusetts, Addison-Wesley, 1984.

[WOO 92] WOODS W. et SCHMOLZE J., « The kl-one family », *dans : Semantic Networks in Artificial Intelligence, cooordonné par Lehmann F.*, p. 133–177, Pergamon Press, Oxford, 1992.

Annexe

Nous détaillons ici la correspondance entre les opérations élémentaires de spécialisation du modèle étendu et les opérations élémentaires de spécialisation du modèle de base sur les formes atomiques des graphes correspondants.

Joint interne. Soit c_1 et c_2 deux sommets concepts de G de même étiquette (t, m). H est obtenu en identifiant les deux sommets c_1 et c_2. Soit c le sommet résultant de cette identification. G' est le graphe partiel de G obtenu en supprimant c_1 et c_2 de G.



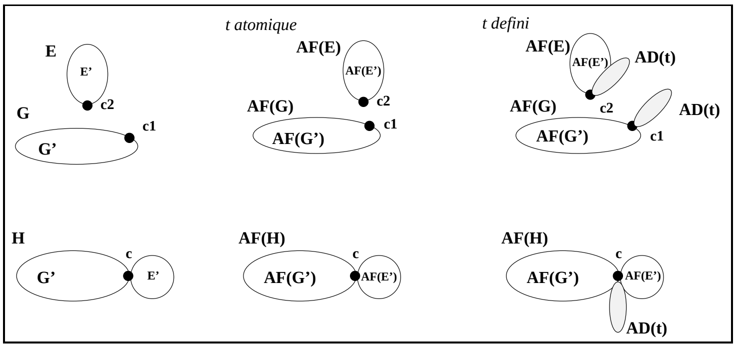
Si t est un type atomique, alors on obtient $AF(H)$ par une opération de joint interne sur les sommets correspondant à c_1 et c_2 dans $AF(G)$.

Si t est défini alors, dans $AF(G)$, les sommets correspondant à c_1 et c_2 auront pour étiquette $(AG(t), m)$ et seront des points d'articulation entre un graphe isomorphe à $AD(t)$ et $AF(G')$. Si $AD(t)$ contient n_c sommets concepts et n_r sommets relations alors en réalisant n_c joints internes et n_r simplifications on obtient $AF(H)$.

Joint externe. Soit c_1 le sommet concept de G et c_2 le sommet concept d'un graphe E ayant la même étiquette (t, m). H est obtenu en identifiant les deux sommets c_1 et c_2. Soit c le sommet résultant de cette identification. G' est le graphe partiel de G obtenu en supprimant c_1 de G. E' est le graphe partiel de E obtenu en supprimant c_2 de E.

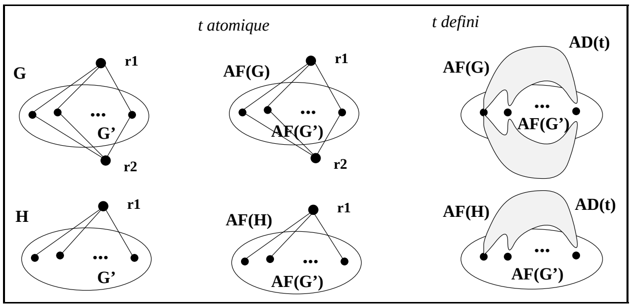
Si t est un type atomique, alors on obtient $AF(H)$ par une opération de joint externe sur les sommets correspondant à c_1 et c_2 dans $AF(G)$ et $AF(E)$.

Si t est défini alors le sommet correspondant à c_1 dans $AF(G)$ a pour étiquette $(AG(t), m)$ et est un point d'articulation entre un graphe isomorphe à $AD(t)$ et



$AF(G')$. De même, le sommet correspondant à c_2 dans $AF(E)$ a pour étiquette $(AG(t), m)$ et est un point d'articulation entre un graphe isomorphe à $AD(t)$ et $AF(E')$. Si $AD(t)$ contient n_c sommets concepts et n_r sommets relations alors en réalisant 1 joint externe entre les sommets concepts correspondant à c_1 et c_2, puis $n_c - 1$ joints internes et n_r simplifications pour supprimer les redondances créées on obtient $AF(H)$.

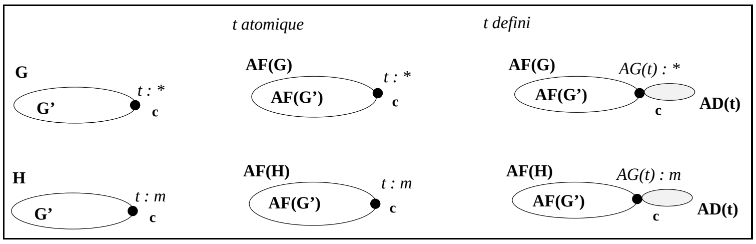
Simplification. Soit r_1 et r_2 les sommets relations jumeaux de G de type t d'arité n. H est obtenu en supprimant r_2. G' est le sous-graphe obtenu en supprimant r_1, r_2 et leurs arêtes adjacentes de G.



Si t est atomique alors $AF(H)$ est obtenu à partir de $AF(G)$ en supprimant le sommet correspondant à r_2. On réalise donc une simplification.

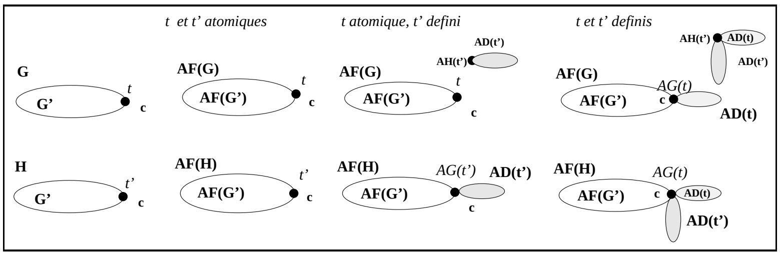
Si t est défini alors dans $AF(G)$ les sommets r_1 et r_2 sont remplacés par les descriptions atomiques de leurs types $AD(t)$ qui sont connectées à $AF(G')$ par les sommets concepts correspondant aux voisins de r_1 et r_2 dans $AF(G')$. Si $AD(t)$ contient n_c sommets concepts et n_r sommets relations alors en réalisant $n_c - n$ joints internes et n_r simplifications pour supprimer les redondances créées on obtient $AF(H)$.

Restriction du référent d'un sommet concept. Soit c un sommet concept de G d'étiquette $(t, *)$. H est obtenu en remplaçant le référent générique de c par un marqueur individuel m tel que $Inst(m) \leq_c t$.



De même, $AF(H)$ est obtenu en remplaçant, dans $AF(G)$, le référent générique du sommet correspondant à c par le marqueur individuel m. On réalise donc une restriction de sommet concept. Si t est atomique alors $Inst(m) \leq_c t$ la conformité est conservée. Si t est défini alors, comme par définition $t \leq_c AG(t)$, on a $Inst(m) \leq_c AG(t)$; la conformité est donc bien conservée.

Restriction du type d'un sommet concept. Soit c un sommet concept de G de type t. H est obtenu en remplaçant le type de c par un type t' tel que $t' \leq_c t$. Si le référent de c est un marqueur individuel alors on a $Inst(ref(c)) \leq_c t'$. On note G' le graphe partiel de G obtenu en supprimant c de G.



Si t et t' sont atomiques alors $AF(H)$ est obtenu en remplaçant, dans $AF(G)$, le type du sommet correspondant à c par t'. On réalise donc une restriction de sommet concept qui conserve bien la conformité puisque si $ref(c)$ est un marqueur individuel alors $Inst(ref(c)) \leq_c t'$.

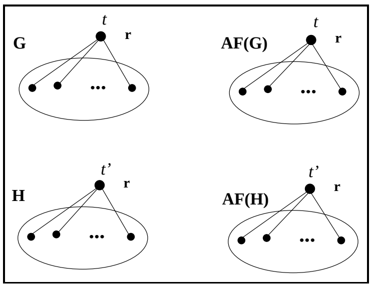
Si t est atomique et t' est défini, alors on a $AG(t') \leq_c t$ (cf. propriété 1.). $AF(H)$ peut donc être obtenu à partir de $AF(G)$ en réalisant une opération de restriction (si $AG(t') = t$ alors la restriction est inutile) du type du sommet concept correspondant à c de t à $AG(t')$, puis une opération de joint externe avec $AD(t')$ (après avoir donné à $AH(t')$ le référent de c) sur $AH(t')$ et le sommet correspondant à c. La restriction conserve bien la conformité puisque si $ref(c)$ est un marqueur individuel alors $Inst(ref(c)) \leq_c t' \leq_c AG(t')$.

Si t et t' sont définis alors $t' = genre^n(t)$ avec $n \geq 0$, t et t' ont le même genre atomique et $AD(t)$ est un sous-graphe de $AD(t')$. La tête $AH(t')$ de t' a pour type $AG(t)$ est un point d'articulation entre un sous-graphe isomorphe à $AD(t)$ et le reste de la définition atomique de t'. De même, le sommet correspondant à c dans $AF(G)$ a pour type $AG(t)$ et est un point d'articulation entre $AF(G')$ et un graphe isomorphe à $AD(t)$. En supposant que $AD(t)$ contienne n_c sommets concepts et n_r sommets relations, $AF(H)$ peut donc être obtenu à partir de $AF(G)$ en réalisant :

1. un joint externe avec $AD(t')$ (après avoir donné à $AH(t')$ le référent de c) sur le sommet correspondant à c et $AH(t')$;
2. n_c joints internes et n_r simplifications pour identifier les deux sous-graphes isomorphes à $AD(t)$.

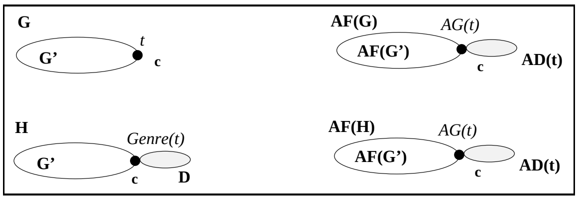
Il n'est pas possible que t soit défini et t' atomique car un type atomique n'est jamais sous-type d'un type défini.

Restriction de sommet relation. Soit r un sommet relation de G de type t. H est obtenu en remplaçant le type de r par un type t' tel que $t' \leq_r t$. t et t' sont forcément des types atomiques car à ce niveau la relation $\leq_r$ n'est défini que pour les types atomiques.



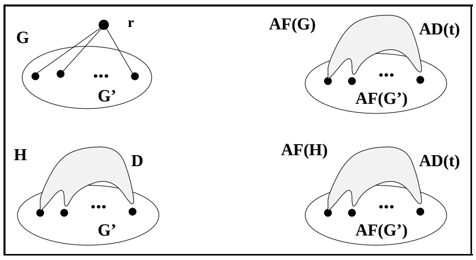
De même $AF(H)$ est obtenu en remplaçant, dans $AF(G)$, le type t du sommet correspondant à r par le type t'. On réalise donc une restriction de sommet relation.

Expansion d'un sommet concept. Soit c un sommet concept de G de type défini t. H est obtenu en remplaçant le type de c par son genre et en identifiant c avec la tête de t afin de connecter la description D de t.



Le sommet c étant expansé jusqu'à sa forme atomique dans $AF(G)$, on a $AF(H)$ isomorphe à $AF(G)$.

Expansion d'un sommet relation. Soit r un sommet relation de G de type défini t. H est obtenu en supprimant r et en connectant sa description aux sommets concepts voisins de r.



Comme précédemment, $AF(H)$ est isomorphe à $AF(G)$.

Contraction d'un sommet concept ou d'un sommet relation. La contraction étant l'opération inverse à l'expansion, on aura de la même manière $AF(H)$ est isomorphe à $AF(G)$.