

Master Informatique Montpellier 2

UMINR318 — Évaluation des performances

Anne-Elisabeth Baert, Alain Jean-Marie

Version 1.4 du 24 octobre 2006

1 Exercices

Exercice 1. Deux joueurs lancent chacun, indépendamment l'un de l'autre, n fois une pièce bien équilibrée.

- Quelle est la fonction génératrice du nombre X de piles obtenu par le premier joueur ?
- Quelle est la fonction génératrice du nombre Z de faces obtenu par le second joueur ?
- Quelle est la fonction génératrice de $X + Z$?
- Quelle est la probabilité que les deux joueurs obtiennent le même nombre de fois pile ?

Exercice 2. Soit $\mathcal{A} = \{a, b\}$ un alphabet à deux lettres. On considère que la taille d'un mot est sa longueur.

- Décrire les mots sur \mathcal{A} . En utilisant la méthode symbolique, donner la fonction génératrice $W(Z)$ des mots sur l'alphabet \mathcal{A}
- Exprimer la fonction génératrice des mots de \mathcal{A} contenant exactement k occurrences de b .
- Donner la fonction génératrice de l'ensemble des mots composés uniquement de la lettre a et de taille strictement inférieur à k .
- En utilisant la décomposition de la question 1, exprimer la collection \mathcal{W} des mots ne possédant pas k a consécutifs sur l'alphabet \mathcal{A} .
- En utilisant la méthode symbolique, donner la fonction génératrice des mots ayant au plus l a consécutifs et au plus m b consécutifs. Simplifier pour $m = l$.

On veut généraliser ces résultats à un alphabet $\mathcal{B} = \{a, b, \dots, k\}$ avec $\text{card}(\mathcal{B}) = k$.

- Exprimer la fonction génératrice $B(Z)$ des mots sur l'alphabet \mathcal{B} .
- En utilisant la décomposition précédente donner la fonction génératrice des mots de \mathcal{B} ne contenant pas k -occurrences d'une lettre donnée.