

TER M1 : Implémentation efficace de l’algorithme du blossom pour la recherche d’un matching de poids maximal

Annie Chateau - 2013–2014 - annie.chateau@lirmm.fr

Mots-clés Algorithmique, graphe, implémentation C++.

Définitions Étant donné un graphe non orienté sans boucle $G = (V, E)$, un matching est un ensemble d’arêtes du graphe, qui sont sommets-disjointes. Un matching est *parfait* lorsqu’il couvre tous les sommets du graphe. On se place dans le cas où les arêtes sont valuées, et on s’intéresse au problème de trouver un matching de poids maximal dans le graphe. Ce problème est polynomial [3, 2], et différents algorithmes ont été implémentés [4, 5, 6, 1] afin d’améliorer la complexité de ce calcul, qui dans l’algorithme originel est en $\mathcal{O}(n^2m)$, où n est le nombre de sommets et m le nombre d’arêtes du graphe. Il est important de disposer d’une complexité la plus basse possible, car le calcul d’un matching optimal est souvent utilisé comme première étape dans d’autres problèmes (couverture par des cycles, démarrage d’heuristiques pour des problèmes de voyageur de commerce par exemple). Dans [1] par exemple, on peut trouver un résumé de la complexité des différentes implémentations. On s’intéressera plus particulièrement à l’algorithme présenté dans [6].

Déroulement du TER Le TER se déroulera en trois parties :

- Compréhension des algorithmes mis en œuvre et des structures de données sous-jacentes;
- Implémentation efficace de l’un des algorithmes étudiés (de préférence celui de [6]). L’implémentation se fera en C++, et on s’attachera à rendre le code le plus modulaire possible pour qu’il puisse s’intégrer dans un projet plus large;
- Tests de l’algorithme sur différents types de graphes.

References

- [1] Ran Duan, Seth Pettie, and Hsin-Hao Su. Scaling algorithms for approximate and exact maximum weight matching. arXiv e-print 1112.0790, December 2011.
- [2] Jack Edmonds. *Maximum matching and a polyhedron with 0,1-vertices*. National Bureau of Standards, 1965.
- [3] Jack Edmonds. Paths, trees, and flowers. *Canadian Journal of Mathematics*, 17(0):449–467, January 1965.
- [4] Harold N. Gabow. An efficient implementation of edmonds’ algorithm for maximum matching on graphs. *J. ACM*, 23(2):221–234, April 1976.
- [5] Zvi Galil, Silvio Micali, and Harold Gabow. An $o(EV \log v)$ algorithm for finding a maximal weighted matching in general graphs. *SIAM J. Comput.*, 15(1):120–130, February 1986.
- [6] Vladimir Kolmogorov. Blossom v: a new implementation of a minimum cost perfect matching algorithm. *Mathematical Programming Computation*, 1(1):43–67, July 2009.