INF220 - Algorithmique

Philippe Gambette

Page web du cours : http://tinyurl.com/INF220-2013

- **Contact**

- Courriel : philippe.gambette@gmail.com (INF220 doit apparaître dans le sujet du courriel)
- Avant ou après le cours
- Possibilité de poser des questions, de demander des exercices supplémentaires d'entrainement.

- **Notes et devoirs**

Chez soi :

- Projet Morpion : exercices à trous à remplir au plus tard la veille des cours/TP/TD pour vous inciter à travailler **régulièrement** et corriger vos erreurs. **Annonce sur IRIS 6 jours avant**.

Pendant les cours :

- Note globale de TP à la fin du semestre, prenant en compte votre avancée à chaque séance et/ou note de remplissage de cours à trous.
- Devoir final fin mai/début juin (29 mai ?).

- **Sources**

• Cours de Jean-François Berdjugin à l'IUT de Grenoble
http://berdjugin.com/enseignements/inf/inf220/

• http://xkcd.com, http://xkcd.free.fr

• Cours de Xavier Heurtebise à l'IUT de Provence
http://x.heurtebise.free.fr

• *Le livre de Java premier langage*, d'A. Tasso

Récursivité

2 façons de le voir :

- Une mise en abyme

Qu'y a-t-il dans une poupée russe ?
Comment dessiner ces images ?
Pour dessiner la grande image, j'utilise le dessin de l'image en plus petit.

- Une baguette magique algorithmique

Si je sais construire le *n*-ième objet à partir du (*n*-1)-ième objet, et que je sais construire le premier objet, alors je sais construire tous les objets.

La "minute xkcd" - Jeu de rôle sur table

http://xkcd.com/244
http://xkcd.free.fr?id=244

Exemple des factorielles :
factorielle(1) = 1
factorielle(2) = 1x2 = 2
factorielle(3) = 1x2x3 = 6
factorielle(4) = 1x2x3x4 = 24

Initialisation :
factorielle(1) =
Formule d'hérédité :
factorielle(*n*+1) =

Photo Ethan Clements http://ethanclements.blogspot.com/2010/07/mise-en-abyme.html
Vache qui rit : http://www.apprendre-en-ligne.net/blog/index.php/2008/03/29/916-mise-en-abyme

Algorithme récursif de calcul de la factorielle

Exemple des factorielles :

- Initialisation : la première factorielle est 1

- Hérédité : pour passer de factorielle(n-1) à factorielle(n), je **multiplie par *n***

Algorithme **factorielle**

Entrées :

Type de sortie :

Variable :

Début

Fin

Trace de **factorielle**(4) :

La "minute mathématique"

Théorème : Je sais monter une échelle

Démonstration :

Initialisation : je sais monter depuis le sol jusqu'au premier barreau.

Hérédité : si je sais monter jusqu'au (n-1)-ième barreau, je saurai monter jusqu'au n-ième barreau.

Algorithme récursif de calcul du produit

Exemple du produit :

- Initialisation : a x 0 = 0
- Formule d'hérédité : a x n = a x (n-1) + a

Algorithme **produit**

Entrées :

Type de sortie :

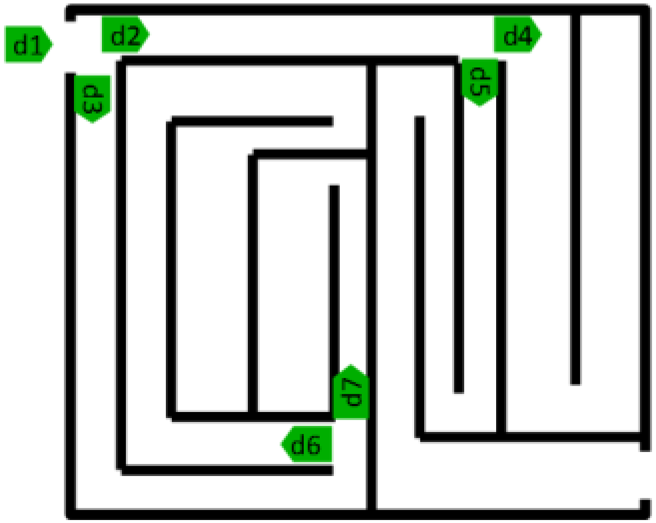
Variable :

Début

Fin

Trace de **produit**(4) :

Algorithme récursif de parcours groupé d'un labyrinthe



Le labyrinthe et les robots tueurs :
10 personnes dans un labyrinthe poursuivies par des robots tueurs. Si on appuie sur le bouton stop dans les 5 minutes, les robots sont désactivés.

Algorithme **trouveBouton**
Entrées : entier *nombrePersonnes*, flottant *tempsRestant*, chaîne de caractères *direction*
Type de sortie : booléen

Si on trouve le bouton à temps, on appuie dessus, et l'algorithme renvoie VRAI. Si on trouve une intersection, le groupe se sépare en deux. Si on ne trouve pas le bouton à temps, on renvoie FAUX.

Que renvoie **trouveBouton**(10,5,”d1”) ?

Arbre d'exécution de **trouveBouton**(10,5,”d1”).

trouveBouton(10,5,”d1”)

Principe d'un algorithme de tri

Entrée :
Ensemble d'éléments **tous comparables deux à deux** par un ordre **≤**

Sortie :
Éléments **triés selon cet ordre**, du plus petit au plus grand

Ensemble d'éléments	**Ordre**	**Tous comparables deux à deux ?**
tableau d'entiers	plus petit	
tableau de chaînes de caractères	lexicographique (du dictionnaire)	
tableau de cartes à jouer	2 ≤ 3 ≤ … ≤ 10 ≤ V ≤ D ≤ R ≤ 1	
tableau de cartes à jouer	♣ ≤ ♦ ≤ ♥ ≤ ♠ puis 2 ≤ 3 ≤ … ≤ 10 ≤ V ≤ D ≤ R ≤ 1	

Exemple avec un tableau d'entiers :

en anglais : trié = sorted / trier = to sort

5	3	1	8	5	2	9

➡

1	2	3	5	5	8	9

Tri par sélection (ou tri par extraction)

Idée : à la *i*-ième étape, on prend le plus petit élément à partir de la *i*-ième case (comprise) et on l'échange avec l'élément de la *i*-ième case.

Exemple avec un tableau d'entiers :

5	3	1	8	5	2	9

```
Algorithme positionMinimum
Entrée : tableau d'entiers tab,
entier debut
Type de sortie : entier
Variables : entiers position, i, min
Début
  position ←
  i ←
  min ←
  Tant que i≤Longueur(tab) faire :
      si                    alors :
        position ← i
        min ← Case(tab,i)
      i ← i+1
  Fin Tant que
  renvoyer position
Fin
```

```
Algorithme triSelection
Entrée : tableau d'entiers tab
Type de sortie : tableau d'entiers
Variables : entiers i, temp, posMin
Début
  i ←
  Tant que i<Longueur(tab) faire :
    posMin ← positionMinimum(tab,i)
    //posMin peut être égal à i
    temp ← Case(tab,i)
    Case(tab,i) ← Case(tab,posMin)
    Case(tab,posMin) ← temp
    i ← i+1
  Fin Tant que
  renvoyer tab
Fin
```

Tri à bulles

Idée : tant que le tableau n'est pas trié, on le parcourt en effectuant l'opération suivante à la *i*-ième case : si elle est supérieure à la suivante, on les échange.

Exemple avec un tableau d'entiers :

5	3	1	8	5	2	9

Les listes

Le **problème** des **tableaux** :
- taille fixe
- insertion “difficile” d'un élément
- suppression “difficile” d'un élément

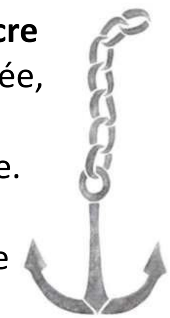
L'intérêt des **listes** :
- taille variable
- insertion facile d'un élément
- suppression facile d'un élément

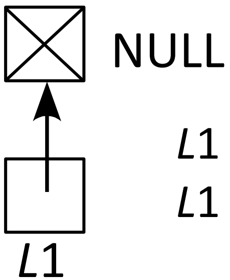
Mais :
- accès “difficile” au *i*-ième élément

Une **liste “simplement chaînée”** est :
- soit une liste vide
- soit une première case qui contient une valeur, et qui pointe vers une liste

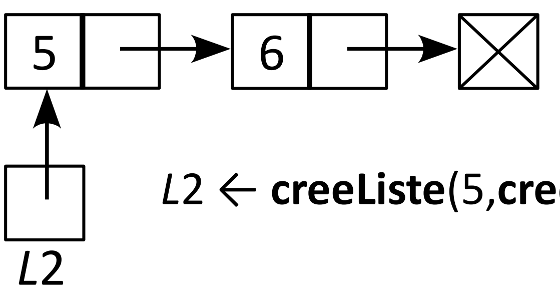
Une liste d'entiers est :
- soit une liste vide
- soit une première case qui contient un entier, et qui pointe vers une liste d'entiers

Liste “simplement chaînée” : la **chaîne d'une ancre**
Quand l'ancre est jetée et toute la chaîne déroulée, on a facilement accès au premier maillon (sur le bateau). Pour les suivants il faut remonter l'ancre. Quand on a un maillon sous les yeux on peut facilement le supprimer (le casser et accrocher le précédent au suivant), en insérer un...





$L1 \leftarrow$ NULL
$L1$ est une liste vide



$L2 \leftarrow$ **creeListe**(5,**creeListe**(6, NULL))

Fonctions de base sur les listes

Sur une liste $L1$ ou $L2$, on peut :

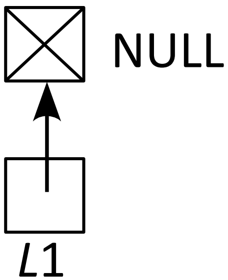
• savoir si elle est vide :
$L1$ = NULL ?

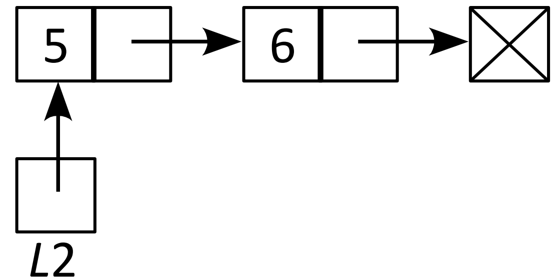
si $L2$ est non vide :

• accéder à la valeur de son premier élément :
tete($L2$) renvoie ...

si $L2$ est non vide :

• accéder à la liste qui commence à la case suivante :
suivant($L2$) renvoie ...





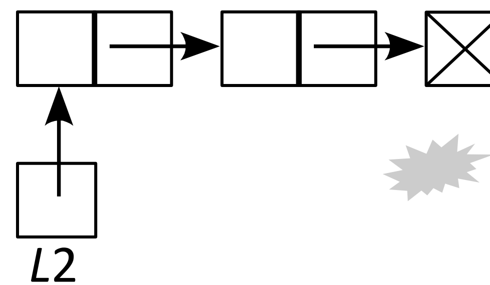
Modification de l'élément en tête d'une liste (facile pour liste, facile pour tableau)

Écrire l'algorithme **remplaceTete** qui prend en entrée une liste d'entiers L et un entier a, et renvoie la liste L dont le premier élément est remplacé par a

Algorithme **remplaceTete**
Entrées : liste d'entiers L, entier a
Type de sortie : liste d'entiers
Début

renvoyer
Fin

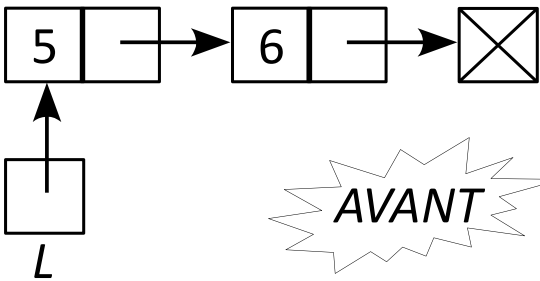
remplaceTete($L2$,2) :



Fonctions de base sur les listes

Suppression de l'élément en tête d'une liste (facile pour liste, pas facile pour tableau)

Par exemple, supprimer 5 au début de la liste
L=**creeListe**(5,**creeListe**(6, NULL))

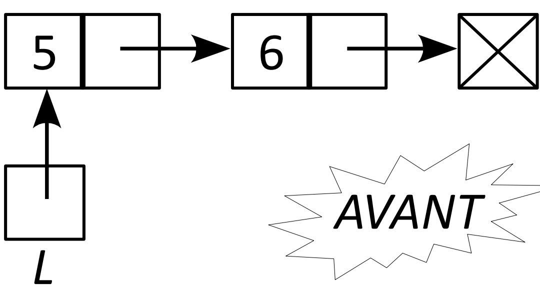


AVANT

APRES

Insertion d'un élément en tête d'une liste (facile pour liste, pas facile pour tableau)

Par exemple, insérer 2 au début de la liste
L=**creeListe**(5,**creeListe**(6, NULL))



AVANT

APRES

Fonctions de base sur les listes

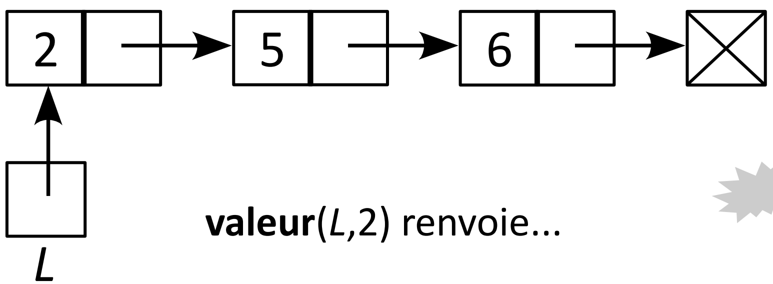
Valeur du *i*-ième élément de la liste (pas facile pour une liste, facile pour un tableau)

Nécessite de **parcourir la liste !**

Ecrire la fonction **valeur** qui prend en entrée une liste d'entiers *L* et un entier *i*, et qui renvoie la valeur de la *i*-ième case de *L*, si elle existe, et -1 sinon.

Algorithme **valeur**
Entrées : liste d'entiers *L*, entier *a*
Type de sortie :
Variables :
Début

Fin



valeur(*L*,2) renvoie...

Piles et files

Files
FIFO “First In First Out”

File d'attente à la Poste

Quatre fonctions :
- **créer** : créer une file vide
- **enfiler** : ajouter un élément en fin de file
- **défiler** : lire la valeur de l'élément au début de la file en l'enlevant de la file
- **tester si vide** : savoir si la file est vide

implémentable avec liste ***doublement*** chaînée

Piles
LIFO “Last In First Out”

Pile de documents à travailler

Quatre fonctions :
- **créer** : créer une pile vide
- **empiler** : ajouter un élément en haut de la pile
- **dépiler** : lire la valeur de l'élément en haut de la pile en l'enlevant de la pile
- **tester si vide** : savoir si la pile est vide

implémentable avec liste simplement chaînée

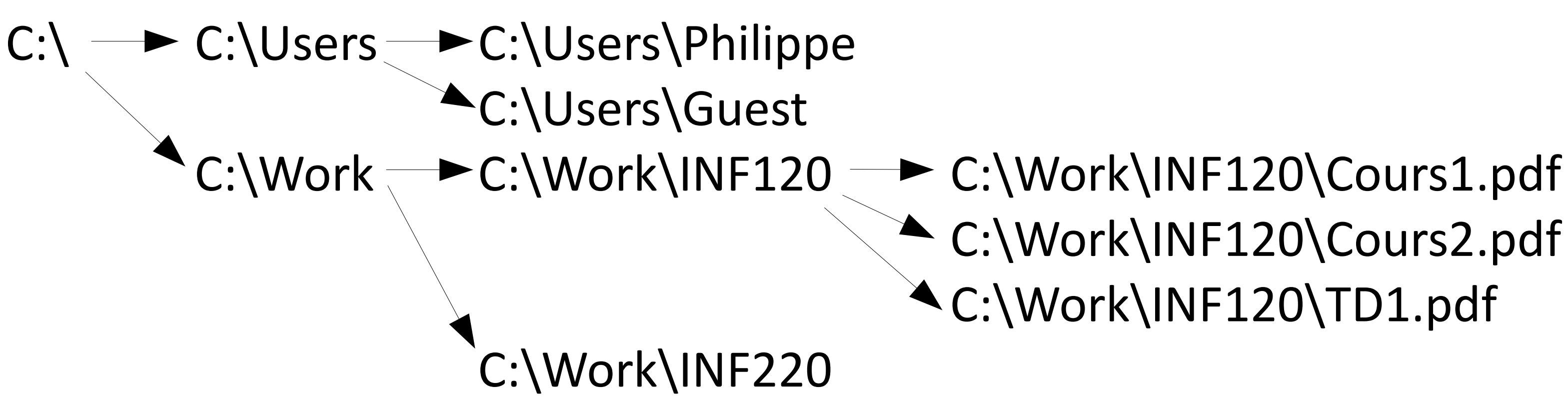
Pourquoi utiliser ces structures de données ?
- Plus simple à programmer qu'une liste
- Fonctions plus limitées, adaptées aux besoins

Intérêt des arbres

Intérêt des arbres :

- représentation d'un objet qui a une structure arborée :

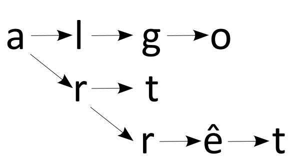
  → contenu d'un disque dur :



- stockage astucieux d'éléments

  → trouver rapidement le minimum des valeurs stockées

  → stocker un dictionnaire de manière compacte :

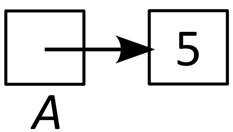


La "minute xkcd" - Arbre
http://xkcd.com/835
http://xkcd.free.fr/?id=835

Définition récursive et illustrée des arbres

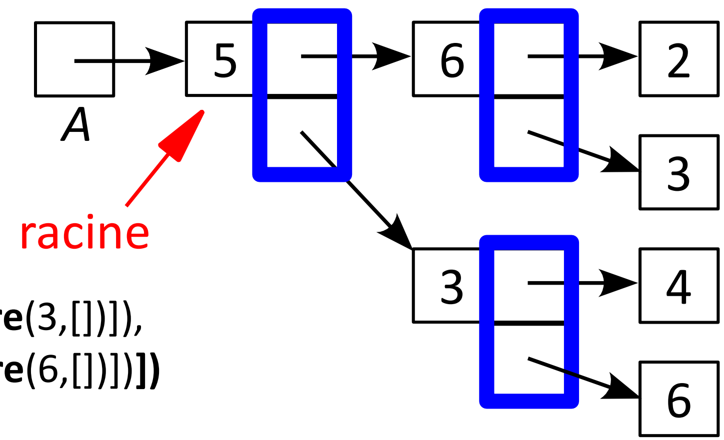
Un **arbre** :

- soit une **feuille**, qui contient une valeur, mais n'a pas d'enfant



A ← **CreeArbre**(5,[])

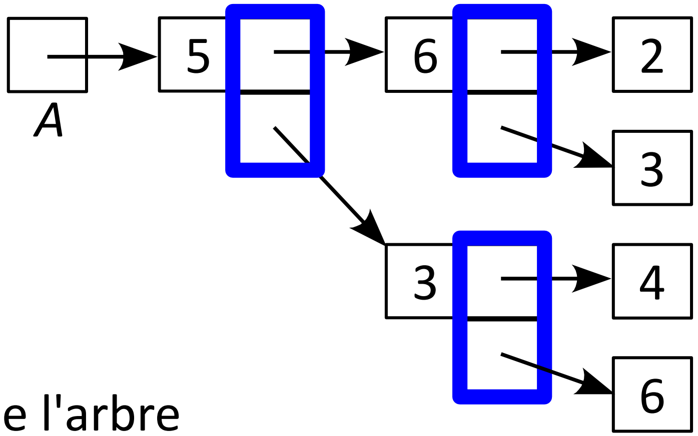
- soit un **noeud** qui contient une valeur, et un tableau d'**enfants** dont chaque case pointe vers un **arbre**



A ← **CreeArbre(**5,**[CreeArbre**(6,[**CreeArbre**(2,[]),**CreeArbre**(3,[])]),
CreeArbre(3,[**CreeArbre**(4,[]),**CreeArbre**(6,[])])**])**

Si chaque tableau d'enfants a au plus deux cases, c'est un **arbre binaire**.

Fonctions de base sur les arbres



Tester si l'arbre est une feuille :
estFeuille(*A*)

Récupérer la valeur de la racine de l'arbre
racine(*A*)

Récupérer le tableau des enfants de la racine de l'arbre
enfants(*A*)