

## TD d'algorithmique M2202

### TD1 – Récursivité

Le but de ce TD est de manipuler quelques premières fonctions récursives.

#### Exercice 1

- Q1. Quelle est la valeur renvoyée par **Fibonacci(7)** ? Pour calculer cela, faites la trace du programme en dessinant son arbre d'exécution.
- Q2. Est-ce une méthode efficace en termes de nombre d'additions ? Indiquez sur l'arbre d'exécution, en les entourant d'une même manière, des calculs identiques qui sont faits plusieurs fois.
- Q3. L'algorithme **Mystere** du QCM4 permettait d'obtenir le même résultat pour  $n \geq 2$ , sans faire plusieurs fois le même calcul. Quel est le nombre d'additions de **Mystere(n)** en fonction de la valeur de  $n$  ?
- Q4. Prouvez de manière « visuelle », en utilisant l'arbre de la question Q1, que l'algorithme **Fibonacci** fait toujours plus d'additions, pour toute entrée  $n \geq 2$ , que l'algorithme **Mystere**.

```
Algorithme Fibonacci
Entrée : entier  $n$ 
Sortie : entier
Variable : entier resultat
Début
  Si  $n=1$  alors :
    resultat  $\leftarrow$  1
  Sinon :
    Si  $n=2$  alors :
      resultat  $\leftarrow$  2
    Sinon :
      resultat  $\leftarrow$  Fibonacci( $n-1$ )+
                        Fibonacci( $n-2$ )
  FinSi
FinSi
renvoyer resultat
Fin
```

```
Algorithme Mystere
Entrée : entier  $n$ 
Sortie : entier
Variables : entiers  $i, j, k$  et  $l$ 
Début
   $i \leftarrow$  1
   $j \leftarrow$  2
  Pour  $l$  de 3 à  $n$  faire :
     $k \leftarrow i + j$ 
     $i \leftarrow j$ 
     $j \leftarrow k$ 
  Fin Pour
  renvoyer  $j$ 
Fin
```

#### Exercice 2 – Puissances de 2

- Q1. Écrivez une fonction récursive **deuxPuissance** qui prend en entrée un entier  $n$  et renvoie la valeur de  $2^n$ , sans utiliser de boucle (ni **Pour**, ni **Tant que**). *Indications : quel est le cas de base (initialisation) ? Quelle est la formule d'hérédité ?*
- Q2. Vous allez écrire à la question Q3 une fonction récursive **termineTableauPuissancesDeDeux** qui prend en entrée un entier  $n$ , et un entier  $i$  compris entre 1 et  $n$ , et renvoie un tableau d'entiers de  $n$  cases, dont chaque case jusqu'à la  $i$ -ième incluse contient la puissance de 2 correspondante (la première case contient  $2^1$ , la deuxième  $2^2=4$ , la troisième  $2^3=8$ , etc). Que renvoie **termineTableauPuissancesDeDeux(5,4)** ?
- Q3. Écrivez la fonction récursive **termineTableauPuissancesDeDeux** qui répond à la question précédente sans utiliser de boucle (ni **Pour**, ni **Tant que**).
- Q4. Écrivez la fonction **remplitTableauPuissanceDeDeux** qui prend en entrée un entier  $n$  et renvoie un tableau d'entiers de  $n$  cases dont la  $i$ -ième case contient  $2^i$  (appelez la fonction **termineTableauPuissancesDeDeux**).

## TD2&3 – Tris

### Exercice 1 – Implémentation du tri à bulles

- Q1. La fonction **etapeTriBulles** fait une étape du tri à bulles. Comme nous l'avons vu en cours, elle parcourt le tableau d'entiers fourni en entrée en vérifiant pour chaque case si elle est bien inférieure ou égale à la suivante, et échange leurs valeurs si ce n'est pas le cas. Elle renvoie le tableau ainsi obtenu. Que renvoie **etapeTriBulles**({4,5,1,2,2,9,8}) ?
- Q2. Écrivez la fonction **etapeTriBulles**.
- Q3. Pour savoir si on arrête l'algorithme à la fin d'une étape du tri à bulles, il faut savoir si le tableau est trié. Pour cela, écrivez un algorithme récursif **testTrieAvantCase**, qui prend en entrée un tableau d'entiers *tab* et un entier  $i$ , et renvoie VRAI si *tab* est trié jusqu'à la  $i$ -ième case incluse, et renvoie FAUX sinon.  
*Indication pour l'initialisation* : que renvoie **testTrieAvantCase** sur n'importe quel tableau *tab* en entrée si l'entrée  $i$  vaut 1 ?  
*Indication pour l'hérédité* : si le tableau *tab* en entrée de **testTrieAvantCase** est trié jusqu'à la  $(i-1)$ -ième case, comment savoir s'il est trié jusqu'à la  $i$ -ième ? Et s'il n'est pas trié jusqu'à la  $i$ -ième case ?
- Q4. En utilisant **etapeTriBulles** et **testTrieAvantCase**, écrivez l'algorithme **triBulles** qui prend en entrée un tableau d'entiers et renvoie ce tableau trié par le tri à bulles.

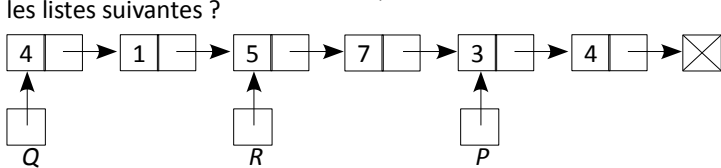
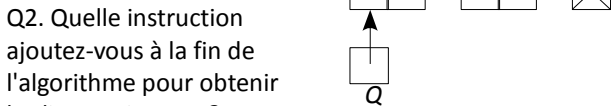
### Exercice 2 – Tri par insertion

- Q1. Écrivez un algorithme **decaleApresCase** qui prend en entrée un tableau d'entiers *tab* et un numéro de case  $i$  et décale d'une case vers la droite toutes les valeurs situées après la  $i$ -ième case (non incluse). Que renvoie **decaleApresCase**({1,4,5,,,,},1) ?
- Q2. Écrivez un algorithme **trouvePosition** qui prend en entrée un tableau d'entiers trié *tab* (dont les dernières cases sont éventuellement vides) et un entier  $k$ , et qui renvoie le numéro de case de *tab* après laquelle il faut insérer  $k$  pour que *tab* reste trié. Par exemple, **trouvePosition**({1,4,5,,,,},2) renvoie 1 car il faudrait insérer l'entrée  $k=2$  après la première case pour obtenir le tableau trié {1,2,4,5,,,,}.
- Q3. En utilisant les algorithmes **decaleApresCase** et **trouvePosition**, écrivez un algorithme **insereDansTableauTrie** qui prend en entrée un tableau d'entiers trié *tab* et un entier  $k$ , et qui insère  $k$  dans *tab* à la bonne position pour que *tab* reste trié, et renvoie *tab*. Que renvoie **insereDansTableauTrie**({1,2,4,5,,,,},2) ?
- Q4. En utilisant l'algorithme **insereDansTableauTrie**, écrivez l'algorithme **triParInsertion** qui prend en entrée un tableau d'entiers *tab*, crée un tableau vide *tab2*, et le remplit progressivement avec les éléments de *tab* de telle sorte que *tab2* reste toujours trié. Finalement, **triParInsertion** renvoie le tableau *tab2* qui est trié et a été entièrement rempli par les éléments de *tab*.

## TD4 – Listes

### Exercice 1 – Manipulation des fonctions de base sur les listes

Q1. Dessinez l'ensemble des listes  $P$ ,  $Q$  et  $R$  après chaque instruction de l'algorithme **initialiseListes** ci-contre. Voici par exemple le dessin de la situation après la ligne 1 :



### Algorithme initialiseListes

Variables :  $P, Q, R$ , listes d'entiers

Début

1.  $Q \leftarrow \text{creerListe}(1, \text{creerListe}(2, \text{NULL}))$
  2.  $P \leftarrow \text{creerListe}(1, \text{creerListe}(2, \text{creerListe}(3, \text{NULL})))$
  3.  $Q \leftarrow \text{creerListe}(4, P)$
  4.  $\text{tete}(\text{suivant}(P)) \leftarrow 6$
  5.  $R \leftarrow \text{creerListe}(5, \text{suivant}(\text{suivant}(P)))$
  6.  $\text{suivant}(P) \leftarrow R$
  7.  $P \leftarrow \text{suivant}(R)$
  8.  $\text{suivant}(P) \leftarrow \text{creerListe}(\text{tete}(Q), \text{NULL})$
- Fin

### Exercice 2 – Écriture de fonctions sur les listes et implémentation d'une file

- Q1. En utilisant une boucle **Tant que**, écrivez en pseudo-code un algorithme **afficheListe** qui prend en entrée une liste d'entiers et affiche le contenu de chaque case. Par exemple, **afficheListe(creerListe(1,creerListe(2,NULL))** affichera 1 puis 2.
- Q2. Sans utiliser de boucle **Tant que**, écrivez en pseudo-code un algorithme récursif **afficheListe** qui prend en entrée une liste d'entiers et affiche le contenu de chaque case. Vous constatez qu'un parcours de liste peut s'effectuer de manière récursive, ou avec une boucle.
- Q3. Écrivez un algorithme **longueurListe** qui prend en entrée une liste  $L$  d'entiers et renvoie le nombre de cases de  $L$ . Si l'on exécute cette instruction juste après l'instruction 8 de l'algorithme **initialiseListes** de l'exercice 1, que renvoie **longueurListe(R)** ?
- Q4. Écrivez un algorithme **insereAvantCase** qui prend en entrée une liste  $L$  d'entiers et deux entiers  $i$  et  $x$ , et insère avant la  $i$ -ième case de la liste une case contenant l'entier  $x$ . La question Q2 de l'exercice 1 pourra vous être utile.
- Q5. En utilisant les algorithmes **longueurListe** et **insereAvantCase**, écrivez un algorithme **enfile** qui prend en entrée une liste  $L$  d'entiers et un entier  $a$ , et insère à la fin de  $L$  une nouvelle case contenant  $a$ .
- Q6. Écrivez un algorithme **defile** qui renvoie la valeur de la première case de la liste d'entiers en entrée, et supprime cette case.

## TD5 – Arbres

### Exercice 1 – Codage d'un arbre

Que renvoie **écritureParenthesee(T)**, si  $T$  est l'arbre représenté à droite ?

### Exercice 2 – Comptages dans les arbres

• Q1. On va compter les feuilles d'un arbre d'entiers. Pour cela on définit l'algorithme récursif

**nombreFeuilles** qui prend en entrée un arbre d'entiers  $A$ , et renvoie le nombre de feuilles de l'arbre. Si l'arbre  $A$  a deux fils qui sont les arbres  $B$  et  $C$ , que **nombreFeuilles(B) = 4** et que

**nombreFeuilles(C) = 6**, quelle valeur renvoie **nombreFeuilles(A)** ? Quelle est l'initialisation de l'algorithme **nombreFeuilles** ?

• Q2. Déduisez-en l'écriture de l'algorithme récursif **nombreFeuilles**.

• Q3. En faisant de légères modifications de l'algorithme **nombreFeuilles**, écrivez un algorithme récursif **nombreNoeuds** qui calcule le nombre de nœuds de l'arbre d'entiers fourni en entrée (nœuds = toutes les cases de l'arbre qui contiennent un entier).

• Q4. En appelant les algorithmes **nombreFeuilles** et **nombreNoeuds**, écrivez un algorithme **nombreNoeudsInternes** qui renvoie le nombre de nœuds qui ne sont pas des feuilles dans l'arbre en entrée.

### Exercice 3 – Recherche dans un arbre

• Q1. Écrivez un algorithme récursif **recherche** qui prend en entrée un entier  $i$  et un arbre d'entiers  $A$ , et renvoie VRAI si  $i$  se trouve dans une des cases de  $A$ , et FAUX sinon.

• Q2. Écrivez un algorithme récursif **profondeur** qui prend en entrée un entier  $i$  et un arbre d'entiers  $A$ , et renvoie la profondeur de l'entier  $i$  (0 s'il est à la racine, 1 s'il est dans un fils de la racine, 2 s'il est dans un de leurs fils, etc.) s'il se trouve dans l'arbre, et -1 sinon.

### Algorithme écritureParenthesee

Entrée : arbre de chaînes de caractères  $A$

Type de sortie : chaîne de caractères

Variables : chaîne de caractères  $resultat$ , entier  $i$

Début

1. Si **estFeuille(A)** alors :
  2.  $resultat \leftarrow \text{racine}(A)$
  4. Sinon :
  5.  $resultat \leftarrow "("$
  6. Pour  $i$  de 1 à **longueur(enfants(A))** faire :
  7.  $resultat \leftarrow \text{Concatene}(resultat, \text{Concatene}(\text{écritureParenthesee}(\text{Case}(\text{enfants}(A), i)), ","))$
  8. Fin pour
  9.  $resultat \leftarrow \text{Concatene}(\text{Concatene}(resultat, ")"), \text{racine}(A))$
  10. Fin si
  11. renvoyer  $resultat$
- Fin

