TD 05 – Espace-temps

Exercice 1. *Vous avez 5 minutes !*

1. Montrer qu'on peut mettre toute formule quantifiée sous forme prénexe en temps polynomial.
2. Montrer que $\textsc{Space-TMSat} = \{\langle \alpha, x, 1^n \rangle : M_\alpha \text{ accepte } x \text{ en espace } n\}$ est PSPACE-complet.

Exercice 2. *Théorème de hiérarchie en espace déterministe*

1. Montrer qu'il existe une machine de Turing déterministe $\mathcal{U}$ qui sur l'entrée $\langle \alpha, x \rangle$ telle que M_α fonctionne en espace $s(n)$ simule $M_\alpha(x)$ en utilisant un espace $c \cdot s(|x|)$ (où c ne dépend pas de $|x|$).
2. Montrer le théorème suivant, dû à Stearns, Hartmanis et Lewis (1965) :

   Théorème. *Soit s_1 et s_2 deux fonctions constructibles en espace telles que $s_1(n) = o(s_2(n))$. Alors $\mathsf{DSPACE}(s_1(n)) \subsetneq \mathsf{DSPACE}(s_2(n))$.*

Exercice 3.

1. Soit $c > 0$. Montrer que $\mathsf{DSPACE}(n^c) \subseteq \mathsf{NP}$ implique $\mathsf{NP} = \mathsf{PSPACE}$.
2. En déduire que pour tout $c > 0$, $\mathsf{DSPACE}(n^c) \neq \mathsf{NP}$.
3. De la même manière, montrer que $\mathsf{DTIME}(2^{cn}) \neq \mathsf{NP}$ pour tout $c > 0$.

Exercice 4. *FDI1, le retour*

✎ Montrer que si l'on sait minimiser les automates finis non déterministes en temps polynomial, alors $\mathsf{P} = \mathsf{NP}$.