

TD 1 : Initiation aux raisonnements logiques

Les Syllogismes d'Aristote et les Diagrammes d'Euler

A) Aristote s'est intéressé aux termes généraux et a identifié les quatre relations qu'il peut y avoir entre deux termes généraux (connues sous le nom de carré logique) :

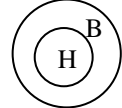
- **A** : l'affirmative universelle : *Tout homme est blanc*
- **E** : la négative universelle : *Aucun homme n'est blanc*
- **I** : l'affirmative particulière : *Quelque homme est blanc*
- **O** : la négative particulière : *Quelque homme n'est pas blanc*

Il observe des relations entre ces propositions qu'il appelle : contraires, contradictoires, subalternes et subcontraires. Pouvez-vous les retrouver ?

B) Euler a proposé d'interpréter les relations entre termes par des diagrammes géométriques représentant leurs extensions. Chaque terme est interprété par un cercle (avec son nom à l'intérieur). Voici comme il interprète l'affirmative universelle A : « *tout homme est blanc* » :

1) Proposez une représentation pour les propositions E, I, O.

2) En déduire qu'il ne peut pas y avoir d'autres relations entre termes généraux que A, E, I, O.



C) Les syllogismes sont des raisonnements formés par 3 propositions ayant chacune l'une des formes A, E, I ou O et formées sur 3 termes généraux revenant chacun 2 fois (mais jamais dans la même proposition). Les deux premières propositions sont dénommées les prémisses et la 3^{ème} conclusion. Par exemple :

<p>S1 <i>Tous les poissons sont des animaux</i> <i>Aucune algue n'est un animal</i> Donc <i>aucune algue n'est un poisson</i></p>	<p>S2 <i>Tous les poissons sont des animaux</i> <i>Les requins sont des poissons</i> Donc <i>les requins sont des animaux</i></p>
<p>S3 <i>Tous les animaux marins sont des poissons</i> <i>Les moules sont des animaux marins</i> Donc <i>les moules sont des poissons</i></p>	<p>S4 <i>Certains poissons sont urticants</i> <i>Les raies sont des poissons</i> Donc <i>certaines raies sont urticantes</i></p>

- 1) Parmi ces syllogismes, lesquels reflètent des raisonnements valides ? Lesquels contiennent des propositions erronées ?
- 2) En notant S (sujet) le premier terme de la conclusion, P (prédicat) le deuxième terme de la conclusion, et M (moyen) le terme n'apparaissant pas dans la conclusion, et en précisant par la lettre A, E, I, O la forme de la proposition, mettez en évidence les figures de syllogismes des exemples précédents.
- 3) Parmi ces figures, lesquelles reflètent des raisonnements valides ? Quels critères prenez-vous pour décider de la validité du raisonnement ?
- 4) Pour chaque figure de syllogisme valide, proposez un syllogisme différent des exemples mais construit selon le schéma de la figure. La conclusion d'un syllogisme valide dont les prémisses sont justes peut elle être erronée ?
- 5) Combien y a-t'il de figures de syllogisme différentes (on ne considérera pas que l'ordre des prémisses conduit à une figure différente) ?
- 6) Les diagrammes d'Euler fournissent un moyen de caractérisation de la validité d'un syllogisme (i.e. une sémantique formelle pour la notion de validité d'un raisonnement) : « un syllogisme est dit valide ssi l'interprétation des prémisses conduit forcément à une figure géométrique dans laquelle l'interprétation de la conclusion est observée ». Vérifiez que les syllogismes « intuitivement valides » précédents sont bien « formellement valides ».
- 7) Caractérisez de la même manière les syllogismes suivants :

Tous les mammifères sont des vertébrés
Tous les hommes sont des mammifères
Donc *tous les hommes sont des vertébrés*

Tous les chats sont des félins
Tous les félins sont des mammifères
Donc *tous les chats sont des mammifères*

Quelques requins sont dangereux
Tous les requins sont des poissons
Donc *aucun poisson n'est dangereux*

Tous les singes sont des animaux
Tous les singes sont intelligents
Donc *tous les animaux sont intelligents*

Aucun poisson n'est un mammifère
Tous les brochets sont des poissons
Donc *aucun brochet n'est un mammifère*

Tout ce qui est rare est cher
Tous les œuvres d'art bon marché sont rares
Donc *toutes les œuvres d'arts bon marché sont chères*

Toutes les bêtes venimeuses sont dangereuses
Quelques serpents sont des bêtes venimeuses
Donc *quelques serpents sont dangereux*

Tous les mollusques sont des animaux à coquille
Toutes les limaces sont des mollusques
Donc *toutes les limaces sont des animaux à coquilles*

Aucun charognard n'est herbivore
Quelques oiseaux sont charognards
Donc *quelques oiseaux ne sont pas herbivores*

Tous les félidés sont dangereux
Quelques chats sont dangereux
Donc *tous les chats sont des félidés*