

1 Le problème initial.

- On dispose de 9 jetons, étiquetés de 1 à 9.
- Les deux joueurs jouent tour à tour jusqu'à la fin du jeu.
- Chaque joueur choisit à son tour de jeu un jeton (qui n'a pas déjà été choisi préalablement).
- Le premier joueur qui obtient la valeur **15** en additionnant **trois** de ses jetons a gagné.
- La partie est nulle si tous les jetons ont été choisis sans qu'un joueur n'aie gagné.

2 Le problème plus général.

- Les étiquettes des jetons doivent pouvoir être plus librement choisies (éventuellement, plusieurs jetons peuvent avoir la même étiquette).
- La cible à atteindre (*15*) doit être paramétrée.
- Le nombre de jetons dont on fait la somme doit aussi être paramétré.

3 Travail demandé.

3.1 Travail théorique.

1. Définir l'ensemble des états possibles du jeu (en particulier établir son cardinal). Pour simplifier cette définition, on supposera qu'on continue la partie jusqu'à ce que tous les jetons aient été choisis, même si un des joueurs a gagné avant.
2. On considère le graphe obtenu en mettant un arc d'un état e_1 à un état e_2 si et seulement si on peut passer un coup de e_1 à e_2 . Définir proprement cette fonction successeur. Ce graphe est-il toujours un demi-treillis ?

3.2 Travail pratique.

1. Générer le graphe.
2. Étiqueter les sommets terminaux¹ comme *gagnant*, *perdant* ou *nul*.
3. En utilisant un α -pruning, étiqueter la racine du jeu grâce à une procédure de *minimax*.

3.3 Travail théorique.

- Établir la complexité de chacune des procédures du travail ci dessus.
- Définir ce qu'est une *stratégie*, c'est à dire une **preuve** de l'étiquetage de la racine du jeu.

¹ceux pour lesquels les jetons sont épuisés et ceux pour lesquels un des deux joueurs a gagné.

3.4 Travail pratique.

Générer une stratégie, puis l'utiliser pour faire jouer la machine (la complexité du choix de chaque coup devra être en $\mathcal{O}(1)$).

4 Approfondissements possibles.

- Tester les limites de votre travail : à partir de quelles valeurs des paramètres ne peut-on plus jouer ?
- Peut-on améliorer la complexité de la construction des arcs du graphe et cela est-il rentable ?
- À partir de quelles valeurs des paramètres l'introduction d'un β -pruning est-elle intéressante ?

5 Interface.

L'interface pour jouer peut être minimum. Si vous voulez travailler un interface, je serai plus intéressé par une interface qui permette de choisir une définition plus complexe de ce qu'est une situation gagnante.