UM2 - Faculté des Sciences - Janvier 2008 - UE FLIN509

Examen de langages et automates

Michel Meynard

Durée : 2 heures
Tous documents autorisés
15 décembre 2008

1 Calculs

1.1 Expression rationnelle

Soit l'expression rationnelle définie sur $\Sigma = \{a, b\}$ suivante :

$$e = (aba + ba + ab)^*$$

1. Dessiner un automate d'état fini non déterministe A_1 reconnaissant le langage correspondant à l'expression rationnelle e.
2. Dessiner un automate d'état fini déterministe A_2 reconnaissant le langage correspondant à l'expression rationnelle e en déterminisant A_1.
3. Dessiner l'automate d'état fini déterministe minimal A_3 reconnaissant le langage correspondant à l'expression rationnelle e en minimisant A_2.

1.2 Automate

1. Construire un automate d'état fini déterministe reconnaissant tous les mots sur $\Sigma = \{a, b\}$ qui possèdent au moins 2 `a`.
2. Construire un automate d'état fini déterministe reconnaissant tous les mots sur $\Sigma = \{a, b\}$ qui possèdent au moins 2 `b`.
3. Construire un automate d'état fini déterministe reconnaissant L, l'union des deux langages précédents.
4. Calculer une expression régulière définissant L.

2 Preuves

2.1 Expression rationnelle

On veut prouver l'égalité des deux expressions rationnelles suivantes :

$$a + bb^*a = b^*a$$

1. Prouvez-le par double inclusion et par récurrence.
2. Prouvez-le par construction des deux automates d'état fini déterministe minimaux.

2.2 Le langage de Lukasewitz

Soit la grammaire $G =< \{a, b\}, \{S\}, R, S >$ avec les règles de production de R suivantes :

$$S \quad \rightarrow \quad aSS|b$$

On veut prouver que ce langage L(G) n'est pas rationnel.

1. Quel théorème pourrait-on utiliser pour le prouver ?
2. Le mot a^3b^4 fait-il partie du langage ?
3. Prouvez que ce langage L(G) n'est pas rationnel.