

# Coloration de graphes

le nécessaire

Jérôme Palaysi

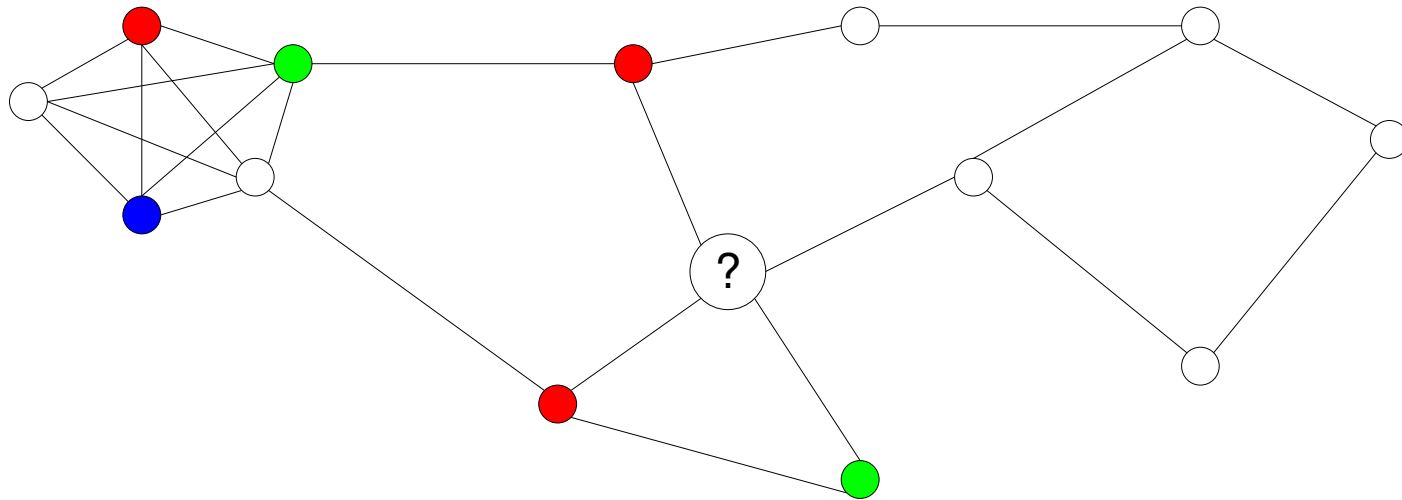
# La coloration des sommets

- Décision
  - Nom : COLORATION
  - Données : un graphe  $G$  non orienté et un entier naturel  $k$
  - Question : existe-t-il une  $k$ -coloration valide des sommets du graphe ?
- Optimisation
  - Nom : min-COLORATION
  - Donnée : un graphe  $G$  non orienté
  - Résultat : une coloration valide des sommets du graphe
  - Objectif : minimiser le nombre de couleurs
- Complexité ?
- Approximabilité ?
- $\chi(G)$

# Nombre chromatique

encadrement

$$\omega(G) \leq \chi(G) \leq \Delta(G) + 1$$



# Une histoire de famille

## k-COLORATION

- NOM : k-coloration
- Données : un graphe  $G$  non orienté
- Question :  $G$  est-il k-colorable ?

Nom : 1-coloration

Données : un graphe  $G$  non orienté

Question :  $G$  est-il 1 colorable ?

Nom : 3-coloration

Données : un graphe  $G$  non orienté

Question :  $G$  est-il 3 colorable ?

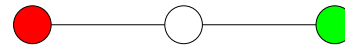
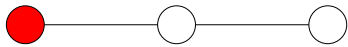
Nom : 2-coloration

Données : un graphe  $G$  non orienté

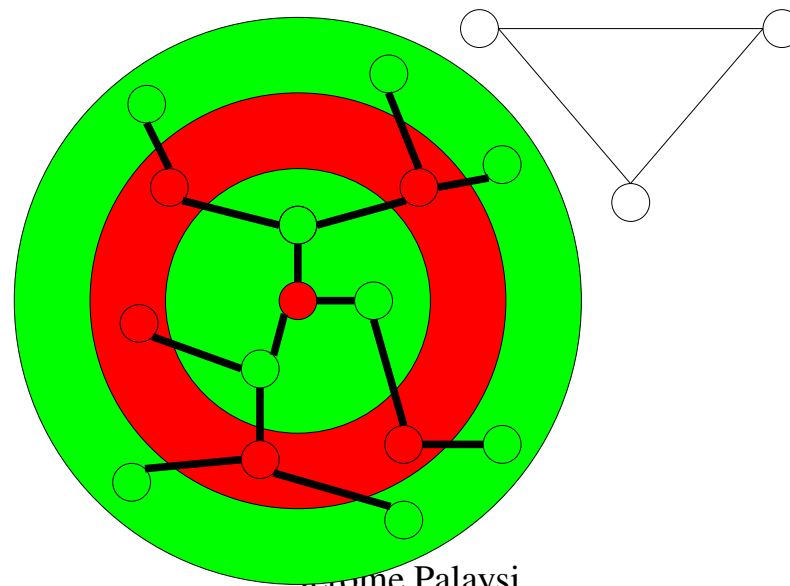
Question :  $G$  est-il 2 colorable ?

# 2-COLORATION

un algorithme polynomial

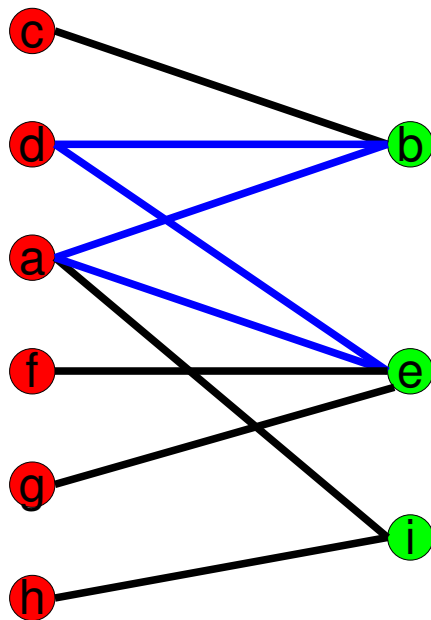
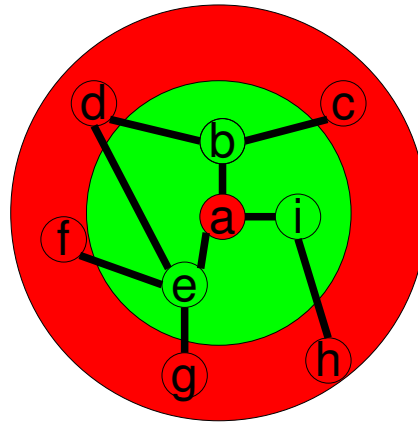


```
TANT-QUE il existe un sommet x non coloré
  affecter la couleur rouge à x
  TANT QUE il existe un sommet x voisin d'un sommet déjà coloré
    affecter la bonne couleur à x
    si x est en conflit avec un deuxième voisin alors FIN SANS SOLUTION
  FIN TANT-QUE
FIN TANT-QUE
```



# 2-COLORATION

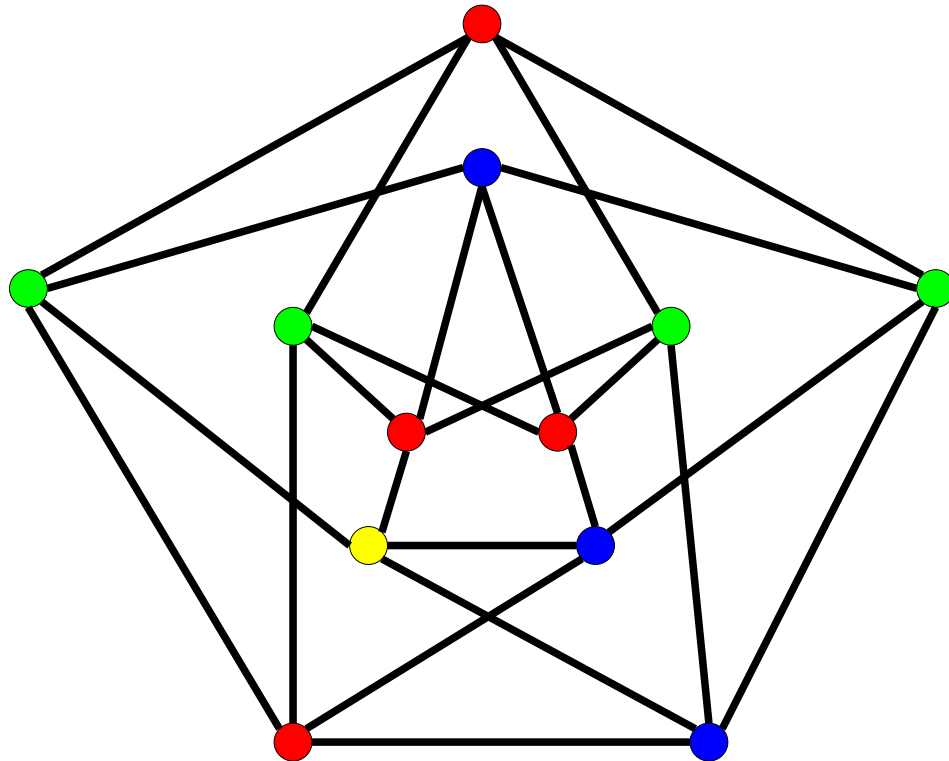
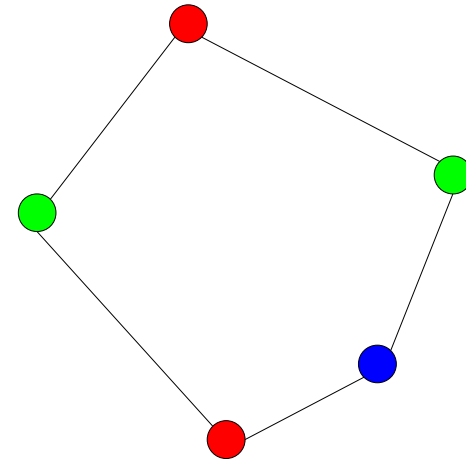
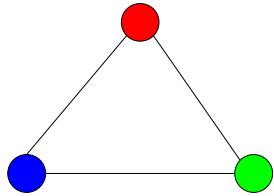
la classe des graphes 2 colorables



Un graphe est biparti si et seulement s'il ne contient aucun cycle impair.

# 3-coloration

des exemples de graphes



Jérôme Palaysi

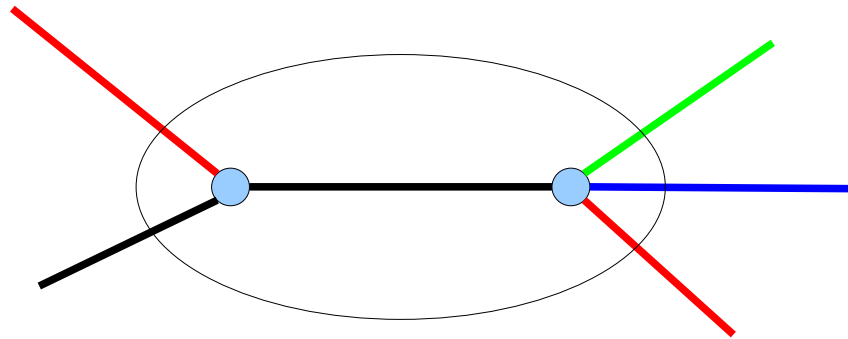
# La coloration des arêtes

- Décision
  - Nom : ARETES-COLORATION
  - Données : un graphe  $G$  non orienté et un entier naturel  $k$
  - Question : existe-t-il une  $k$ -coloration valide des arêtes du graphe  $G$  ?
- Optimisation
  - Nom : min-ARETES-COLORATION
  - Donnée : un graphe  $G$  non orienté
  - Résultat : une coloration valide des arêtes du graphe
  - Objectif : minimiser le nombre de couleurs
- Complexité ?
- Approximabilité ?
- $\chi'(G)$

# Encadrement

et triviale 2-approximation

$$\Delta(G) \leq \chi'(G) \leq 2 \times \Delta(G) - 1$$



$$\Delta(G) \leq \chi'(G) \leq \Delta(G) + 1$$

[Vizing 1964]

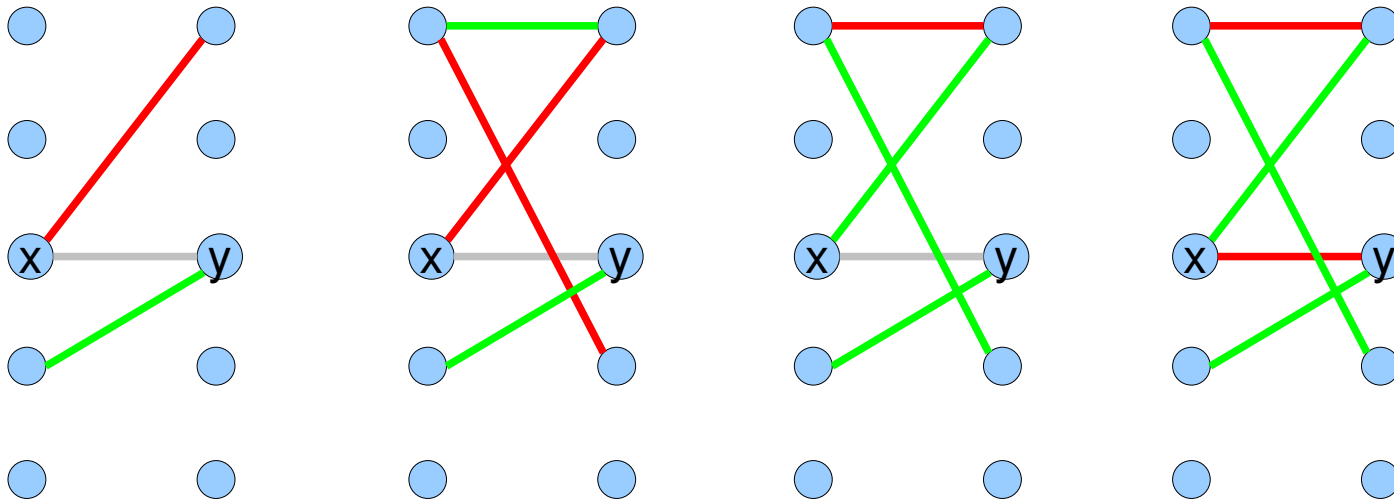
# Un cas de polynomialité

Les bipartis

[König 1916]

$$\chi'(G) = \Delta(G)$$

récurrence sur le nombre d'arêtes



# Les line-graphs

