

Complexité paramétrique

Travail à la maison

Note préalable : Ce travail pourra donner lieu à bonification dans la note finale de l'examen mais il reste optionnel. Il doit être rendu au plus tard pour le 15 décembre 2008 sous forme électronique (fichier pdf) par un e-mail à paul@lirmm.fr avec comme sujet : **Devoir FPT M2R**.

Vous pouvez travailler en binôme pour la résolution, mais la rédaction doit être personnelle. Si vous choisissez de travailler en binôme, vous devez indiquer votre collègue sur le document rendu.

Exercice 1 : Recherche de noyau

Étant donné un graphe $G = (V, E)$, on cherche à supprimer un sous-ensemble S de sommets de sorte que le sous-graphe induit $G[V \setminus S]$ ne contient pas de triangle (clique de 3 sommets).

1. Montrer que paramétré par $k = |S|$, ce problème est FPT.
2. Montrer qu'il existe un noyau cubique (i.e. de taille k^3). Les questions suivantes suggèrent une généralisation des règles de réduction du noyau quadratique de VERTEX COVER et peuvent servir de guide ou pas :
 - (a) Que dire si deux sommets x et y sont communs à au moins k triangles ?
 - (b) Peut-on borner le nombre de triangles contenant un sommet donné x ?

Exercice 2 : Réduction paramétrique

Étant donné un ensemble $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ et une collection $\mathcal{C} = \{S_1, \dots, S_m\}$ de sous-ensembles de X tel que $\cup_{i \in [m]} S_i = X$, existe-t-il une sous-collection \mathcal{C}' de \mathcal{C} de taille k telle que $\cup_{S \in \mathcal{C}'} S = X$?

Montrer que ce problème, SET COVER, paramétré par k est W[2]-difficile.

Exercice 3 : Programmation dynamique et largeur arborescente

Montrer que le problème 3-COLORATION paramétré par la largeur arborescente du graphe en donnée est FPT.