
TD06 – Grammaires algébriques et automates à pile

Exercice 1.

✎ Quels sont les langages engendrés par les grammaires suivantes ?

1. $S \longrightarrow aSb \mid \varepsilon$
2. $S \longrightarrow aS \mid aSbS \mid \varepsilon$

Exercice 2.

✎ Donner des grammaires algébriques engendrant les langages suivants.

1. L'ensemble des mots bien parenthésés.
2. $\{a^i b^j c^k, i \neq j \text{ ou } j \neq k\}$.
3. L'ensemble des mots sur $\{a, b\}$ ayant le même nombre d'occurrences de a que de b .
4. L'ensemble des mots sur $\{a, b\}$ ayant deux fois plus de a que de b .
5. $\{w\#\bar{w}\#, w \in (0+1)^*\}$.
6. L'ensemble des mots de $(0+1)^*$ qui ne sont pas de la forme ww .

Exercice 3.

✎ Donner des automates à piles reconnaissant les langages suivants.

$$L_1 = \{u \in \{a, b\}^*, |u|_a = |u|_b\}.$$

$$L_2 = \{u \in \{a, b\}^*, |u|_a \geq |u|_b\}.$$

$$L_3 = \{u \in \{a, b\}^*, |u|_a = 2|u|_b\}.$$

$$L_4 = \{\text{bin}(i)\#\overline{\text{bin}(i+1)}, \text{ où } \text{bin}(i) \text{ est l'écriture binaire de } i\}.$$

$$L_5 = \{a^i b^j c^k, i \neq j \text{ ou } j \neq k\}.$$

Exercice 4.

1. Montrer que si L est algébrique et R rationnel alors le langage $L \cap R$ est algébrique.
2. Donner deux langages algébriques dont l'intersection n'est pas algébrique.