

Logique linéaire et syntaxe des langues

CHRISTIAN RETORÉ

UNIVERSITÉ DE NANTES & INRIA

Contents

1	Logique linéaire	3
2	Syntaxe des langues	6
3	Le cas de base : le calcul de Lambek	10
4	Objectifs	16
5	Réseaux de démonstration	17
6	Modèles grammaticaux	31
7	Perspectives	41

1. Logique linéaire

Raffinement de la logique intuitionniste.

Logique des ressources.

Variantes non commutatives.

- ▶ programmation fonctionnelle
 - formules = types
 - preuves = programmes
 - évaluation = normalisation
- ▶ programmation logique
 - formules = spécifications
 - évaluation = construction de démonstration
 - grammaires formelles lexicalisées
 - formules = comportements des mots
 - preuves = analyses

Langage :

$$\mathcal{L} ::= P \mid P^\perp \mid \mathcal{L} \wp \mathcal{L} \mid \mathcal{L} \otimes \mathcal{L}$$

équivalent à :

$$\mathcal{L}^{++} ::= P \mid \mathcal{L}^{++} \wp \mathcal{L}^{++} \mid \mathcal{L}^{++} \otimes \mathcal{L}^{++} \mid \mathcal{L}^{++} \multimap \mathcal{L}^{++} \mid \mathcal{L}^{++} \multimap \mathcal{L}^{++}$$

$$\text{(avec précède } \mathcal{L}^< ::= P \mid P^\perp \mid \mathcal{L}^< \wp \mathcal{L}^< \mid \mathcal{L}^< \otimes \mathcal{L}^< \mid \mathcal{L}^< < \mathcal{L}^< \text{)}$$

Lois de de Morgan

$$\begin{aligned} (A^\perp)^\perp &\equiv A \\ (A \wp B)^\perp &\equiv (B^\perp \otimes A^\perp) \\ (A \otimes B)^\perp &\equiv (B^\perp \wp A^\perp) \\ (A < B)^\perp &\equiv (A^\perp < B^\perp) \end{aligned}$$

Implications :

$$\begin{aligned} (A \multimap B) &= (A \setminus B) = (A^\perp \wp B) \\ (B \multimap A) &= (B / A) = (B \wp A^\perp) \end{aligned}$$

$$\frac{\vdash \Gamma, A}{\vdash A, \Gamma} (E.C.)$$

$$\frac{\vdash \Gamma, A, B, \Delta}{\vdash \Gamma, B, A, \Delta} (E.T.)$$

$$\overline{\vdash A, A^\perp} \text{ ax}$$

$$\frac{\vdash \Gamma, A, \Delta \quad \vdash B, \Delta'}{\vdash \Gamma, A \otimes B, \Delta', \Delta} \otimes_1 \quad \frac{\vdash \Gamma, A \quad \vdash \Gamma', B, \Delta'}{\vdash \Gamma', \Gamma, A \otimes B, \Delta'} \otimes_2$$

$$\frac{\vdash \Gamma, A, B, \Delta}{\vdash \Gamma, A \wp B, \Delta} \wp$$

Versions non commutatives.

Formulation unilatère des calculs intuitionnistes (formules polarisées)

$$\mathcal{L}^\circ ::= P \mid \mathcal{L}^\bullet \wp \mathcal{L}^\circ \mid \mathcal{L}^\circ \wp \mathcal{L}^\bullet \mid \mathcal{L}^\circ \otimes \mathcal{L}^\circ$$

$$\mathcal{L}^\bullet ::= P^\perp \mid \mathcal{L}^\circ \otimes \mathcal{L}^\bullet \mid \mathcal{L}^\bullet \otimes \mathcal{L}^\circ \mid \mathcal{L}^\bullet \wp \mathcal{L}^\bullet$$

2. Syntaxe des langues

La linguistique, même informatique, est un vaste domaine.
Une classification traditionnelle :

- ▶ phonologie
- ▶ morphologie dérivationnelle — lexicologie
- ▶ morphologie inflexionnelle
- ▶ **syntaxe**
- ▶ sémantique
- ▶ pragmatique

2.1. Le rôle central de la syntaxe

Syntaxe : point d'articulation entre le sens et la forme d'un message.

Méthodes : règles sur des structures (généralement des arbres).

2.2. Grammaire ou syntaxe générative

Une conception plus vaste

- ▶ (morphologie dérivationnelle)
- ▶ syntaxe (incluant morphologie inflectionnelle)
- ▶ sémantique prédicative (coréférence, quantification...)

... aux volontés explicatives

- ▶ paradoxe de l'apprentissage → Grammaire Universelle
- ▶ recherche de principes de la Grammaire Universelle
 - *tout NP référentiel reçoit un cas*
 - Jean semble venir.
 - * Il semble Jean venir.
 - *toute anaphore est gouvernée par son antécédent*
 - * Il_i a vendu trois livres que Jean_i a lus.
 - Combien de livres que Jean_i a lus a-t-il_i vendu?
- ▶ spécialisation de GU en une langue donnée (par ex. le français d'untel)

2.3. Applications envisagées

Deux types d'applications :

- Modules contribuant au traitement automatique des langues
 - Analyse de théories linguistiques (vérification, réfutation, comparaison)
- ▶ Analyse syntaxique conduisant à des représentations sémantiques
 - interrogation de bases de données
 - recherche d'information
 - aide à la traduction
 - ▶ Génération d'énoncés à partir de représentations sémantiques
 - interface pour les démonstrateurs automatiques
 - formulation de réponses en langage naturel
 - aide à la traduction
 - ▶ Acquisition automatique de grammaires
 - meilleure robustesse des algorithmes d'analyse
 - vérification de thèses linguistiques sur l'apprentissage

2.4. Modèles grammaticaux envisagés

Logique des ressources pour la syntaxe des langues.

- ▶ **syntaxe = phénomène calculatoire**
logiques du calcul
- ▶ **syntaxe \supset consommation des valences**
consommation de ressources
- ▶ **syntaxe \supset ordres des mots**
variantes non commutatives
- ▶ **déplacements, transformations**
?????????????
 - Tu as lu ce livre.
 - [Quel livre]_{*i*} as-tu lu *t_i* ?

Concurrence des grammaires d'arbres (bons algorithmes d'analyse) Avantages

des grammaires logiques :

- interface syntaxe/sémantique (origine de l'approche)
- apprenabilité (nouveau)

3. Le cas de base : le calcul de Lambek

Une grammaire de Lambek = un lexique *Lex* qui à un mot m associe un ensemble fini $Lex(m)$ de types décrivant son fonctionnement syntaxique

Types ou formules $L ::= P = \{S, \dots, sn, n, \dots\} \mid L \setminus L \mid L / L$

$A = hyp.libre$ la plus à gauche

$$\begin{array}{c} \dots [A] \dots \\ \vdots \\ B \\ \hline A \setminus B \end{array} \setminus_i \text{ qui lie } A$$

$$\begin{array}{cc} \Delta & \Gamma \\ \vdots & \vdots \\ A & A \setminus B \\ \hline B \end{array} \setminus_e$$

$A = hyp.libre$ la plus à droite

$$\begin{array}{c} \dots [A] \dots \\ \vdots \\ B \\ \hline B / A \end{array} \setminus_i \text{ qui lie } A$$

$$\begin{array}{cc} \Gamma & \Delta \\ \vdots & \vdots \\ B / A & A \\ \hline B \end{array} /_e$$

- Certains énoncés parlent d'eux-mêmes.

mot	Type syntaxique u Type sémantique u^* Représentation sémantique : λ -terme de type u^* x^v variable ou constante x de type v
certains	$(S / (sn \setminus S)) / n = C$ $(e \rightarrow t) \rightarrow ((e \rightarrow t) \rightarrow t) = C^*$ $\lambda P^{e \rightarrow t} \lambda Q^{e \rightarrow t} (\exists^{(e \rightarrow t) \rightarrow t} (\lambda x^e (\wedge^{t \rightarrow (t \rightarrow t)} (P x)(Q x))))$
énoncés	$n = E$ $e \rightarrow t = E^*$ $\lambda x^e (\text{enonce}^{e \rightarrow t} x)$
parlent_de	$(sn \setminus S) / sn = P$ $e \rightarrow (e \rightarrow t) = P^*$ $\lambda x^e \lambda y^e ((\text{parler_de}^{e \rightarrow (e \rightarrow t)} x)y)$
eux-mêmes	$((sn \setminus S) / sn) \setminus (sn \setminus S) = X$ $(e \rightarrow (e \rightarrow t)) \rightarrow (e \rightarrow t) = X^*$ $\lambda P^{e \rightarrow (e \rightarrow t)} \lambda x^e ((P x)x)$

Appartenance de l'énoncé au langage :

$(S / (sn \setminus S)) / n , n , (sn \setminus S) / sn , ((sn \setminus S) / sn) \setminus (sn \setminus S) \vdash S \quad ?$

$$\frac{\frac{C \vdash (S / (sn \setminus S)) / n \quad E \vdash n}{C, E \vdash (S / (sn \setminus S))} /_e \quad \frac{P \vdash (sn \setminus S) / sn \quad X \vdash ((sn \setminus S) / sn) \setminus (sn \setminus S)}{P, X \vdash (sn \setminus S)} \setminus_e}{C, E, P, X \vdash S} /_e$$

3.1. Extraction de représentations sémantiques

Transformation en preuve intuitionniste sur les types sémantiques :

$$\frac{\frac{C^* \vdash (e \rightarrow t) \rightarrow (e \rightarrow t) \rightarrow t \quad E^* \vdash e \rightarrow t}{C^*, E^* \vdash (e \rightarrow t) \rightarrow t} \rightarrow_e \quad \frac{P^* \vdash e \rightarrow e \rightarrow t \quad X^* \vdash (e \rightarrow e \rightarrow t) \rightarrow e \rightarrow t}{P^*, X^* \vdash e \rightarrow t} \rightarrow_e}{C^*, E^*, P^*, X^* \vdash t} \rightarrow_e$$

λ -terme correspondant :

$$((c^{C^*} e^{E^*})(x^{X^*} p^{P^*}))^t$$

variable := λ -termes sémantiques (de mêmes types)

$$\left((\lambda P^{e \rightarrow t} \lambda Q^{e \rightarrow t} (\exists^{(e \rightarrow t) \rightarrow t} (\lambda x^e (\wedge (P x)(Q x)))))(\lambda x^e (\text{enonce}^{e \rightarrow t} x)) \right) \\ \left((\lambda P^{e \rightarrow (e \rightarrow t)} \lambda x^e ((P x)x))(\lambda x^e \lambda y^e ((\text{parler_de}^{e \rightarrow (e \rightarrow t)} x)y)) \right)$$

$\downarrow \beta$

$$(\lambda Q^{e \rightarrow t} (\exists^{(e \rightarrow t) \rightarrow t} (\lambda x^e (\wedge^{t \rightarrow (t \rightarrow t)} (\text{enonce}^{e \rightarrow t} x)(Q x)))))) \\ (\lambda x^e ((\text{parler_de}^{e \rightarrow (e \rightarrow t)} x)x))$$

$\downarrow \beta$

$$(\exists^{(e \rightarrow t) \rightarrow t} (\lambda x^e (\wedge (\text{enonce}^{e \rightarrow t} x)((\text{parler_de}^{e \rightarrow (e \rightarrow t)} x)x))))$$

en d'autres termes :

$$\exists x : e (\text{enonce}(x) \wedge \text{parler_de}(x,x))$$

3.2. Acquisition automatique de grammaire

Pour simplifier

- ▶ les énoncés sont structurés par des déductions naturelles sans types (extension : envisager toutes les possibilités)
- ▶ un seul type par mot (extension : au plus k types par mot)

Algorithme :

- ▶ trouver le type le plus général de sorte que la déduction soit valide
- ▶ collecter les types obtenus pour chaque mot
- ▶ unifier les types obtenus pour un même mot

Résultat :

Si exemples = énumération d'un langage
alors la grammaire cible est atteinte.

4. Objectifs

4.1. Objectifs logiques

Amélioration de la syntaxe logique

Extension des logiques considérées et relation entre les variantes

4.2. Objectifs grammaticaux

Inclure d'autres constructions syntaxiques :

- Je n'ai pas lu ce livre.
- Je l'ai lu.
- Le livre que_i j'ai lu t_i hier.

...sans surgénération :

- * Je le n'ai pas lu.

Garder l'interface syntaxe/sémantique

Apprenabilité (théorique/pratique)

5. Réseaux de démonstration

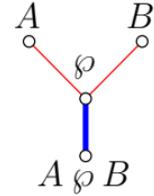
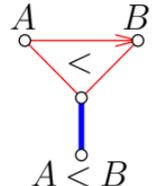
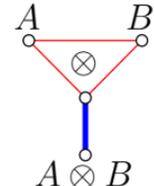
- ▶ Analyse = démonstration, mais beaucoup de démonstrations similaires.
- ▶ Représentation des démonstrations comme des graphes
→ optimisation des calculs :
 - construction ou analyse syntaxique,
 - normalisation ou expansion (pour la génération)
- ▶ Pertinence linguistique par exemple :
mesure de la complexité instantanée d'analyse.

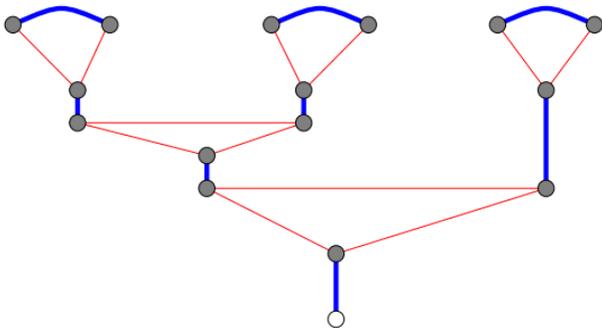
- Le loup a dévoré la chèvre.
- La chèvre que le loup a dévoré avait mangé le chou.
- ? Le chou que la chèvre que le loup a dévoré avait mangé appartenait au passeur.
- ?? Le passeur auquel le chou que la chèvre que le loup a dévoré avait mangé appartenait possède plusieurs bateaux.
- ??? Les bateaux que le passeur auquel le chou que la chèvre que le loup a dévoré avait mangé appartenait possède sont des barges.

5.1. Réseaux avec liens

- ▶ Formules : arêtes bleues (couplage parfait)
- ▶ Connecteurs : arêtes rouges
- ▶ Critère : pas de cycle élémentaire alternant.

Liens

Nom	lien axiome	lien <i>par</i>	lien <i>précède</i>	lien <i>tenseur</i>
Prémises	aucune	A et B	A et B	A et B
graphe R&B				
Conclusions	a et a^\perp	$A \wp B$	$A < B$	$A \otimes B$



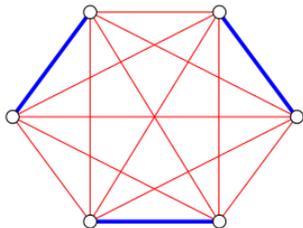
$$((a \wp a^\perp) \otimes (b \wp b^\perp)) \otimes (c \wp c^\perp)$$

5.2. Réseaux abstraits

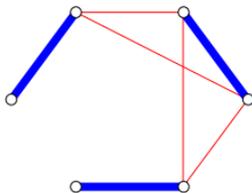
- ▶ Atomes : sommets
- ▶ Formule : cographe
- ▶ Axiomes : arêtes épaisses, couplage parfait du graphe total

Associativité, commutativité des connecteurs \rightarrow égalité des réseaux.

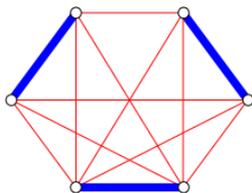
Critère: tout cycle élémentaire alternant contient une corde.



$$(a \wp a^\perp) \otimes (b \wp b^\perp) \otimes (c \wp c^\perp) \text{ (correct)}$$



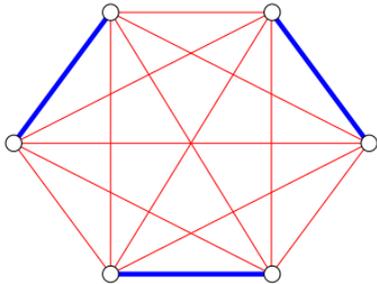
$$a \wp c^\perp \wp ((a^\perp \wp c) \otimes (b \wp b^\perp)) \text{ (correct)}$$

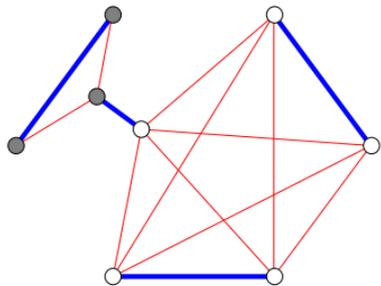


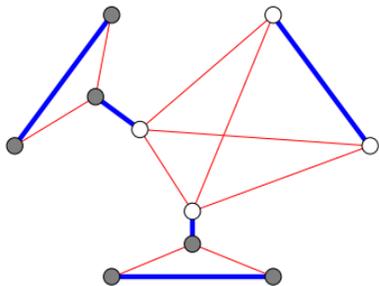
$$((a \otimes b^\perp) \wp (a^\perp \otimes b)) \otimes (c \wp c^\perp) \text{ (pas correct)}$$

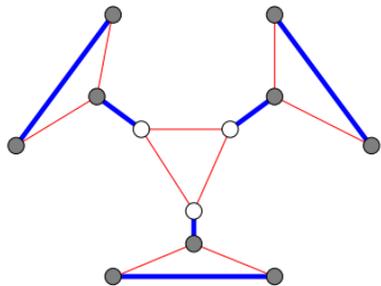
5.3. Réseaux abstraits, réseaux avec liens

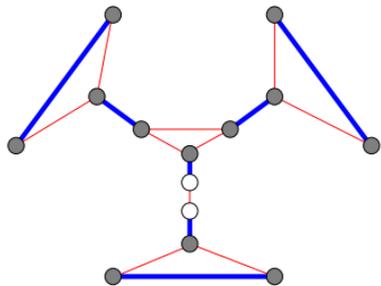
$(a \wp a^\perp) \otimes (b \wp b^\perp) \otimes (c \wp c^\perp)$ (correct)

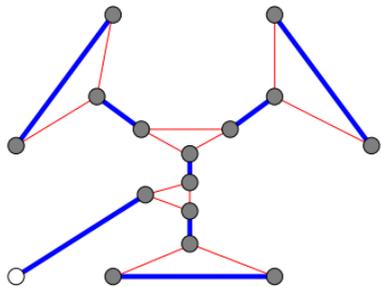




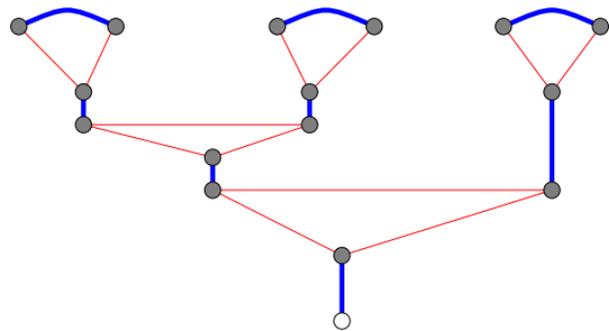








=



5.4. Quelques résultats

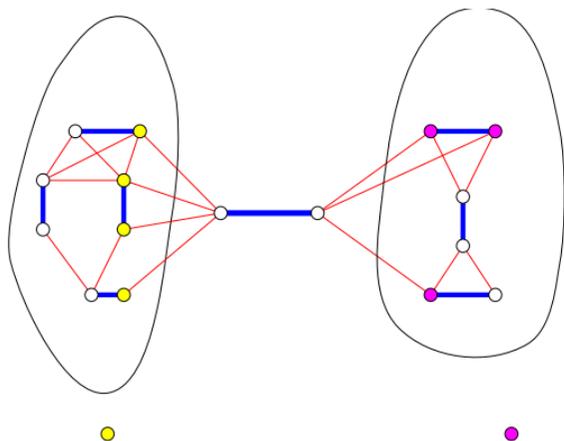
Axiomatisation par réécriture (modulo commutativité, associativité) de l'inclusion des cographes, et des ordres séries-parallèles.

Pour les cographes symétriques :

groupe	nom	règle
$(\otimes \varphi)$	$(\otimes \varphi 4)$	$(X \varphi Y) \otimes (U \varphi V) \rightarrow (X \otimes U) \varphi (Y \otimes V)$
	$(\otimes \varphi 3)$	$(X \varphi Y) \otimes U \rightarrow (X \otimes U) \varphi Y$
	$(\otimes \varphi 2)$	$Y \otimes U \rightarrow U \varphi Y$

- Certaines réécritures préservent la correction $((\otimes \varphi 3))$.
- Tout réseau s'obtient à partir du graphe complet bicolore par les réécritures préservant la correction.

5.5. La correspondance preuves graphes



Une même classe décrite de trois manière :

- ▶ La classe engendrée par l'opération ci-dessus.
- ▶ Les graphes admettant un unique couplage parfait.
- ▶ Les graphes sans cycle élémentaire alternant.

5.6. Variantes non commutatives

Réseaux pour des variantes de la logique linéaire.

Logique linéaire usuelle :

- ▶ non commutatifs
 - axiomes = bon parenthésage
- ▶ intuitionnistes
 - formules intuitionnistes
(interdits : \circ entre formules positives, \otimes entre formules négatives)
- ▶ sans séquence vide
 - tout sous pré-réseau a deux conclusions

Ces restrictions commutent.

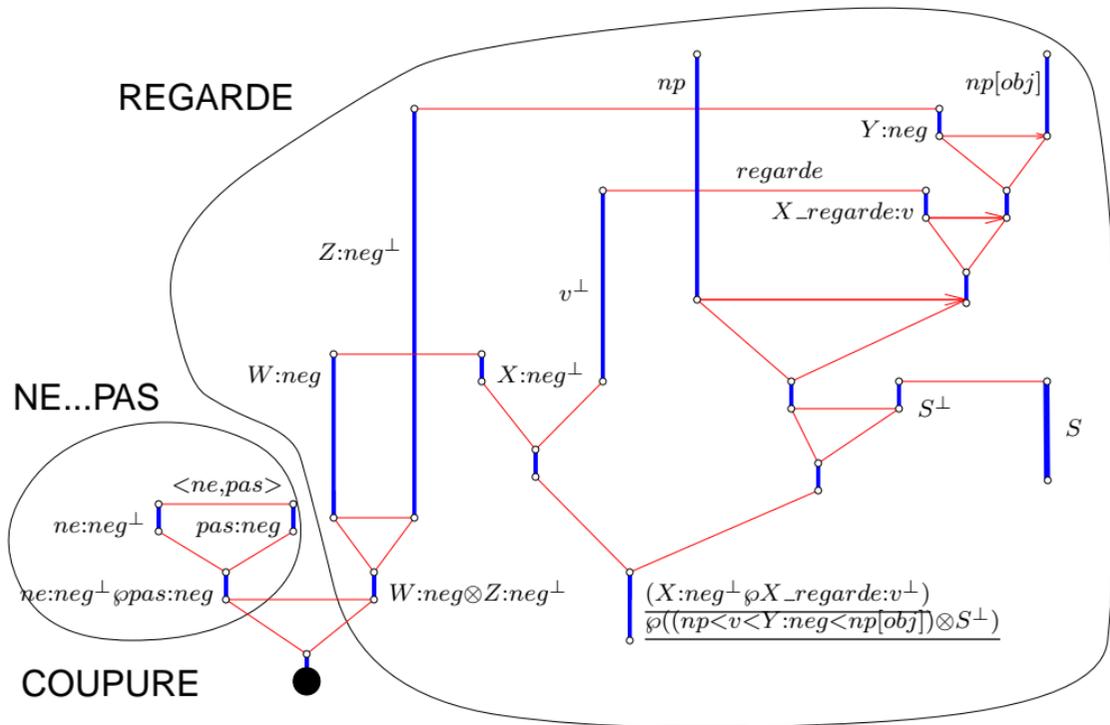
Calcul de Lambek = les 3 restrictions.

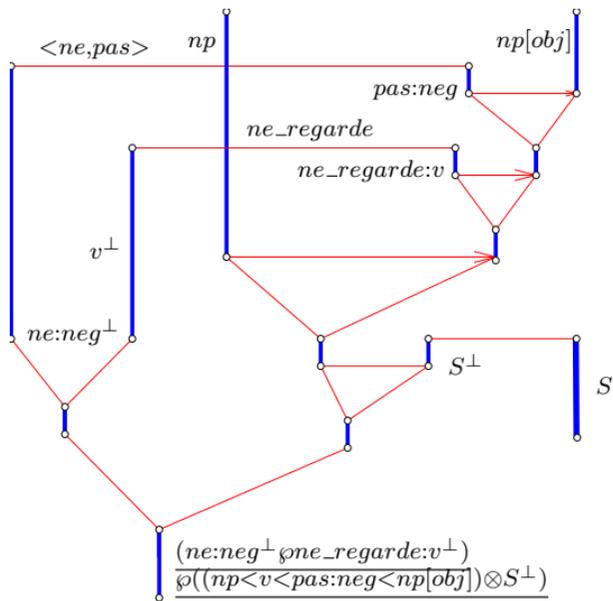
Logique linéaire avec connecteur précède

6. Modèles grammaticaux

6.1. Grammaires de modules ordonnés

- ▶ Lexique :
mots \longrightarrow modules (morceaux de réseaux, avec *précède*)
- ▶ Branchement
 - par axiome
indentification d'une hypothèse d'un module et d'une conclusion de l'autre
 \sim substitution dans les TAGs
 - par coupure
coupure, en particulier sur une porte (conclusion/coupure $X \otimes X^\perp$)
 \sim adjonction des TAGs
- ▶ Analyse : branchement des modules/mots en un réseau *correct*.
- ▶ Ordre des mots : propagation d'étiquettes, **après** élimination des coupures.
Les étiquettes ne guident pas la construction de la démonstration.





6.2. Grammaires minimalistes catégorielles

Grammaires minimalistes : fusion, déplacement (visible ou furtif)

Catégories et traits formels sur un même plan.

Deux opérations :

- Fusion : $A, A \setminus B \vdash B$ et $B / A, A \vdash B$
- Mouvement : élimination du produit.

$$\frac{\Gamma \vdash e : A \bullet B \quad \Delta, x : A, y : B, \Delta' \vdash c(x, y) : C}{\Delta, \Gamma, \Delta' \vdash c(x := f(e), y := g(e)) : C}$$

- ▶ déplacement visible (*A fort*) $f(\mathbf{e}) = g(\mathbf{e}) = \mathbf{e}$
- ▶ déplacement furtif (*A faible*) $f(\mathbf{e}) = \mathbf{e}$ et $g(\mathbf{e}) = \mathbf{e}$

On répète les constituants déplacés.

- forme logique **constituant**
- forme phonologique **constituant**
- superposition des deux **constituant**

entrée	abréviation	type
certain	c	$(\bar{k} \bullet d) / n$
plusieurs	p	$(\bar{k} \bullet d) / n$
langues	l	n
grammairiens	g	n
étudiant	e	$(\bar{k} \setminus (d \setminus v)) / d$
(temps)		$(\bar{k} \setminus t) / v$
(comp)		c / t

- (chaîne) [c g] [c g] [p l] e [p l]
 (PF) [c g] e [p l]
 (LF) [c g] [p l] e

Certains grammairiens étudient plusieurs langues

entrée	abréviation	type
quidam	q	$(\bar{k} \bullet d) / n$
multas	m	$(\bar{k} \bullet d) / n$
linguas	l	n
grammatici	g	n
cognoscunt	c	$(\bar{K} \setminus (d \setminus v)) / d$
(temps)		$(\bar{k} \setminus t) / v$
(comp)		c / t

- (chaîne) [q g] [q g] [m l] c [m l]
 (PF) q g [m l] c
 (LF) q g [m l] c

Quidam grammatici multas linguas cognoscunt

$$\begin{array}{c}
\frac{c/t}{c} \Big/ \frac{t}{e} \quad \frac{(\bar{k} \bullet d) / n}{d \otimes \bar{k}} \Big/ \frac{n}{e} \quad \frac{[\bar{k}]^2}{t} \frac{(\bar{k} \setminus t) / v}{\bar{k} \setminus t} \Big/ \frac{t}{\otimes_e^2} \quad \frac{[d]^2}{v} \frac{(\bar{k} \setminus (d \setminus v)) / d}{d \setminus v} \Big/ \frac{v}{e} \\
\frac{(\bar{k} \bullet d) / n}{\bar{k} \bullet d} \Big/ \frac{n}{e} \quad \frac{[\bar{k}]^1}{(d \setminus v)} \frac{(\bar{k} \setminus (d \setminus v)) / d}{\bar{k} \setminus (d \setminus v)} \Big/ \frac{[d]^1}{\otimes_e^1} \Big/ \frac{e}{e}
\end{array}$$

6.2.1. Dans le calcul mixte

Calcul mixte avec connecteurs commutatifs et non commutatifs.

- ▶ Contextes: ordres séries-parallèles de formules.
- ▶ Entropie : affaiblissement des contraintes d'ordre (réécriture des ordres séries-parallèles \sim inclusion de ces ordres)
- ▶ Mots : hypothèses (et non axiomes propres).

$$(F_2 \setminus (F_3 \setminus (\dots \setminus (F_{n-1}(\setminus F_n \setminus (G_1 \otimes G_2 \otimes \dots G_1 \otimes A)))))) / F_1$$

\sim grammaires minimalistes originales, mais ensemble et non suite de traits.

- ▶ Calcul plus riche, plus souple (mouvements de tête)

6.2.2. Intérêt

- Représentation logique d'une théorie linguistique conséquente.
- Calcul de représentations sémantiques.
- Acquisition des grammaires minimalistes par unification.

7. Perspectives

- ▶ Réseaux avec liens pour le calcul mixte
- ▶ Réseaux abstraits non commutatifs
- ▶ Apprentissage des grammaires minimalistes
- ▶ Analyse parallèle des grammaires minimalistes avec les réseaux de Petri (le même calcul, la logique mixte, décrit les transitions par paquets)
- ▶ Forme logique et extraction de représentations sémantiques
- ▶ Autres critères d'apprentissage (principes et paramètres)
- ▶ Lien entre sémantique prédicative et sémantique lexicale