



**Université Bordeaux I**  
**Master d'Informatique 2<sup>e</sup> année Algorithmes et méthodes formelles**  
**Logique et langages**  
**Devoir à la maison à rendre le jeudi 3 janvier 2008**

**Exercice A**

On considère la phrase suivante:

- Les étudiants assistent à un séminaire.

(A.i) Formuler dans la logique du premier ordre les sens possibles de cette phrases — on utilisera les prédicats  $A : e \rightarrow (e \rightarrow t)$ ,  $S : e \rightarrow t$  et  $E : e \rightarrow t$  pour *assister\_à*, *séminaire* et *étudiant*. [Remarque dans ce type de phrases, "les" se traite comme "tous les"]

(A.ii) Donner un lexique dans le calcul de Lambek associatif qui permette d'analyser ces phrases.

(A.iii) Donner toutes les différentes analyses syntaxiques en déduction naturelle.

(A.iv) Extraire de ces analyses syntaxiques les représentations sémantiques correspondantes.

**Exercice B**

On considère le lexique  $G$  suivant:

Roberto	$sn$
la	$sn / n$
fille	$n$
qui	$(n \setminus n) / (sn \setminus S)$
que	$(n \setminus n) / (S / sn)$

regarde	$(sn \setminus S) / sn$
connâit	$(sn \setminus S) / sn$
passé	$(sn \setminus S)$
sourit	$(sn \setminus S)$

On appelle  $L(G)$  le langage engendré par  $G$  avec le calcul de Lambek.

On appelle  $AB(G)$  le langage engendré par  $G$  avec le calcul de Lambek restreint au règles d'élimination.

**(B.i)** Comparer  $L(G)$  et  $AB(G)$ . Justifier votre réponse.

**(B.ii)** Les phrases suivantes font elles partie de  $AB(G)$ ? de  $L(G)$ ? On justifiera sa réponse.

- Roberto connaît la fille qui passe.
- Roberto qui connaît la fille qui passe sourit.
- La fille qui connaît Roberto passe.
- La fille que connaît Roberto sourit.
- La fille que Roberto connaît passe.

### Exercice C

On compare dans cet exercice deux modèles du calcul de Lambek.

On considère une grammaire catégorielle dont les catégories de bases sont  $a, b, c, S$ . On appelle  $M_G$  le groupe libre sur  $a, b, c, S$  et  $[...]_M$  l'interprétation standard dans le groupe libre:  $[x] = x$  pour chaque catégorie de base et  $[U \setminus V] = [U]^{-1}[V]$  et  $[V / U] = [V][U]^{-1}$

On considère le monoïde  $\langle \mathbb{N}, + \rangle$ , et le monoïde résidué considéré pour interpréter les catégories est celui des parties de ce monoïde. On utilise une interprétation notée  $[[...]]$  définie par:  $[[a]] = [[b]] = \{2n \mid n \in \mathbb{N}\}$  et  $[[c]] = \{2n + 1 \mid n \in \mathbb{N}\}$ .

**(C.i)** Que valent  $[c / (b \setminus c)]$  et  $[[c / (b \setminus c)]]$ ?

**(C.ii)** Donner un séquent qui est valide pour  $[[...]]$  et pas pour  $[...]$ . Est-il prouvable?

**(C.iii)** Donner une famille infinie de séquents qui sont valides pour  $[[...]]$  et pas pour  $[...]$ .

**(C.iv)** Proposer un modèle et une interprétation  $[[[...]]]$  et donner un séquent valide pour  $[...]$  mais pas valide pour  $[[[...]]]$ .