

MASTER INFORMATIQUE 2^e ANNÉE
UE LOGIQUE ET LANGAGES
PARTIE *Lambda calcul et déduction naturelle* (CH. RETORÉ)
DEVOIR À LA MAISON POUR LE 11 JANVIER 2012

* * *

CE SUJET COMPORTE 1 PAGE

Exercice I (*lambda calcul simplement typé et logique du premier ordre*)

On suppose qu'une analyse syntaxique nous dit que la structure de la phrase *Quelqu'un connaît Myriam* est le lambda terme $(q (c m))$ — où $q^{(e \rightarrow t) \rightarrow t}$ correspond à *quelqu'un*, $c^{e \rightarrow (e \rightarrow t)}$ à *connaît*, et m^e à Myriam.

Donnez les λ -termes correspondant à $q^{(e \rightarrow t) \rightarrow t}$, $c^{e \rightarrow (e \rightarrow t)}$ et m^e afin de calculer la formule logique représentant le sens de cet énoncé, et faire le calcul. On donnera ensuite l'écriture "normale" de la formule logique.

Exercice II (*système F et sémantique du langage naturel*)

On ajoute au système **F** des constantes \forall et \exists de type $\Pi\alpha.((\alpha \rightarrow t) \rightarrow t)$. Ecrire en λ -calcul une formule signifiant: *Pierre croit tout ce qu'on lui dit.* On précisera les constantes utilisées *croire*, *dire*, etc. et leurs types. On pourra aussi écrire cette même formule en logique d'ordre supérieur.

Exercice III (*λ -calcul simplement typé du premier ordre*)

On considère le λ -calcul simplement typé enrichi des constantes: *aime* et *regarde* de type $e \rightarrow e \rightarrow t$, des constantes logiques usuelles: \forall et \exists de type $(e \rightarrow t) \rightarrow t$, \wedge , \vee et \supset de type $t \rightarrow (t \rightarrow t)$, et \neg de type $t \rightarrow t$.

On rappelle qu'un λ -terme normal s'écrit

$$\lambda x_1 \dots \lambda x_p (((z^{U_1 \rightarrow (U_2 \dots \rightarrow (U_n \rightarrow V))}) t_1^{U_1}) t_2^{U_2}) \dots t_n^{U_n})$$

avec t_1, \dots, t_n normaux et z une variable ou une constante (si $p = 0$ il n'y a pas de λ -abstraction en tête, si $n = 0$ le corps du terme est réduit à $z^{U_1 \rightarrow (U_2 \dots \rightarrow (U_n \rightarrow V))}$).

III.a. Ecrire en λ -calcul la formule (ou les formules) correspondant au sens de *Marie regarde quelqu'un qu'elle n'aime pas.*

III.b. Montrez que toute formule de la logique du premier ordre avec les deux prédicats binaires *aime* et *regarde* se traduit en un λ -terme normal de type t .

III.c. Montrez que tout λ -terme normal de ce calcul avec constantes correspond à une formule de la logique du premier ordre sur le langage considéré.