Transparents de Jeffrey Ullman

--- légèrement modifiés et mis en français par Christian Retoré Université Bordeaux 1

DataLog

Règles logiques
Récursion

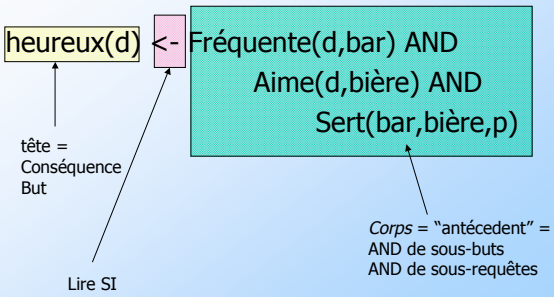
Un langage logique de requêtes (ProLog restreint)

- Si-alors(-sinon) sont utilisées couramment
  - Aujourd'hui: mémoire d'entreprise
- Règles non récursives = algèbre relationnelle
- Règles récursives: extension ajoutée à SQL 99

Règles logiques

- Premier exemple
  - Fréquente(client,bar),
  - Aime(client,bière),
  - Sert(bar,bière,prix).
- Clients "heureux" ceux qui fréquentent un bar qui sert une bière qu'ils aiment

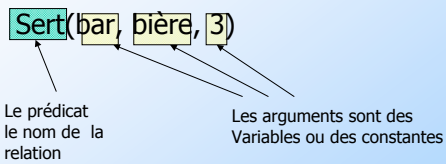
Structure d'une règle / clause



Sous-requêtes

- Un *atome* est un *prédicat*, ou relation avec des variables ou des constantes comme arguments.
- La tête est un atome; le corps est est la conjonction

Exemple d'atome



Interprétation des Règles

Sens d'une clause:

La tête est vraie s'il existe des valeurs des variables qui rendent vraies les atomes du corps de la clause.

exemple: Interpretation

heureux(d) <- Fréquente(d,bar) AND
Aime(d,bière) AND Sert(bar,bière,p)

d est heureux
S'il existe un bar et une bière et un prix
Tels que
- d fréquente bar
- d aime bière
- bar sert bière au prix p

Sous requêtes conditionnelles

(atomes de comparaison
utilisant des prédicats prédéfinis)

- En plus des atomes relationnels.
  On peut avoir des conditions usuelles:
  par exemple: *x < y ou x<>y ou x=y*.

Exemple de conditions

Une bière est bon marché si au moins deux bars la servent à moins de 2€50

Bon_marché(bière)
<- Sert(bar1,bière,p1) AND
Sert(bar2,bière,p2) AND
p1 < 2,5 AND
p2 < 2,5 AND
bar1 <> bar2

Sous requêtes négatives

- Une sous requête peut être précédée de NOT
- Exemple: Arc(a,b) arc de a à b dans un graphe.
  - S(x,y) il y a un chemin de longueur 2 de x à y mais pas d'arc direct (contredit la transitivité)

S(x,y) <- Arc(x,z) AND Arc(z,y)
AND NOT Arc(x,y)

Clauses correctes ou sûres

- Une clause est correcte si:
  Toute variable apparait dans une sous requête non niée,
- On n'utilise que des clauses correctes
- Pourquoi? …. TSVP

Exemples de clauses incorrectes

- Exemples de clauses incorrectes:
  1. S(x) <- NOT R(x)
  2. S(x) <- R(y) AND NOT R(x)
  3. S(x) <- R(y) AND x > y
- A chaque fois on peut avoir une infinité de valeurs pour "x" même si R est une relation finie.

Evaluation des règles

- Deux approches:
  1. *Instanciation des Variables* : essayer toutes les valeurs possibles pour les variables des sous requêtes, et si les sous requêtes sont validées ajouter le n-uplet
  2. *Instanciation des n-uplets* : Essayer toutes les n-uplets possibles des atomes sans négation, et si les sous requêtes sont validées ajouter le n-uplet.

Exemple: Variables --- 1

S(x,y) <- Arc(x,z) AND Arc(z,y)
AND NOT Arc(x,y)

- Arc: Arc(1,2) et Arc(2,3)
- Only assignments to make the first subgoal Arc(x,z) true are:
  1. x = 1; z = 2
  2. x = 2; z = 3

Exemple: Variables x=1, z=2

S(x,y) <- Arc(x,z) AND Arc(z,y) AND NOT Arc(x,y)

1 3 1 2 2 3 1 3

3 est la seule valeur qui rende vraies toutes les sous-requêtes

S(1,3) est un n-uplet solution

Exemple: Variables x=2, z=3

S(x,y) <- Arc(x,z) AND Arc(z,y) AND NOT Arc(x,y)

2 2 3 3 2

Pas de contribution à la solution
S = {(1,3)}

Pas de valeur de *y* qui rende Arc(3,y) vrai

Instanciation des n-uplets

- Commencer par les atomes relationnels non niés.
- Considérer toutes les instanciations de leur n-uplets par des n-uplets pris dans les relations correspondantes.
- Si ces instanciations donnent des valeurs cohérentes aux variables et rendent toutes les sous-requêtes vraies alors ajouter à la solution le n-uplet correspondant.

Exemple: avec n-uplets

S(x,y) <- Arc(x,z) AND Arc(z,y) AND NOT Arc(x,y)
Arc(1,2), Arc(2,3)

- Quatre instanciations possibles pour les deux premiers atomes:

Arc(x,z)	Arc(z,y)
(1,2)	(1,2)
(1,2)	(2,3)
(2,3)	(1,2)
(2,3)	(2,3)

Seule instanciation possible avec une valeur cohérente pour 'z'. Elle valide aussi NOT Arc(x,y) donc On ajoute S(1,3) au résultat.

Programmes Datalog (requêtes)

- Un programme *Datalog* est une suite de clauses
- *Deux sortes de prédicats*
  1. EDB = *Extensional Database* = table stockée.
  2. IDB = *Intensional Database* = relation definie par les clauses.
- Une relation n'est jamais EDB et IDB!
- Jamais de EDB dans les têtes.

Algèbre relationnelle en DataLog (au tableau)

- Sélection
- Projection
- Opérations ensemblistes
- Produit cartésien
- Jointure

DataLog en algèbre relationnelle (au tableau)

- Corps de la clause
  produit, jointure, sélection
- Tête de la clause
  projection
- Clauses multiples pour un IDB
  union

Evaluation des programmes Datalog

- Pas de récursion= ordonner les clauses poru que le corps ne contienne que des prédicats déjà définis et évalués.
- Si un prédicat IDB est défini par plus d'une clause, chaque clause ajoute des n-uplets au prédicat IDB.

Exemple: Programme DataLog

- En utilisant la table EDB
  Sert(bar, bière, prix)
  Bières(name, manf)
- Trouver les Brasseries produisant des bières que le Lucifer ne sert pas:
- Lucifer(b) <- Sert('Lucifer', b, p)
- Answer(m) <- bières(b,m)
  AND NOT JoeSert(b)

Expressivité de Datalog

- Sans récursion, Datalog équivaut à l'algèbre relationnelle.
- Avec recursion, Datalog sort de ce cadre
- Néanmoins pas toutes les opérations calculables sur les relations

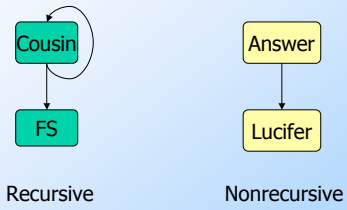
Exemple récursif

- EDB: Par(c,p): est un deux des parents de *c*.
- Cousins (sens large) personnes avec un ancêtre commun :
  - FS(x,y) <- Par(x,p) AND Par(y,p) AND x<>y
  - Cousin(x,y) <- FS(x,y)
  - Cousin(x,y) <- Par(x,xp) AND Par(y,yp) AND Cousin(xp,yp)

Definition de la Récursion

- Former un graphe de *dépendance sommets= prédicat IDB*
- Arc *X* ->*Y* ssi *X* est la tête d'une clause avec *Y* dans le corps de cette clause
- Cycle = récursion
- Pas de cycle = pas de récursion.

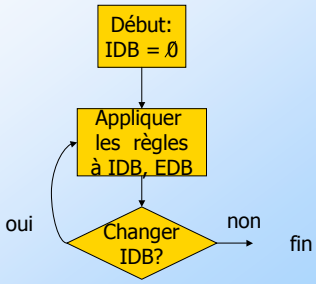
Exemple: graphe de Dépendance



Evaluation des programmes récursifs

- S'il n'y a pas de négation:
  1. Supposer les IDB vides.
  2. Evaluer les clauses en utilisant les EDB et les n-uplets déjà ajoutés aux IDB.
  3. S'arreter quant le contenu du prédicat IDB est stationnaire.

Evaluation Naïve



Exemple: Evaluation de Cousin

- On boucle pour construire des n-uplets de
  - FS (en rouge)
  - Cousin (en vert)
- Rappelons les clauses:

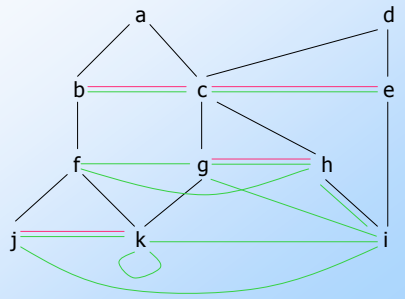
FS(x,y) <- Par(x,p) AND Par(y,p) AND x<>y
Cousin(x,y) <- FS(x,y)
Cousin(x,y) <- Par(x,xp) AND Par(y,yp)
AND Cousin(xp,yp)

Evaluation Semi-Naïve

- Les EDB ne changent pas, à chaque tour on obtient un nouvel n-uplet dans un IDB que si on utilise un nouvel n-uplet d'un IDB
- Evitons de redécouvrir les mêmes n-uplets.
  - Malgré cela un même n-uplet peut être redécouvert.

EDB: est un parent de

Tour 1
Tour 2
Tour 3
Tour 4



Récursion Plus Négation

- L'évaluation "Naïve"ne fonctionne plus si des sous-requêtes sont niées.
- En général, la négation au sein d'un programme récursifn n'a pas de sens.
- Même quand réursions et négation sont indépendant, les prédicats IDB peuvent être mal définis.

Négation Stratifiée

- La stratification est une contrainte habituellement requise sur Datalog avec négation et récursion.
- La négation ne peut plus être imbriquée dans la récursion.
- On obtient les relations souhaitées.

Probléme de la Negation Récursive

P(x) <- Q(x) AND NOT P(x)
EDB: Q(1), Q(2)

initial: P = { }
tour 1: P = {(1), (2)}
tour 2: P = { }
tour 3: P = {(1), (2)}, etc., etc. …

Strates

- Intuitivement, la *strate* d'un prédicat IDB est le nombre maximal de négations que l'on peut rencontrer durant son évaluation.
- Négation stratifiée = "strate finie."
- Dans P(x) <- Q(x) AND NOT P(x), on peut nier P une infinité de fois pour calculer P.

Graphe des Strates

- Formalisation des strates par un graphe:
  - Sommets = prédicats IDB.
  - Arcs *A* ->*B* ssi le prédicat *A* dépend du prédicat *B*. (Clause A <- … B ….)
  - Etiquette "-" sur l'arc A->B ssi *B* est nié dans la clause A <- … B ….

Négation stratifiée

- La strate d'un sommet (prédicat IDB) est le maximum d'arcs "–" sur un chemin partant de ce sommet.
- Un porgramme Datalog est *stratifié* si tous ces prédicats IDB ont une strate finie: il n'y a pas de cycle avec un "-".

exemple

P(x) <- Q(x) AND NOT P(x)

Autre exemple

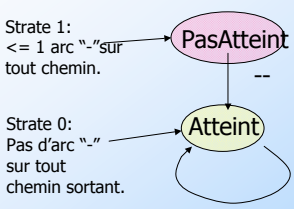
- EDB = Origine(x), Destination(x), Arc(x,y).
- Clauses pour "Destinations jamais Atteintes de quelque Origine que ce soit":

Atteint(x) <- Origine(x)

Atteint(x) <- Atteint(y) AND Arc(y,x)

PasAtteint(x) <- Destination(x)
AND NOT Atteint(x)

Graphe des Strates



Modèles

- Un *modèle* est un choix de relations IDB qui avec les relations EDB données rend vraies toutes les clauses, quellles que soient les vaeurs données aux variables.
  - Attention: si le corps de la clause est faux la clause est vraie.
  - Si le corps de la clause est vrai, la tête doit l'être aussi.

Modèles minimaux

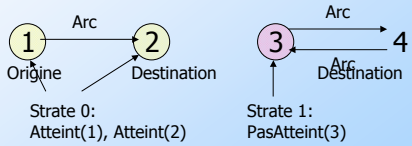
- Pas de négation: un progamme Datalog a un unique modèle minimal.
- Avec la négation, il peut y en avoir plusieurs.
- Le modèle calculé avec la stratification est celui qui a un sens.

Le modèle stratifié

- On évalue les prédicats IDB par ordre de strate croissante.
- Dès qu'un prédicat IDB est évalué, on le considère comme un prédicat EDB.

Exemple: Modèles Multiples - 1

Atteint(x) <- Origine(x)
Atteint(x) <- Atteint(y) AND Arc(y,x)
PasAtteint(x) <- Destination(x) AND NOT Atteint(x)



Exemple: Modèles Multiples - 2

Atteint(x) <- Origine(x)
Atteint(x) <- Atteint(y) AND Arc(y,x)
PasAtteint(x) <- Destination(x) AND NOT Atteint(x)

Un autre modèle ! Atteint(1), Atteint(2), Atteint(3), Atteint(4); PasAtteint est vide.