Une nouvelle caractérisation des graphes Seymour

Zoltán Szigeti

Laboratoire G-SCOP
INP Grenoble, France

29 May 2008

avec A. Ageev, A. Sebő

Résumé

1. Motivation
2. Définitions : paquage complet de coupes, joint
3. Graphes Seymour
4. Autour des graphes Seymour
5. Caractérisation co-NP des graphes Seymour
6. Nouvelle caractérisation co-NP des graphes Seymour
7. Mauvais sous-graphe partiel
8. K_4 impairs et prismes impairs non-Seymour
9. Problème ouvert

Motivation

Problème des chaînes arête-disjointes

Etant donné un graphe $H = (V, E)$ et k paires de sommets $\{s_i, t_i\}$, décider s'il existe k chaînes arête-disjointes, chacune reliant une paire s_i, t_i.

Motivation

Problème des chaînes arête-disjointes

Etant donné un graphe $H = (V, E)$ et k paires de sommets $\{s_i, t_i\}$, décider s'il existe k chaînes arête-disjointes, chacune reliant une paire s_i, t_i.

Reformulation en ajoutant l'ensemble F des arêtes $s_i t_i$.

Motivation

Problème des chaînes arête-disjointes

Etant donné un graphe $H = (V, E)$ et k paires de sommets $\{s_i, t_i\}$, décider s'il existe k chaînes arête-disjointes, chacune reliant une paire s_i, t_i.

Reformulation en ajoutant l'ensemble F des arêtes $s_i t_i$.

Paquage complet des cycles

Etant donné un graphe $H' = (V, E + F)$, décider s'il existe $|F|$ cycles arête-disjoints dans H', chacun contenant exactement une arête de F.

Problème des chaînes arête-disjointes

Etant donné un graphe $H = (V, E)$ et k paires de sommets $\{s_i, t_i\}$, décider s'il existe k chaînes arête-disjointes, chacune reliant une paire s_i, t_i.

Reformulation en ajoutant l'ensemble F des arêtes $s_i t_i$.

Paquage complet des cycles

Etant donné un graphe $H' = (V, E + F)$, décider s'il existe $|F|$ cycles arête-disjoints dans H', chacun contenant exactement une arête de F.

Supposons H' planaire. Le problème dans le dual :

Motivation

Problème des chaînes arête-disjointes

Etant donné un graphe $H = (V, E)$ et k paires de sommets $\{s_i, t_i\}$, décider s'il existe k chaînes arête-disjointes, chacune reliant une paire s_i, t_i.

Reformulation en ajoutant l'ensemble F des arêtes $s_i t_i$.

Paquage complet des cycles

Etant donné un graphe $H' = (V, E + F)$, décider s'il existe $|F|$ cycles arête-disjoints dans H', chacun contenant exactement une arête de F.

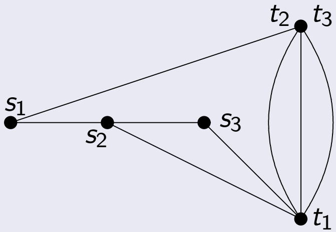
Supposons H' planaire. Le problème dans le dual :

Paquage complet de coupes

Etant donné un graphe $G = (V', E' + F')$, décider s'il existe $|F'|$ coupes arête-disjointes dans G, chacune contenant exactement une arête de F'.

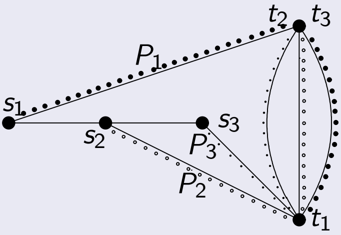
Un exemple

Problème des chaînes arête-disjointes



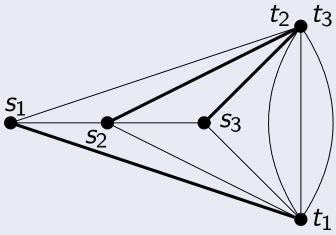
Un exemple

Paquage complet de chaînes



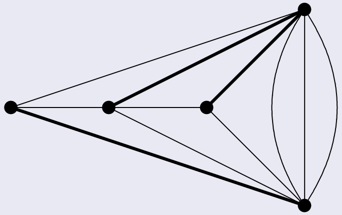
Un exemple

Ajout des arêtes



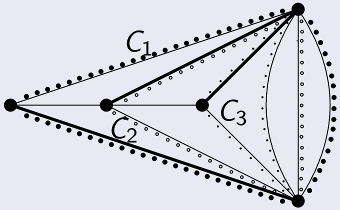
Un exemple

Le graphe H'



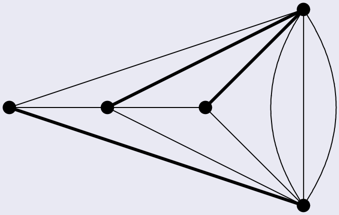
Un exemple

Paquage complet de cycles



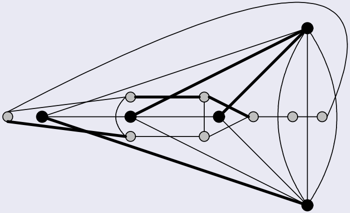
Un exemple

H' est planaire



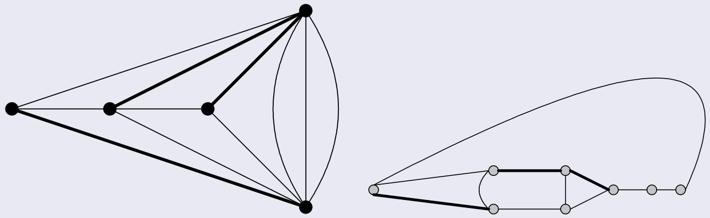
Un exemple

H' et son dual



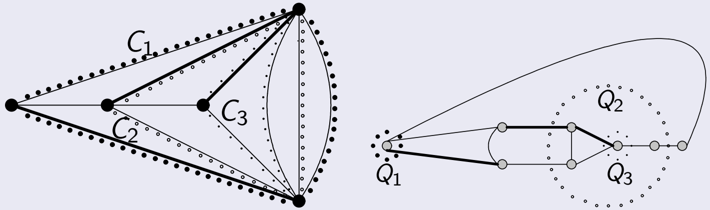
Un exemple

H' et son dual



Un exemple

Paquage complet de cycles et de coupes



Paquage complet de coupes

Les graphes ne sont plus planaires !

Paquage complet de coupes

Le problème

Etant donné un graphe $G = (V, E + F)$, décider s'il existe $|F|$ coupes arête-disjointes dans G, chacune contenant exactement une arête de F.

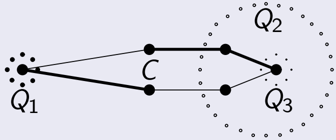
Paquage complet de coupes

Le problème

Etant donné un graphe $G = (V, E + F)$, décider s'il existe $|F|$ coupes arête-disjointes dans G, chacune contenant exactement une arête de F.

Condition nécessaire

Si le graphe $G = (V, E + F)$ admet un paquage complet de coupes, alors F est un joint : pour tout cycle C, $|C \cap F| \leq |C \setminus F|$.



Paquage complet de coupes

Le problème

Etant donné un graphe $G = (V, E + F)$, décider s'il existe $|F|$ coupes arête-disjointes dans G, chacune contenant exactement une arête de F.

Condition nécessaire

Si le graphe $G = (V, E + F)$ admet un paquage complet de coupes, alors F est un joint : pour tout cycle C, $|C \cap F| \leq |C \setminus F|$.

Condition suffisante ?

Si F est un joint, le graphe $G = (V, E + F)$ admet-il un paquage complet de coupes ?

Paquage complet de coupes

Le problème

Etant donné un graphe $G = (V, E + F)$, décider s'il existe $|F|$ coupes arête-disjointes dans G, chacune contenant exactement une arête de F.

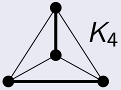
Condition nécessaire

Si le graphe $G = (V, E + F)$ admet un paquage complet de coupes, alors F est un joint : pour tout cycle C, $|C \cap F| \leq |C \setminus F|$.

Condition suffisante ?

Si F est un joint, le graphe $G = (V, E + F)$ admet-il un paquage complet de coupes ?

NON :



Paquage complet de coupes

Le problème

Etant donné un graphe $G = (V, E + F)$, décider s'il existe $|F|$ coupes arête-disjointes dans G, chacune contenant exactement une arête de F.

Condition nécessaire

Si le graphe $G = (V, E + F)$ admet un paquage complet de coupes, alors F est un joint : pour tout cycle C, $|C \cap F| \leq |C \setminus F|$.

Condition suffisante ?

Si F est un joint, le graphe $G = (V, E + F)$ admet-il un paquage complet de coupes ?

Théorème (Middendorf, Pfeiffer)

Etant donné un joint dans un graphe, décider s'il existe un paquage complet de coupes est un problème NP-complet.

Graphes Seymour

Théorème (Seymour)

Si G est un graphe biparti,
alors pour tout joint il existe un paquage complet de coupes.

Graphes Seymour

Théorème (Seymour)

Si G est un graphe biparti,
alors pour tout joint il existe un paquage complet de coupes.

Théorème (Seymour)

Si G est un graphe série-parallèle,
alors pour tout joint il existe un paquage complet de coupes.

Théorème (Seymour)

Si G est un graphe biparti,
alors pour tout joint il existe un paquage complet de coupes.

Théorème (Seymour)

Si G est un graphe série-parallèle,
alors pour tout joint il existe un paquage complet de coupes.

Définition

G est un graphe Seymour
si pour tout joint il existe un paquage complet de coupes.

Graphes Seymour

Théorème (Seymour)

Si G est un graphe biparti, ($\Longleftrightarrow$ pas de cycle impair)
alors pour tout joint il existe un paquage complet de coupes.

Théorème (Seymour)

Si G est un graphe série-parallèle,
alors pour tout joint il existe un paquage complet de coupes.

Définition

G est un graphe Seymour
si pour tout joint il existe un paquage complet de coupes.

Graphes Seymour

Théorème (Seymour)

Si G est un graphe biparti, ($\Longleftrightarrow$ pas de cycle impair)
alors pour tout joint il existe un paquage complet de coupes.

Théorème (Seymour)

Si G est un graphe série-parallèle, ($\Longleftrightarrow$ pas de subdivision de K_4)
alors pour tout joint il existe un paquage complet de coupes.

Définition

G est un graphe Seymour
si pour tout joint il existe un paquage complet de coupes.

Graphes Seymour

Théorème (Seymour)

Si G est un graphe biparti, ($\Longleftrightarrow$ pas de cycle impair)
alors pour tout joint il existe un paquage complet de coupes.

Théorème (Seymour)

Si G est un graphe série-parallèle, ($\Longleftrightarrow$ pas de subdivision de K_4)
alors pour tout joint il existe un paquage complet de coupes.

Définition

G est un graphe Seymour $\Longleftrightarrow$?
si pour tout joint il existe un paquage complet de coupes.

Autour des graphes Seymour

Sous-classes

1. Seymour : Graphes sans cycle impair,
2. Seymour : Graphes sans subdivision de K_4,
3. Gerards : Graphes sans K_4 impair et sans prisme impair,
4. Szigeti : Graphes sans K_4 impair non-Seymour et sans prisme impair non-Seymour.

Sur-classe

Autour des graphes Seymour

Sous-classes

1. Seymour : Graphes sans cycle impair,
2. Seymour : Graphes sans subdivision de K_4,
3. Gerards : Graphes sans K_4 impair et sans prisme impair,
4. Szigeti : Graphes sans K_4 impair non-Seymour et sans prisme impair non-Seymour.

Sur-classe

Autour des graphes Seymour

Sous-classes

1. Seymour : Graphes sans cycle impair,
2. Seymour : Graphes sans subdivision de K_4,
3. Gerards : Graphes sans K_4 impair et sans prisme impair,
4. Szigeti : Graphes sans K_4 impair non-Seymour et sans prisme impair non-Seymour.

Sur-classe

Autour des graphes Seymour

Sous-classes

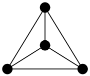
1. Seymour : Graphes sans cycle impair,
2. Seymour : Graphes sans subdivision de K_4,
3. Gerards : Graphes sans K_4 impair et sans prisme impair,
4. Szigeti : Graphes sans K_4 impair non-Seymour et sans prisme impair non-Seymour.

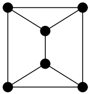
Sur-classe

Sous-classes

1. Seymour : Graphes sans cycle impair,
2. Seymour : Graphes sans subdivision de K_4,
3. Gerards : Graphes sans K_4 impair et sans prisme impair,
4. Szigeti : Graphes sans K_4 impair non-Seymour et sans prisme impair non-Seymour.

Sur-classe

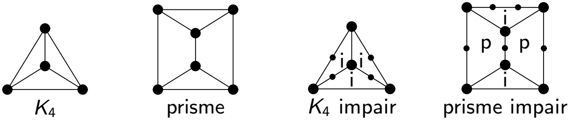

K_4


prisme

Sous-classes

1. Seymour : Graphes sans cycle impair,
2. Seymour : Graphes sans subdivision de K_4,
3. Gerards : Graphes sans K_4 impair et sans prisme impair,
4. Szigeti : Graphes sans K_4 impair non-Seymour et sans prisme impair non-Seymour.

Sur-classe

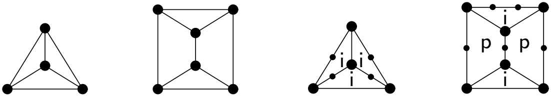


Autour des graphes Seymour

Sous-classes

1. Seymour : Graphes sans cycle impair,
2. Seymour : Graphes sans subdivision de K_4,
3. Gerards : Graphes sans K_4 impair et sans prisme impair,
4. Szigeti : Graphes sans K_4 impair non-Seymour et sans prisme impair non-Seymour.

Sur-classe



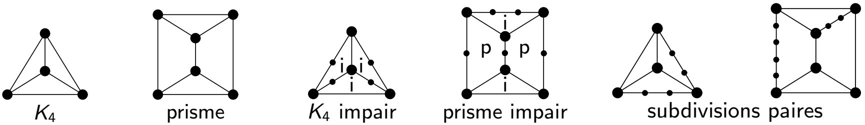
K_4 prisme K_4 impair prisme impair

Sous-classes

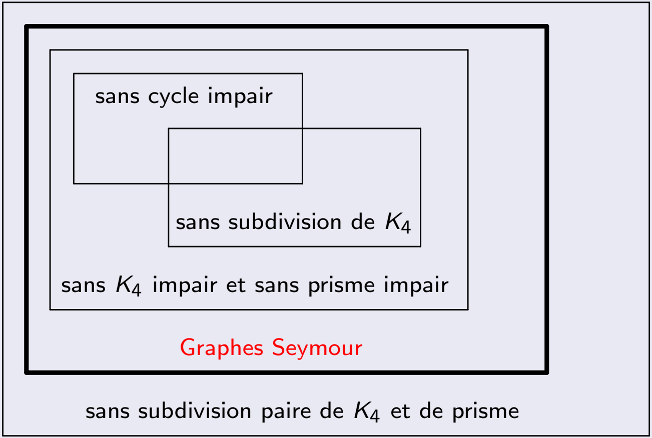
1. Seymour : Graphes sans cycle impair,
2. Seymour : Graphes sans subdivision de K_4,
3. Gerards : Graphes sans K_4 impair et sans prisme impair,
4. Szigeti : Graphes sans K_4 impair non-Seymour et sans prisme impair non-Seymour.

Sur-classe

Graphe Seymour $\Longrightarrow$ sans subdivision paire de K_4 et de prisme.



Figure



sans cycle impair
sans subdivision de K_4
sans K_4 impair et sans prisme impair
Graphes Seymour
sans subdivision paire de K_4 et de prisme

Préliminaires

Definition

Etant donné un joint F, un cycle C est F-serré si $|C \cap F| = |C \setminus F|$.

Préliminaires

Remarques

Etant donné un joint F, un paquage F-complet de coupes $\mathcal{Q}$, deux cycles F-serrés C_1 et C_2 et un cycle C dans $C_1 \cup C_2$, alors

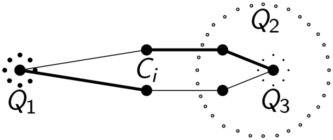
- toute arête de C_i (et donc de C) appartient à une coupe $Q \in \mathcal{Q}$,
- $\{C \cap Q : Q \in \mathcal{Q}, C \cap Q \neq \emptyset\}$ partitionne C et $|C \cap Q|$ est pair,
- $|C|$ est pair donc $C_1 \cup C_2$ est biparti.

Préliminaires

Remarques

Etant donné un joint F, un paquage F-complet de coupes $\mathcal{Q}$, deux cycles F-serrés C_1 et C_2 et un cycle C dans $C_1 \cup C_2$, alors

- toute arête de C_i (et donc de C) appartient à une coupe $Q \in \mathcal{Q}$,
- $\{C \cap Q : Q \in \mathcal{Q}, C \cap Q \neq \emptyset\}$ partitionne C et $|C \cap Q|$ est pair,
- $|C|$ est pair donc $C_1 \cup C_2$ est biparti.



Préliminaires

Remarques

Etant donné un joint F, un paquage F-complet de coupes $\mathcal{Q}$, deux cycles F-serrés C_1 et C_2 et un cycle C dans $C_1 \cup C_2$, alors

- toute arête de C_i (et donc de C) appartient à une coupe $Q \in \mathcal{Q}$,
- $\{C \cap Q : Q \in \mathcal{Q}, C \cap Q \neq \emptyset\}$ partitionne C et $|C \cap Q|$ est pair,
- $|C|$ est pair donc $C_1 \cup C_2$ est biparti.

Préliminaires

Remarques

Etant donné un joint F, un paquage F-complet de coupes $\mathcal{Q}$, deux cycles F-serrés C_1 et C_2 et un cycle C dans $C_1 \cup C_2$, alors

- toute arête de C_i (et donc de C) appartient à une coupe $Q \in \mathcal{Q}$,
- $\{C \cap Q : Q \in \mathcal{Q}, C \cap Q \neq \emptyset\}$ partitionne C et $|C \cap Q|$ est pair,
- $|C|$ est pair donc $C_1 \cup C_2$ est biparti.

Préliminaires

Remarques

Etant donné un joint F, un paquage F-complet de coupes $\mathcal{Q}$, deux cycles F-serrés C_1 et C_2 et un cycle C dans $C_1 \cup C_2$, alors

- toute arête de C_i (et donc de C) appartient à une coupe $Q \in \mathcal{Q}$,
- $\{C \cap Q : Q \in \mathcal{Q}, C \cap Q \neq \emptyset\}$ partitionne C et $|C \cap Q|$ est pair,
- $|C|$ est pair donc $C_1 \cup C_2$ est biparti.

Lemme

Si pour un joint F de G il existe deux cycles F-serrés dont la réunion n'est pas biparti, alors G n'est pas Seymour.

Caractérisation co-NP des graphes Seymour

Théorème (Ageev, Kostochka, Szigeti)

Les propriétés suivantes sont équivalentes :

1. G n'est pas Seymour,
2. G admet un joint F tel qu'il existe deux cycles F-serrés dont la réunion n'est pas biparti,
3. G admet un joint F tel qu'il existe deux cycles F-serrés dont la réunion est un K_4 impair ou un prisme impair.

Exemples

Caractérisation co-NP des graphes Seymour

Théorème (Ageev, Kostochka, Szigeti)

Les propriétés suivantes sont équivalentes :

1. G n'est pas Seymour,
2. G admet un joint F tel qu'il existe deux cycles F-serrés dont la réunion n'est pas biparti,
3. G admet un joint F tel qu'il existe deux cycles F-serrés dont la réunion est un K_4 impair ou un prisme impair.

Exemples

Caractérisation co-NP des graphes Seymour

Théorème (Ageev, Kostochka, Szigeti)

Les propriétés suivantes sont équivalentes :

1. G n'est pas Seymour,
2. G admet un joint F tel qu'il existe deux cycles F-serrés dont la réunion n'est pas biparti,
3. G admet un joint F tel qu'il existe deux cycles F-serrés dont la réunion est un K_4 impair ou un prisme impair.

Exemples

Caractérisation co-NP des graphes Seymour

Théorème (Ageev, Kostochka, Szigeti)

Les propriétés suivantes sont équivalentes :

1. G n'est pas Seymour,
2. G admet un joint F tel qu'il existe deux cycles F-serrés dont la réunion n'est pas biparti,
3. G admet un joint F tel qu'il existe deux cycles F-serrés dont la réunion est un K_4 impair ou un prisme impair.

Exemples

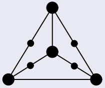
Caractérisation co-NP des graphes Seymour

Théorème (Ageev, Kostochka, Szigeti)

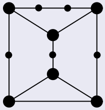
Les propriétés suivantes sont équivalentes :

1. G n'est pas Seymour,
2. G admet un joint F tel qu'il existe deux cycles F-serrés dont la réunion n'est pas biparti,
3. G admet un joint F tel qu'il existe deux cycles F-serrés dont la réunion est un K_4 impair ou un prisme impair.

Exemples



K_4 impair
Seymour



prisme impair
non-Seymour

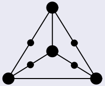
Caractérisation co-NP des graphes Seymour

Théorème (Ageev, Kostochka, Szigeti)

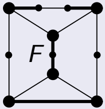
Les propriétés suivantes sont équivalentes :

1. G n'est pas Seymour,
2. G admet un joint F tel qu'il existe deux cycles F-serrés dont la réunion n'est pas biparti,
3. G admet un joint F tel qu'il existe deux cycles F-serrés dont la réunion est un K_4 impair ou un prisme impair.

Exemples



K_4 impair Seymour



prisme impair non-Seymour

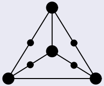
Caractérisation co-NP des graphes Seymour

Théorème (Ageev, Kostochka, Szigeti)

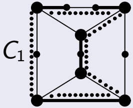
Les propriétés suivantes sont équivalentes :

1. G n'est pas Seymour,
2. G admet un joint F tel qu'il existe deux cycles F-serrés dont la réunion n'est pas biparti,
3. G admet un joint F tel qu'il existe deux cycles F-serrés dont la réunion est un K_4 impair ou un prisme impair.

Exemples



K_4 impair
Seymour



prisme impair
non-Seymour

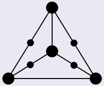
Caractérisation co-NP des graphes Seymour

Théorème (Ageev, Kostochka, Szigeti)

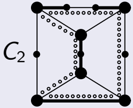
Les propriétés suivantes sont équivalentes :

1. G n'est pas Seymour,
2. G admet un joint F tel qu'il existe deux cycles F-serrés dont la réunion n'est pas biparti,
3. G admet un joint F tel qu'il existe deux cycles F-serrés dont la réunion est un K_4 impair ou un prisme impair.

Exemples



K_4 impair
Seymour



prisme impair
non-Seymour

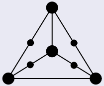
Caractérisation co-NP des graphes Seymour

Théorème (Ageev, Kostochka, Szigeti)

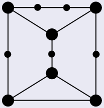
Les propriétés suivantes sont équivalentes :

1. G n'est pas Seymour,
2. G admet un joint F tel qu'il existe deux cycles F-serrés dont la réunion n'est pas biparti,
3. G admet un joint F tel qu'il existe deux cycles F-serrés dont la réunion est un K_4 impair ou un prisme impair.

Exemples



K_4 impair
Seymour



prisme impair
non-Seymour

Théorie des couplages

Définitions

1. G est facteur-critique si $\forall v \in V$, $G - v$ admet un couplage parfait.
2. G est bicritique si $\forall u, v \in V$, $G - u - v$ admet un couplage parfait,
3. La contraction d'un sous-graphe facteur-critique et ses voisins est une facteur-contraction.

Théorie des couplages

Définitions

1. G est facteur-critique si $\forall v \in V$, $G - v$ admet un couplage parfait.
2. G est bicritique si $\forall u, v \in V$, $G - u - v$ admet un couplage parfait,
3. La contraction d'un sous-graphe facteur-critique et ses voisins est une facteur-contraction.

Théorie des couplages

Définitions

1. G est facteur-critique si $\forall v \in V$, $G - v$ admet un couplage parfait.
2. G est bicritique si $\forall u, v \in V$, $G - u - v$ admet un couplage parfait,
3. La contraction d'un sous-graphe facteur-critique et ses voisins est une facteur-contraction.

Théorie des couplages

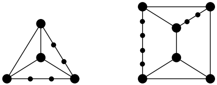
Définitions

1. G est facteur-critique si $\forall v \in V$, $G - v$ admet un couplage parfait.
2. G est bicritique si $\forall u, v \in V$, $G - u - v$ admet un couplage parfait, (c-à-d $\forall u \in V$, $G - u$ est facteur-critique).
3. La contraction d'un sous-graphe facteur-critique et ses voisins est une facteur-contraction.

Théorie des couplages

Définitions

1. G est facteur-critique si $\forall v \in V$, $G - v$ admet un couplage parfait.
2. G est bicritique si $\forall u, v \in V$, $G - u - v$ admet un couplage parfait, (c-à-d $\forall u \in V$, $G - u$ est facteur-critique).
3. La contraction d'un sous-graphe facteur-critique et ses voisins est une facteur-contraction.



subdivisions paires

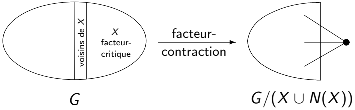
Théorème (Lovász-Plummer)

Tout graphe bicritique non-trivial admet une subdivision paire de K_4 ou de prisme.

Théorie des couplages

Définitions

1. G est facteur-critique si $\forall v \in V$, $G - v$ admet un couplage parfait.
2. G est bicritique si $\forall u, v \in V$, $G - u - v$ admet un couplage parfait, (c-à-d $\forall u \in V$, $G - u$ est facteur-critique).
3. La contraction d'un sous-graphe facteur-critique et ses voisins est une facteur-contraction.



Théorème (Lovász-Plummer)

Tout graphe bicritique non-trivial admet une subdivision paire de K_4 ou de prisme.

Nouvelle caractérisation co-NP des graphes Seymour

Théorème (Ageev, Sebő, Szigeti)

Les propriétés suivantes sont équivalentes :

- G n'est pas Seymour,
- G peut être facteur-contracté en un graphe contenant un graphe bicritique non-trivial,
- G peut être facteur-contracté en un graphe contenant une subdivision paire de K_4 ou de prisme,
- G contient un mauvais K_4 impair ou un mauvais prisme impair.

Théorème (Ageev, Sebő, Szigeti)

Les propriétés suivantes sont équivalentes :

- G n'est pas Seymour,
- G peut être facteur-contracté en un graphe contenant un graphe bicritique non-trivial,
- G peut être facteur-contracté en un graphe contenant une subdivision paire de K_4 ou de prisme,
- G contient un mauvais K_4 impair ou un mauvais prisme impair.

Nouvelle caractérisation co-NP des graphes Seymour

Théorème (Ageev, Sebő, Szigeti)

Les propriétés suivantes sont équivalentes :

- G n'est pas Seymour,
- G peut être facteur-contracté en un graphe contenant un graphe bicritique non-trivial,
- G peut être facteur-contracté en un graphe contenant une subdivision paire de K_4 ou de prisme,
- G contient un mauvais K_4 impair ou un mauvais prisme impair.

Nouvelle caractérisation co-NP des graphes Seymour

Théorème (Ageev, Sebő, Szigeti)

Les propriétés suivantes sont équivalentes :

- G n'est pas Seymour,
- G peut être facteur-contracté en un graphe contenant un graphe bicritique non-trivial,
- G peut être facteur-contracté en un graphe contenant une subdivision paire de K_4 ou de prisme,
- G contient un mauvais K_4 impair ou un mauvais prisme impair.

Nouvelle caractérisation co-NP des graphes Seymour

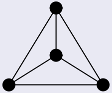
Théorème (Ageev, Sebő, Szigeti)

Les propriétés suivantes sont équivalentes :

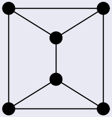
- G n'est pas Seymour,
- G peut être facteur-contracté en un graphe contenant un graphe bicritique non-trivial,
- G peut être facteur-contracté en un graphe contenant une subdivision paire de K_4 ou de prisme,
- G contient un mauvais K_4 impair ou un mauvais prisme impair.

Graphes principaux

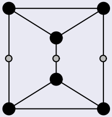
Les 3 graphes



K_4



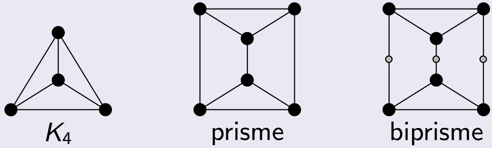
prisme



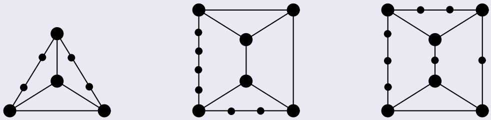
biprisme

Graphes principaux

Les 3 graphes

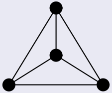


et leurs subdivisions paires

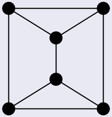


Graphes principaux

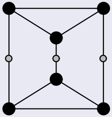
Les 3 graphes



K_4

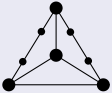


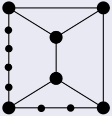
prisme

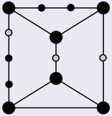


biprisme

et leurs subdivisions paires

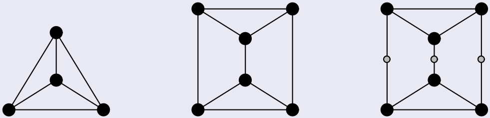






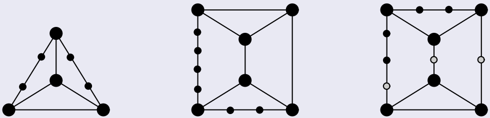
Graphes principaux

Les 3 graphes



K_4 prisme biprisme

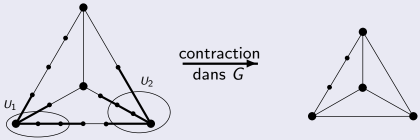
et leurs subdivisions paires



Mauvais K_4 impair

K_4 impair H de G est mauvais s'il existe $U_i \subseteq V(H)$ disjoints tq

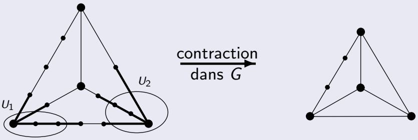
1. $H[U_i \cup N_H(U_i)]$ soit une subdivision paire d'une 3-étoile,
2. en contractant chaque $U_i \cup N_G(U_i)$, H se transforme en une subdivision paire de K_4.

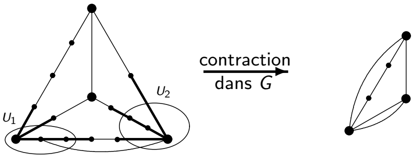


Mauvais K_4 impair

K_4 impair H de G est mauvais s'il existe $U_i \subseteq V(H)$ disjoints tq

1. $H[U_i \cup N_H(U_i)]$ soit une subdivision paire d'une 3-étoile,
2. en contractant chaque $U_i \cup N_G(U_i)$, H se transforme en une subdivision paire de K_4.

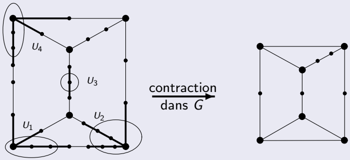




Mauvais prisme impair

Prisme impair H de G est mauvais s'il existe $U_i \subseteq V(H)$ disjoints tq

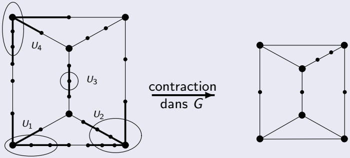
1. $H[U_i \cup N_H(U_i)]$ soit une subdivision paire d'une 2- ou 3-étoile,
2. en contractant chaque $U_i \cup N_G(U_i)$, H se transforme en une subdivision paire de prisme ou de biprisme (sans arête de G entre les deux composantes connexes du biprisme moins son séparateur).

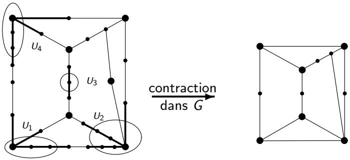


Mauvais prisme impair

Prisme impair H de G est mauvais s'il existe $U_i \subseteq V(H)$ disjoints tq

1. $H[U_i \cup N_H(U_i)]$ soit une subdivision paire d'une 2- ou 3-étoile,
2. en contractant chaque $U_i \cup N_G(U_i)$, H se transforme en une subdivision paire de prisme ou de biprisme (sans arête de G entre les deux composantes connexes du biprisme moins son séparateur).

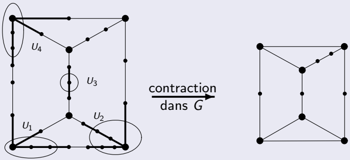


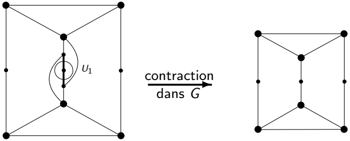


Mauvais prisme impair

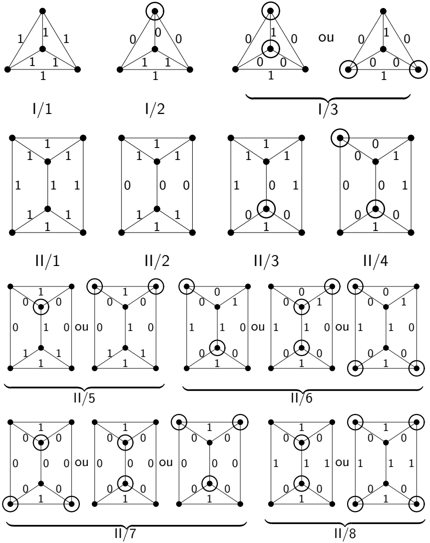
Prisme impair H de G est mauvais s'il existe $U_i \subseteq V(H)$ disjoints tq

1. $H[U_i \cup N_H(U_i)]$ soit une subdivision paire d'une 2- ou 3-étoile,
2. en contractant chaque $U_i \cup N_G(U_i)$, H se transforme en une subdivision paire de prisme ou de biprisme (sans arête de G entre les deux composantes connexes du biprisme moins son séparateur).





K_4 impairs et prismes impairs non-Seymour



Problème ouvert

Caractérisation NP ?

Problème ouvert

Caractérisation NP ?

Trouver une construction des graphes Seymour !