



FIGURE 1 – réponse impulsionnelle du filtre.

Traitement du signal aléatoire

Aucun document autorisé. Durée 1^{H00}.

Lisez attentivement les questions qui suivent. Les réponses sont usuellement brèves mais nécessitent des explications. Un résultat donné sans justification ou explication, fût-il juste, ne sera pas considéré. Agissez comme si chaque question était suivie de “pourquoi?” ou bien ”expliquez!”. Par exemple si vous répondez “oui” à la question “ce signal est il ergodique?” sans expliquer la raison de cette affirmation, cette réponse sera considérée comme erronée.

Question 1. Qu’est ce qu’un signal aléatoire? Pourquoi utilise-t-on si fréquemment la loi normale? Qu’est ce que la loi normale d’ailleurs?

Question 2. A quel condition le signal dont l’expression analytique est $x(t) = \sin(0,33t)$ où t est le temps pourrait-il être ergodique au sens large?

Question 3. Expliquez la différence entre une moyenne statistique et une moyenne temporelle

Question 4. Que veut dire “estimer une courbe au sens des moindres carrés”? Á quoi cela sert-il de rendre un estimateur moindres carrés récursif?

Question 5. Soient trois points de coordonnées respectives $(1, 1)$, $(2, 3)$ et $(3, 2)$, donnez les valeurs des paramètres a et b de la droite moindres carrés d’équation $y = a.x + b$ passant au plus près de ces points.

Soit le filtre numérique à réponse impulsionnelle finie h_k donnée sur la Figure (??).

Question 6. Dessinez la fonction d’auto-corrélation de h_k entre -5 et $+5$.

On utilise cette réponse impulsionnelle pour filtrer un signal, issu d’une séquence pseudo-aléatoire, x_k stationnaire au sens large de moyenne m_x et d’écart-type σ_x .

Question 7. Rappelez ce qu'est une séquence pseudo-aléatoire et comment elle peut être obtenue.

Le signal échantillonné y_k obtenu en sortie de ce filtre est donc la convolution de la séquence x_k et de la séquence h_k .

Question 8. Donnez l'équation de y_k en fonction de $x_k, x_{k-1}, x_{k-2}, x_{k-3}, x_{k-4}$ et x_{k-5} .

Question 9. Montrez que la moyenne statistique de y_k en régime stationnaire est nulle.

Question 10. En supposant que x_k est un bruit blanc, donnez la fonction de covariance $R_{yx}(\tau)$ entre y_k et x_k ainsi que la fonction d'auto-covariance $R_{yy}(\tau)$ de y_k .

Question 11. Donnez la variance de y_k . Quelle hypothèse êtes vous obligés de faire pour en déduire la puissance de y_k ? Et pourquoi?

En travaux pratiques, on a parlé de filtre causal et de filtre anti-causal.

Question 12. Expliquez ce que sont ces deux types filtres.

Question 13. Pourquoi est-on amené à les utiliser en lieu et place d'un filtre causal classique?