

# Traitement du signal aléatoire

Aucun document autorisé. Durée 1<sup>H00</sup>.

Lisez attentivement les questions qui suivent. Les réponses sont usuellement brèves mais nécessitent des explications. Un résultat donné sans justification ou explication, fût-il juste, ne sera pas considéré. Agissez comme si chaque question était suivie de “pourquoi?” ou bien “expliquez!”. Par exemple si vous répondez “oui” à la question “ce signal est il ergodique?” sans expliquer la raison de cette affirmation, cette réponse sera considérée comme erronée.

**Question 1.** Qu'est-ce qu'on appelle **bruit** en traitement du signal?

**Question 2.** Qu'est-ce qu'un bruit blanc?

**Question 3.** Qu'est ce que “la loi des grands nombres” ?

**Question 4.** Le signal dont l'expression analytique est  $s(t) = 3.0 + \sin(0.1\pi t)$  où  $t$  est le temps est-il stationnaire au sens large?

**Question 5.** Qu'est-ce que la transformée de Fourier d'un signal aléatoire?

Soit le filtre numérique dont la fonction de transfert numérique est :  $H(z) = \frac{1-z^{-1}}{1+2z^{-1}-z^{-2}}$ . On utilise ce filtre pour transformer un signal issu d'une séquence pseudo-aléatoire  $x_k$  stationnaire au sens large de moyenne  $m_x$  et d'écart-type  $\sigma_x$ .

**Question 6.** Rappelez ce qu'est une séquence pseudo-aléatoire et ce que veut dire “stationnaire au sens large”.

**Question 7.** Soit  $y_k$  le signal obtenu en sortie de ce filtre lorsque  $x_k$  en est l'entrée, donnez l'algorithme reliant les entrées aux sorties de ce filtre.

**Question 8.** Montrez que la moyenne statistique de  $y_k$  en régime stationnaire est nulle.

**Question 9.** En supposant que  $x_k$  est un bruit blanc, donnez densité interspectrale de puissance  $\Gamma_{yx}(z)$  entre  $y_k$  et  $x_k$ .

**Question 10.** Donnez la densité spectrale de puissance de  $y_k$  et en déduire la variance  $\sigma_y^2$  de  $y_k$ .

**Question 11.** Qu'est-ce qu'un filtre adapté? A quoi cela peut il servir? Donnez l'expression du signal auquel le filtre de réponse impulsionnelle  $h_k$  est adapté.

————— Questions sur les travaux pratiques —————

**Question 12.** En travaux pratiques on a pu remarquer que la fonction d'auto-covariance du bruit étudié avait plus ou moins la forme d'un sinus cardinal alors que le signal étudié était un bruit blanc. Quelle aurait du être la forme de la fonction d'auto-covariance de ce bruit? Pourquoi a-t-elle la forme d'un sinus cardinal?

**Question 13.** Qu'est-ce qu'un filtre symétrique? Quelle en est l'utilité? Dans quel cas on ne peut pas utiliser de filtre symétrique?

**Question 14.** Qu'est-ce qu'un filtre à réponse impulsionnelle finie?