

## Examen de traitement du signal du 13 janvier 2009.

Durée de l'examen 1<sup>h00</sup>.

Calculatrice interdite.

Documents interdits.

Attention : la réponse à une question ne vaut rien si elle n'est pas expliquée. De même un dessin ou un schémas ne sera pas considéré s'il n'est pas commenté, avec des axes labélisés.

On utilise deux séquences binaires pseudo-aléatoire périodique  $x(t)$  et  $y(t)$  de période  $6T$  (où  $T$  est fixe et vaut  $10^{-3}$  sec.), pour commander à distance un processus. La figure ci-dessous donne deux réalisations de ces signaux.

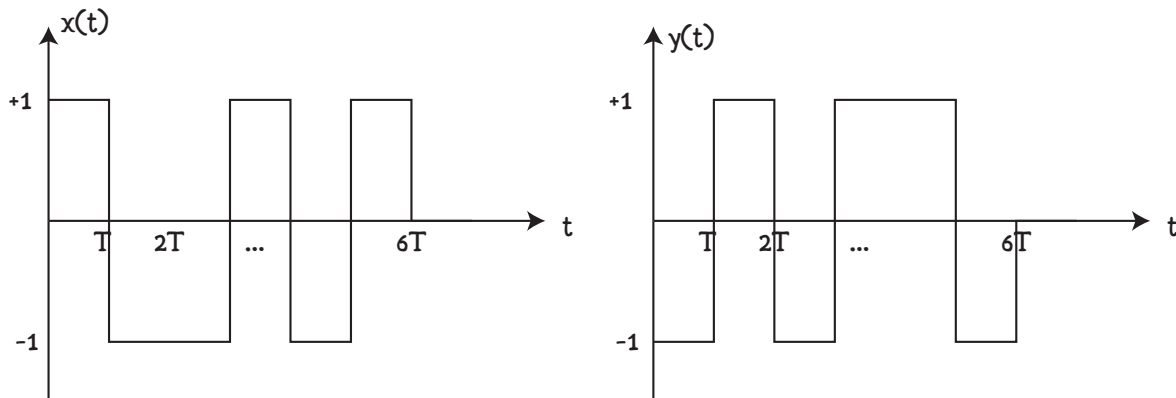


Figure 1 : une réalisation des signaux  $x$  et  $y$ .

On supposera par la suite que ces signaux sont ergodiques d'ordre 2.

- 1• Rappelez la signification de l'ergodicité d'ordre 2 et de l'indépendance.
- 2• En vous fiant à la Figure 1, déterminez la moyenne temporelle des signaux  $x(t)$  et  $y(t)$ . En déduire leur moyenne statistique.
- 3• Calculez la fonction d'auto-corrélation  $C_{xx}(\tau)$  du signal  $x(t)$  pour  $\tau \in [-3T, 3T]$  et tracez-la.
- 4• En déduire  $\sigma_x$ , la variance de  $x$ .
- 5•  $x(t)$  peut-il être considéré comme un bruit blanc ? (expliquez).
- 6• Donnez  $\sigma_{xy} = E[x(t)y(t)]$ , la co-variance de  $x$  et  $y$ . Que peut-on dire sur l'indépendance de  $x$  et  $y$  ?
- 7• Représentez la réponse impulsionnelle du filtre adapté à la détection de  $x(t)$ .

8• Quelle est la valeur maximale obtenue lorsque ce filtre reçoit le signal  $x(t)$  ? et au bout de combien de temps à partir de l'instant où le filtre commence à recevoir le signal  $x(t)$ . Quelle est la valeur de la sortie du filtre au bout du même temps après le début de la réception lorsqu'il reçoit le signal  $y(t)$  ?

Soit un bruit blanc gaussien  $w(t)$ , ergodique d'ordre 2 de moyenne 1 de variance 3, indépendant de  $x(t)$  et de  $y(t)$ .

9• Dessinez  $\Gamma_{ww}(f)$  la densité spectrale de  $w$ .

Ce signal est placé en entrée d'un filtre dont la réponse impulsionnelle  $h(t) = |x(t)|$ .

10• Si on appelle  $H(p)$  la transformée de Laplace de  $h(t)$ , calculez  $H(0)$ . En déduire la moyenne statistique de la sortie du filtre.