

PROJET DE FIN D'ETUDES

Diplôme National d'ingénieur Informatique : Génie Logiciel - Architecture Logicielle

Reconstruction d'un modèle CAO cohérent à partir d'un nuage de points 3D

Soutenu le 23/07/2016

Les Jury

Présenté par :

Aicha Ben Makhoulf

Encadré par :

❖ **Borhen Louhichi**

❖ **Gérard Subsol**

Président : **Mohamed Ali Mahjoub**

Examineur : **Mehdi Tlija**

Encadrant : **Borhen Louhichi**

Année Universitaire 2015/2016



Plan

Introduction

I. Etat de l'art

1. La reconstruction 3D
2. Les courbes et les surfaces CAO

II. Travail développé

1. Algorithme général de la reconstruction d'un objet 3D
2. Reconstruction des primitives géométriques
3. Reconstruction des courbes et surfaces gauches

III Illustration

Conclusion et perspectives

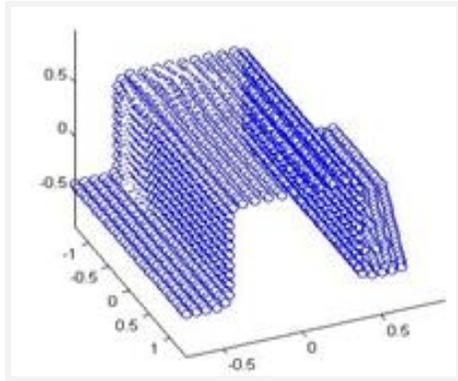
Problématique

Scanner 3D

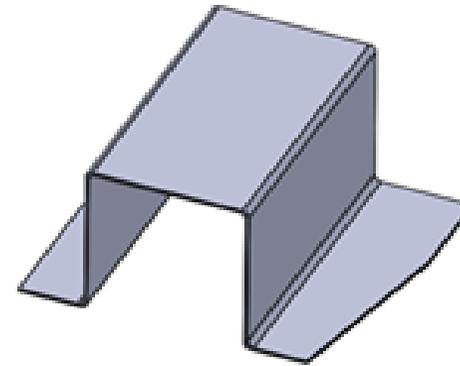


Modèle CAO
reconstruit

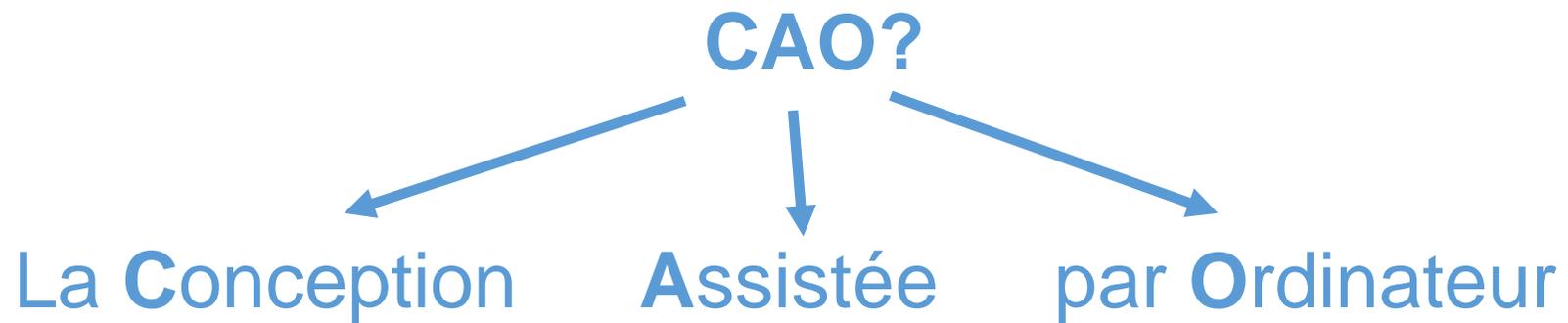




Ensemble de points 3D

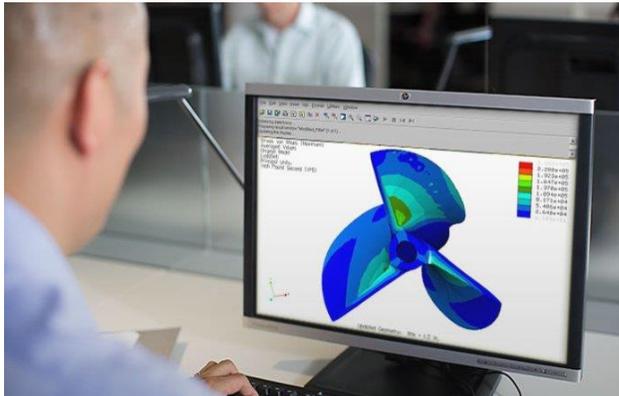


Modèle géométrique - mathématique (CAO)



But

- Visualisation des objets 3D qui ont été scannés: facilité d'« affichage » sur écran.
- Approximer les formes de ces objets par des formules mathématiques (modèle de courbes ou surfaces)
- Simuler, tester et valider virtuellement les produits avant de les fabriquer.
- Avoir un modèle fidèle à l'objet réel et facile à manipuler et à modifier.



Domaines d'applications

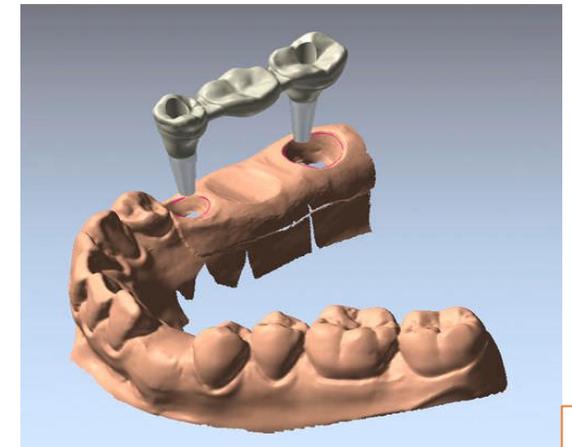
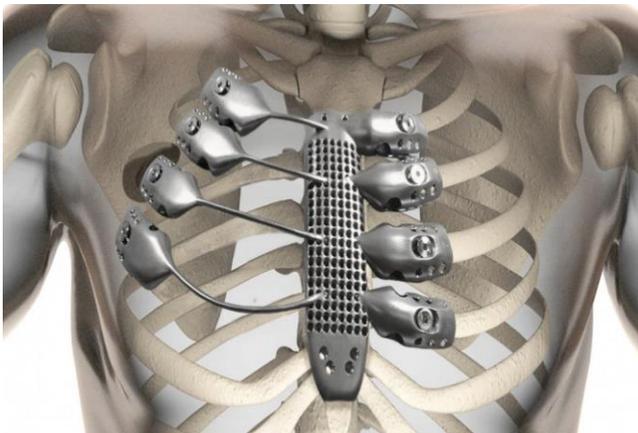
➤ L'architecture et la construction



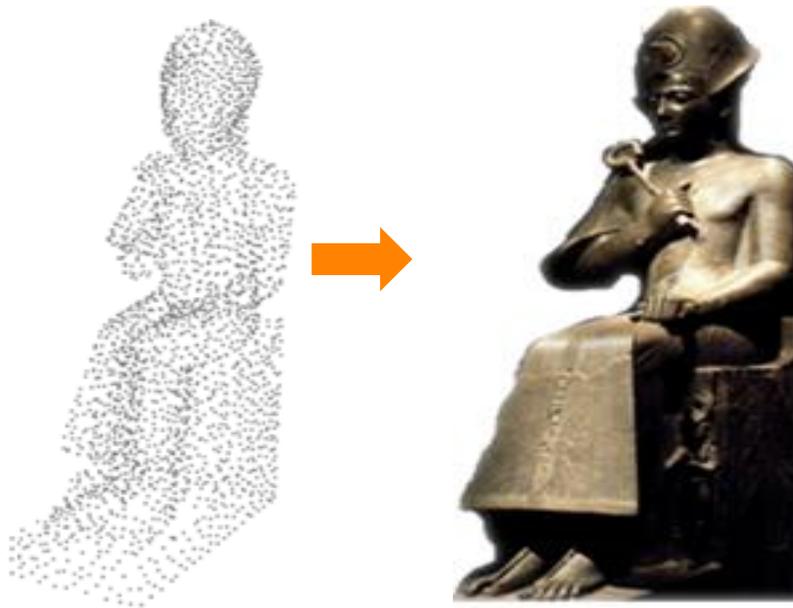
➤ L'orthopédie



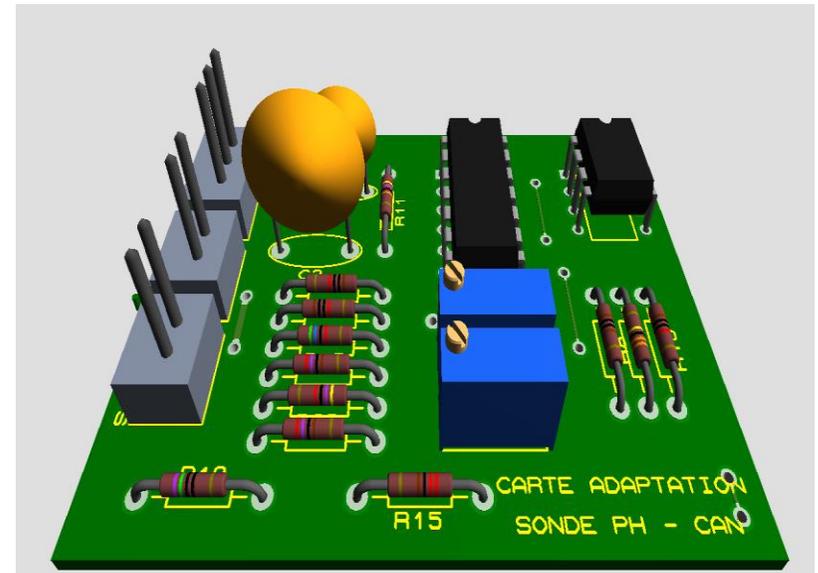
➤ La prothèse



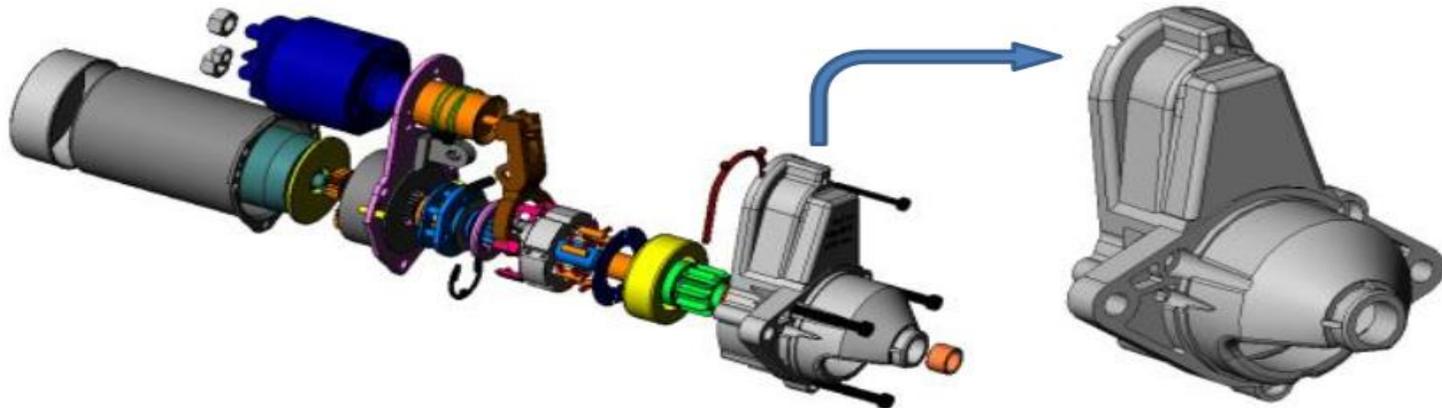
➤ L'artistique



➤ L'électronique



➤ La mécanique



Plan

Introduction

I. Etat de l'art

1. La reconstruction 3D

2. Les courbes et surfaces CAO

II. Travail développé

1. Algorithme général de la reconstruction d'un objet 3D

2. Reconstruction des primitives géométriques

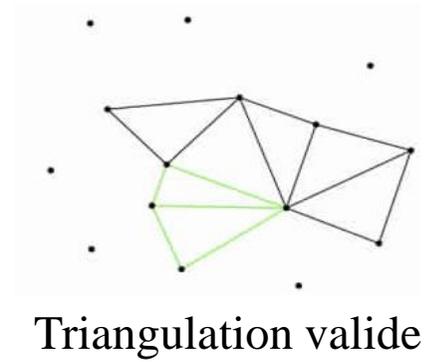
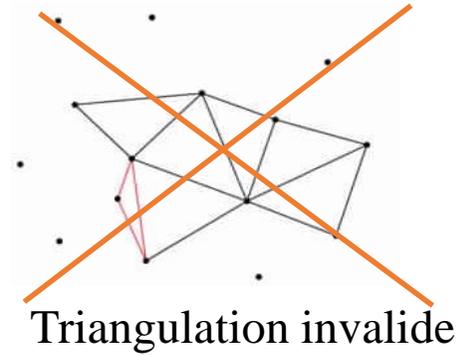
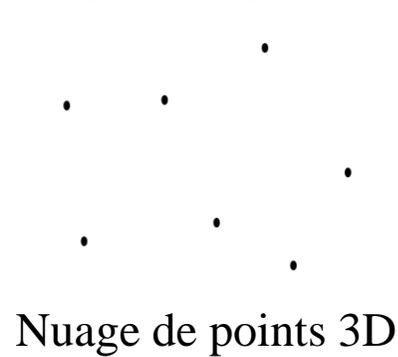
3. Reconstruction des courbes et surfaces gauches

III. Illustration

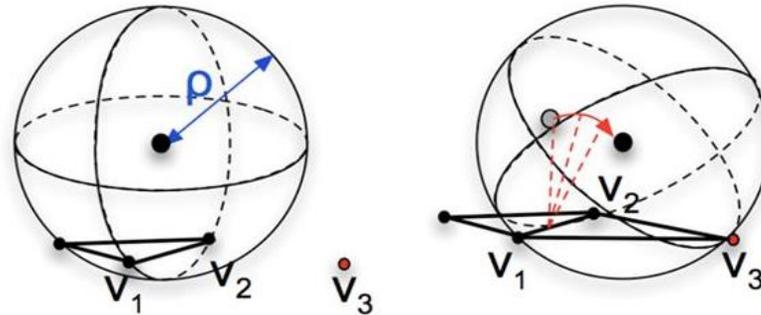
Conclusion et perspectives

Ball Pivoting (BPA), Bernardini, 1999

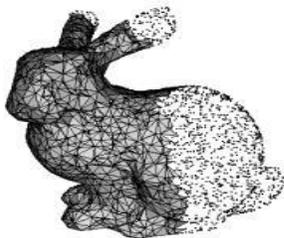
- Objectif



- Principe :



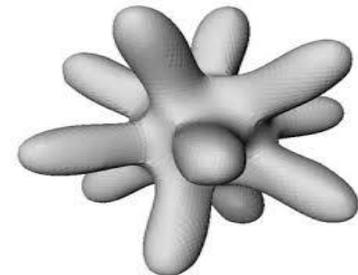
- Résultats :



(a) Stanford bunny



(b) Stanford dragon

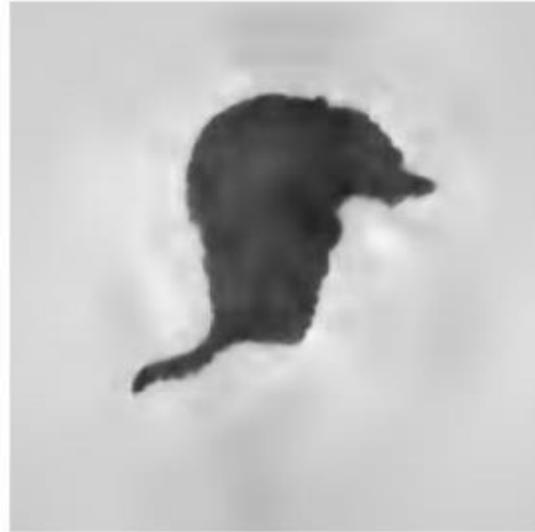


Surface analytique

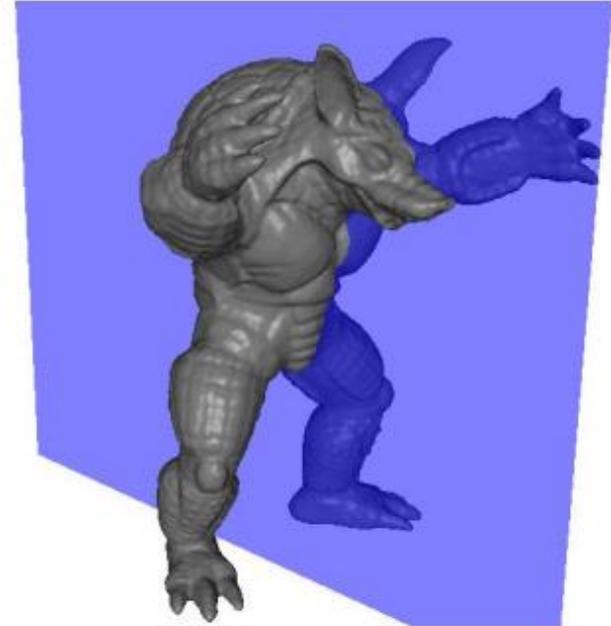
Reconstruction de Poisson, Kazhdan, 2006



(a)



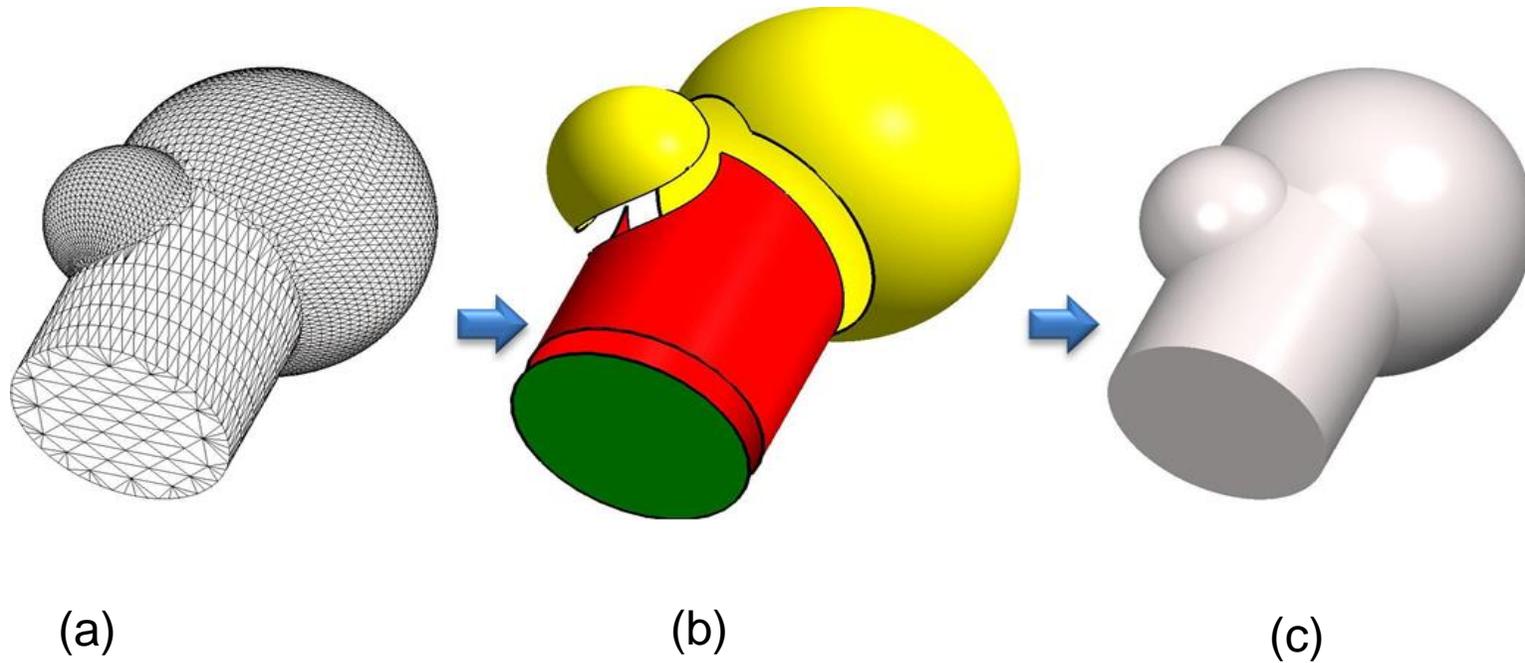
(b)



(c)

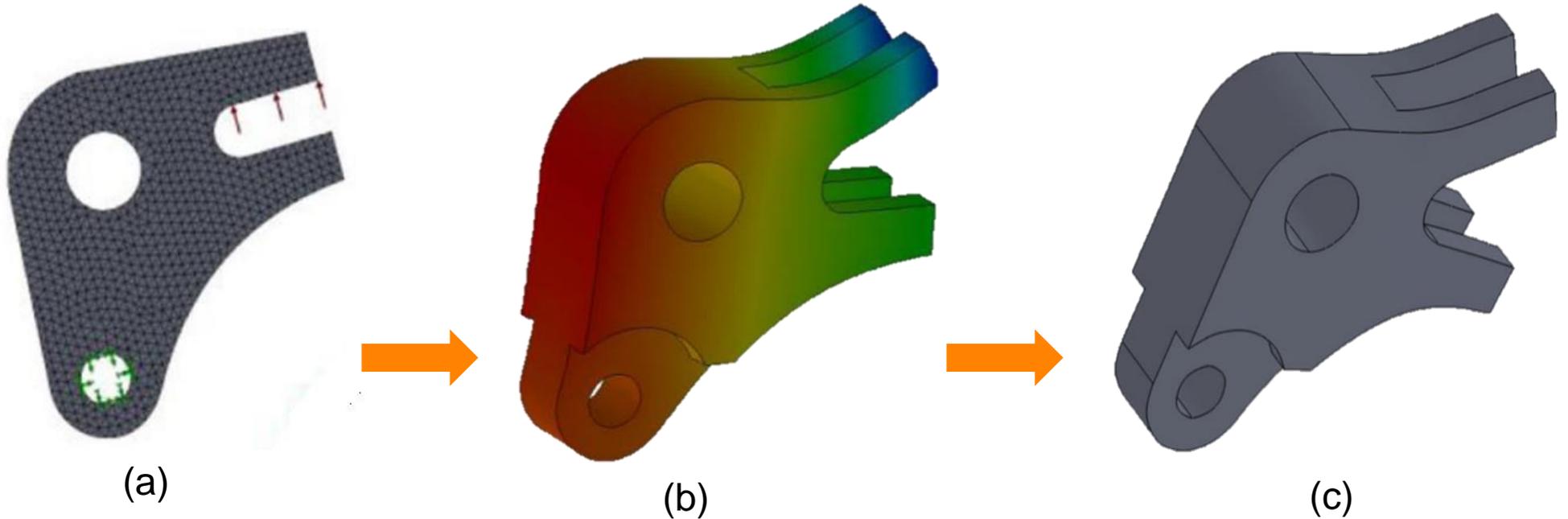
(a) Nuage de points de « Armadillo Man » (b) Visualisation de la fonction indicatrice (c) Reconstruction de poisson

Reconstruction d'un modèle B-Rep, Bénéière, 2013



a) maillage triangulaire 3D b) et c) construction d'un modèle continu décrit par un ensemble de primitives géométriques et leurs contours.

Reconstruction d'un objet 3D déformé, Louhichi, 2014



(a) Objet 3D initial (b) Objet 3D déformé (c) Objet 3D déformé reconstruit

Objet tridimensionnel (3D)

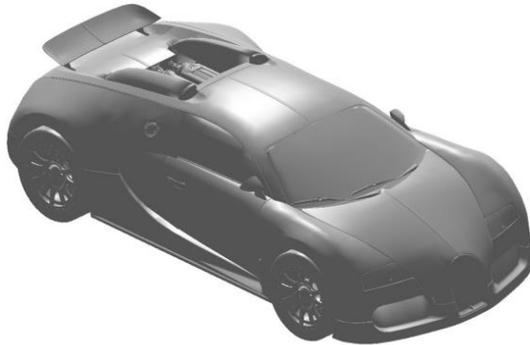
=

Surfaces paramétriques + Contours



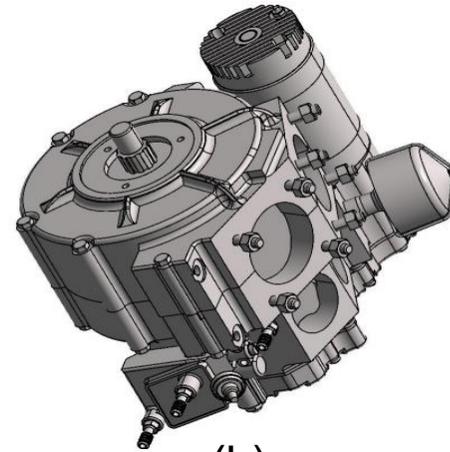
Surfaces gauches

Primitives géométriques



(a)

Modèle contenant principalement des surfaces gauches



(b)

Modèle contenant principalement des primitives simples

Plan

Introduction

I. Etat de l'art

1. La reconstruction 3D
2. Les courbes et surfaces CAO

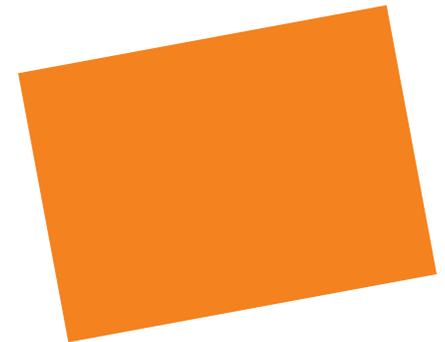
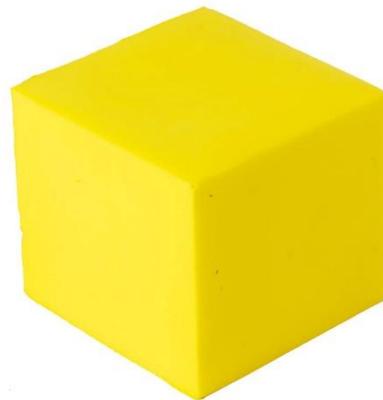
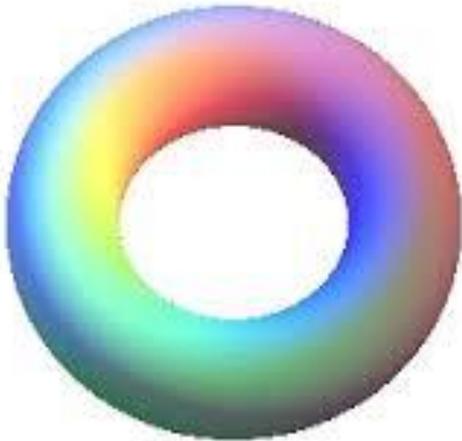
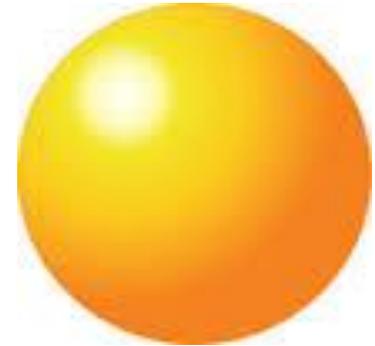
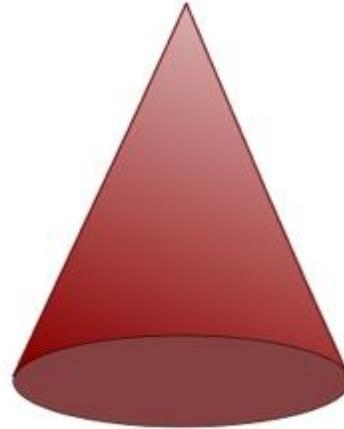
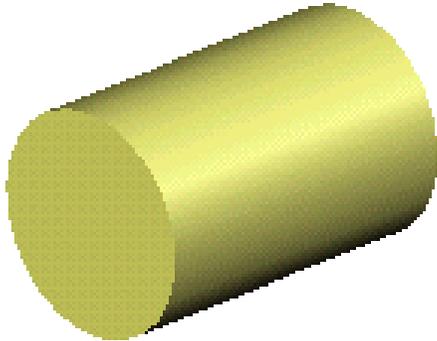
II. Travail développé

1. Algorithme général de la reconstruction d'un objet 3D
2. Reconstruction des primitives géométriques
3. Reconstruction des courbes et surfaces gauches

III. Illustration

Conclusion et perspectives

Quelques exemples de primitives géométriques

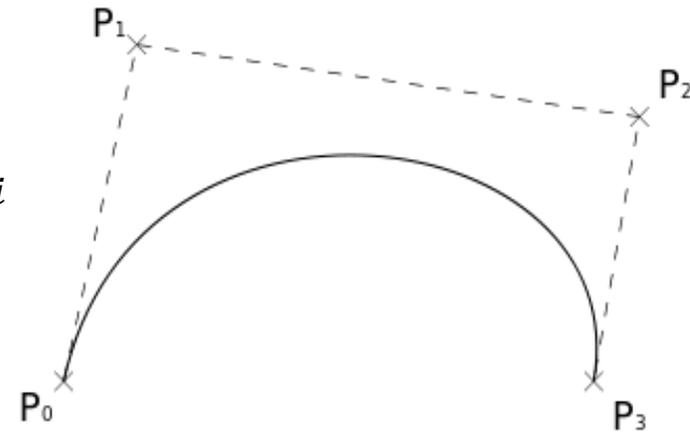


Exemples de courbes paramétriques (3D)

- Courbe de Bézier

$$P(u) = \sum_{i=0}^n B_i^n(u) P_i$$

$$B_i^n(u) = \frac{n!}{i!(n-i)!} u^i (1-u)^{n-i}$$



- Courbe B-Spline

$$C(u) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) P_i$$

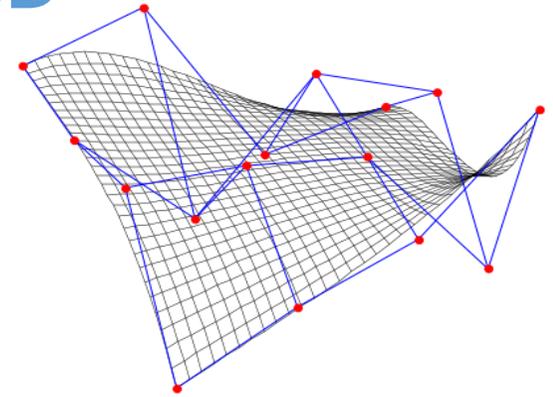
$$N_i^0(u) = \begin{cases} 1 & \text{si } u \in [u_i, u_{i+1}[\\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$N_i^p(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+p} - u_i} N_i^{p-1}(u) + \frac{u_{i+p+1} - u}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} N_{i+1}^{p-1}(u)$$

Exemples de surfaces paramétriques 3D

- Surface de Bézier:

$$s(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m B_i^n(u) B_j^m(v) P_{i,j}$$

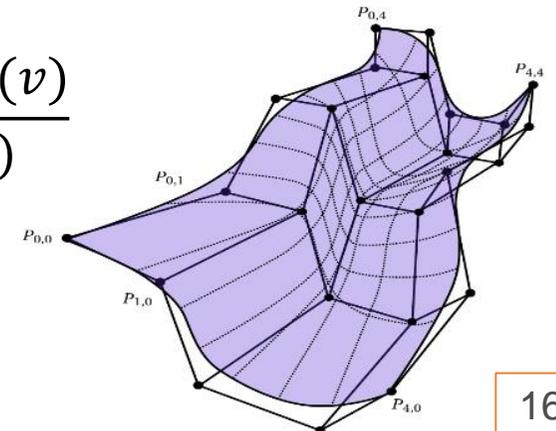


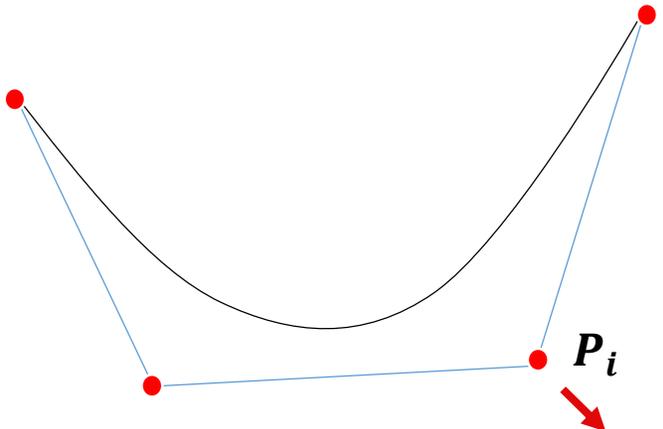
- Surface B-Spline

$$s(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) P_{i,j}$$

- Surface NURBS

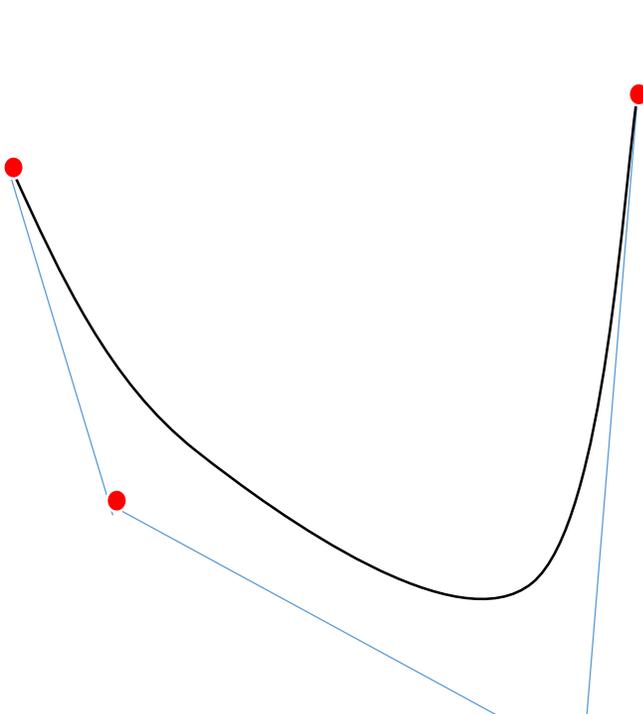
$$s(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^m \sum_{k=0}^n P_{i,k} \cdot w_{i,k} \cdot B_{i,s}(u) \cdot B_{k,l}(v)}{\sum_{i=0}^m \sum_{k=0}^n w_{i,k} \cdot B_{i,s}(u) \cdot B_{k,l}(v)}$$





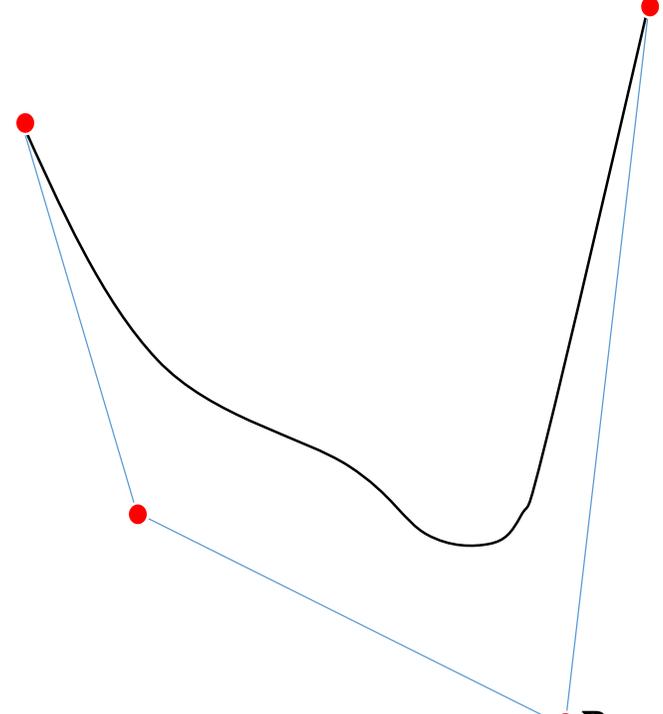
Courbe initiale

The diagram shows a smooth black curve passing through three red control points. A blue line connects the two outer control points, and a red arrow points to a point labeled P_i on the inner control point.



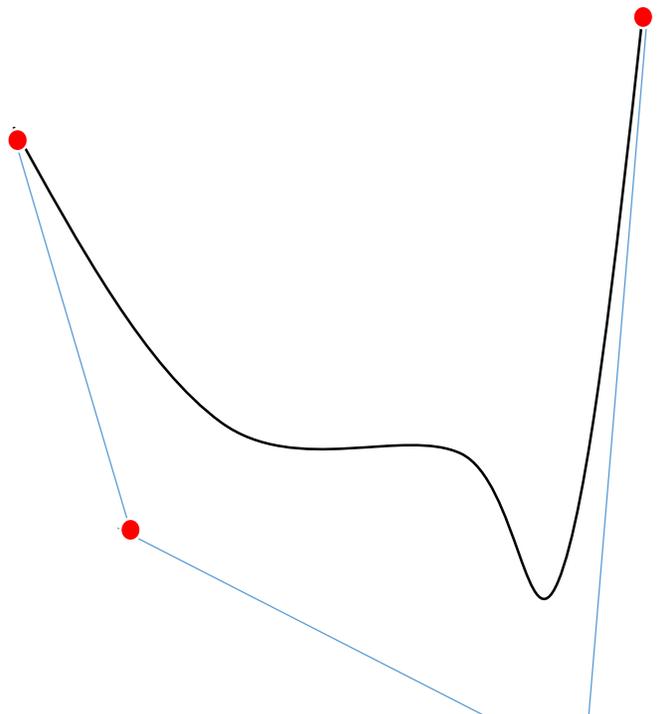
Courbe Bézier

The diagram shows a smooth black Bézier curve passing through three red control points. A blue line connects the two outer control points, and a red arrow points to a point labeled P_i on the inner control point.



Courbe B-Spline

The diagram shows a smooth black B-Spline curve passing through three red control points. A blue line connects the two outer control points, and a red arrow points to a point labeled P_i on the inner control point.



Courbe NURBS

The diagram shows a smooth black NURBS curve passing through three red control points. A blue line connects the two outer control points, and a red arrow points to a point labeled P_i on the inner control point.

Plan

Introduction

I. Etat de l'art

1. La reconstruction 3D
2. Les courbes et surfaces CAO

II. Travail développé

1. Algorithme général de la reconstruction d'un objet 3D
2. Reconstruction des primitives géométriques
3. Reconstruction des courbes et surfaces gauches

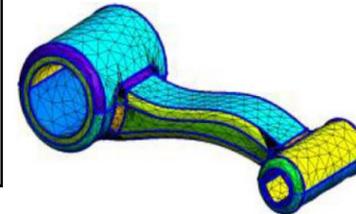
III. Illustration

Conclusion et perspectives

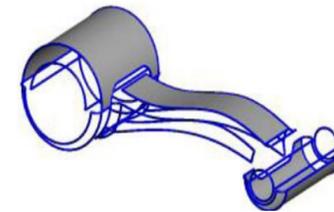
Maillage déformé contenant les points 3D



Identifier les points correspondants à chaque face



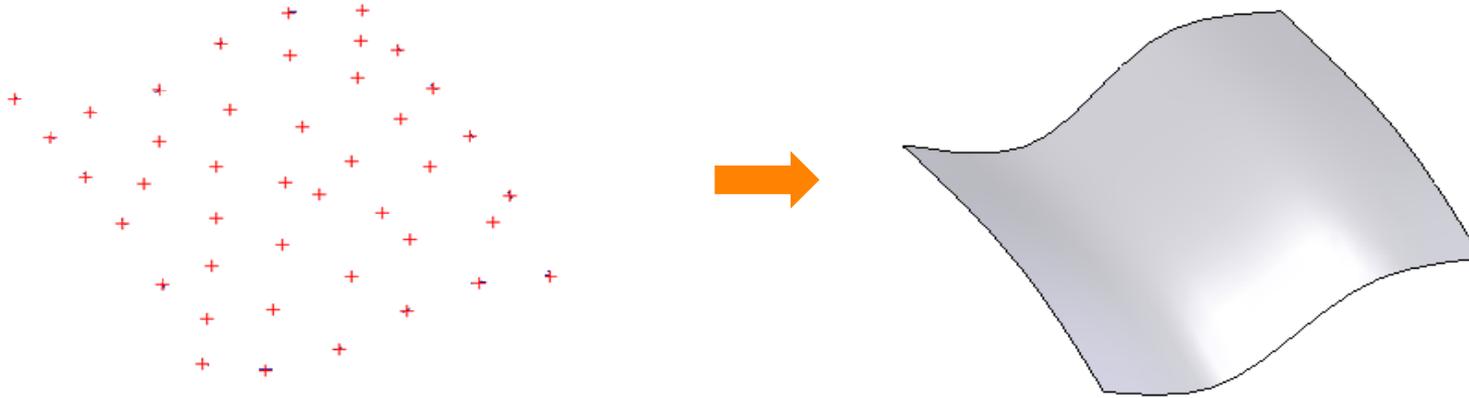
Reconstruction des surfaces porteuses des faces à partir de ces points



Modèle CAO déformé



Quelles méthodes de reconstruction de ces surfaces ?



Surfaces complexes (NURBS , Bézier, B-Spline)



Surfaces classiques

Plan

Introduction

I. Etat de l'art

1. La reconstruction 3D
2. Les courbes et surfaces CAO

II. Travail développé

1. Algorithme général de la reconstruction d'un objet 3D
2. Reconstruction des primitives géométriques
3. Reconstruction des courbes et surfaces gauches

III. Illustration

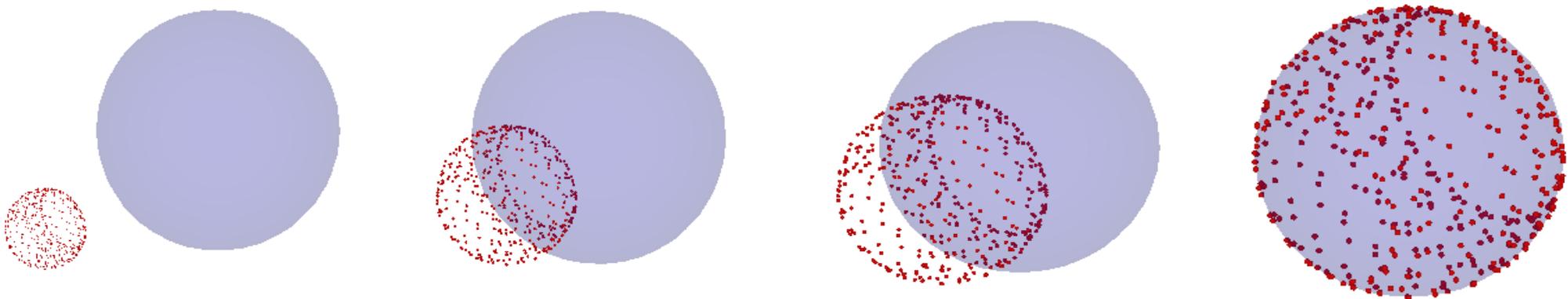
Conclusion et perspectives

Algorithme de Levenberg Marquardt

- Permet d'obtenir une solution numérique au problème de minimisation d'une fonction qui est la somme des carrés des fonctions souvent non linéaires.
- Trouve le vecteur p qui minimise une fonction objectif :

$$J(p) = \sum d_i^2 (p)$$

- Il nécessite une estimation initiale ainsi que les premières dérivées de la fonction de distance.



Une sphère qui a les paramètres initiaux loin de la solution finale converge après 10 itérations

Initialiser un vecteur p qui contient des valeurs initiales
Fixer λ : le paramètre de LM

Faire des iterations de minimisation jusqu'à trouver la solution

$$\mathbf{p}^* = \mathbf{p}(\lambda) = -(\mathbf{F}_0^T \mathbf{F}_0 + \lambda \mathbf{D}^T \mathbf{D})^{-1} \mathbf{F}_0^T \mathbf{d}(\mathbf{p}_0)$$

S'arrêter lorsque la solution converge

[1] C. Shakarji, "Least-squares fitting algorithms of the NIST algorithm testing system," *J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol.*, vol. 103, no. 6, p. 633, 1998.

Cas d'une sphère

- Les paramètres à optimiser sont :

$\mathbf{x}(x, y, z)$: Le centre de la sphère

r : Le rayon de la sphère

- L'équation de distance est :

$$d_i = d_i(\mathbf{x}_i) = |\mathbf{x}_i - \mathbf{x}| - r$$

- La fonction objectif qu'on cherche à minimiser est :

$$J(\mathbf{x}, r) = \sum (|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}| - r)^2$$



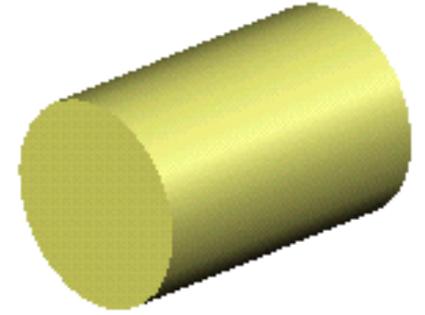
Cas d'un cylindre

- Les paramètres à optimiser sont :

$\mathbf{x}(x, y, z)$: Un point sur l'axe du cylindre

$\mathbf{A}(A_x, A_y, A_z)$: La direction de l'axe du cylindre

r : Le rayon du cylindre



- L'équation de distance est :

$$d_i = d_i(\mathbf{x}_i) = f_i - r$$

$$f_i = \sqrt{|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}|^2 - g_i^2} \text{ et } g_i = \mathbf{A}(\mathbf{x}_i - \mathbf{x})$$

- La fonction objectif qu'on cherche à minimiser est :

$$J(\mathbf{x}, \mathbf{A}, r) = \sum (f_i - r)^2$$

Cas d'un plan

- Les paramètres à optimiser sont :

$\mathbf{x}(x, y, z)$: Un point sur le plan

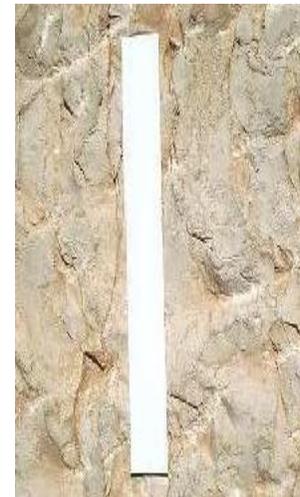
$\mathbf{A}(A_x, A_y, A_z)$: La direction de la normale au plan

- L'équation de distance est :

$$d_i = \mathbf{A}(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}) = A_x(x_i - x) + A_y(y_i - y) + A_z(z_i - z)$$

- La fonction objectif qu'on cherche à minimiser est :

$$J(\mathbf{x}, \mathbf{A}) = \sum [\mathbf{A} \cdot (\mathbf{x}_i - \mathbf{x})]^2$$



Cas d'un tore

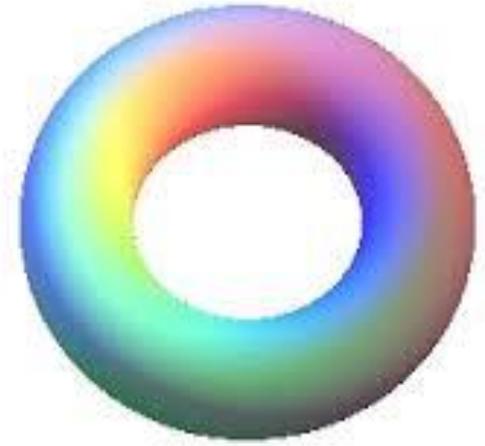
- Les paramètres d'un tore sont :

$\mathbf{x}(x, y, z)$: Le centre du tore

$\mathbf{A}(A_x, A_y, A_z)$: La direction de l'axe du tore

r : Le grand rayon

R : Le petit rayon



- L'équation de distance est :

$$d_i = d_i(\mathbf{x}_i) = \sqrt{g_i^2 + (f_i - r)^2} - R$$

$$f_i = \sqrt{|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}|^2 - g_i^2} \text{ et } g_i = \mathbf{A}(\mathbf{x}_i - \mathbf{x})$$

- La fonction objectif qu'on cherche à minimiser est :

$$J(\mathbf{x}, \mathbf{A}, r, R) = \sum \left[\sqrt{g_i^2 + (f_i - r)^2} - R \right]^2$$

Plan

Introduction

I. Etat de l'art

1. La reconstruction 3D
2. Les courbes et surfaces CAO

II. Travail développé

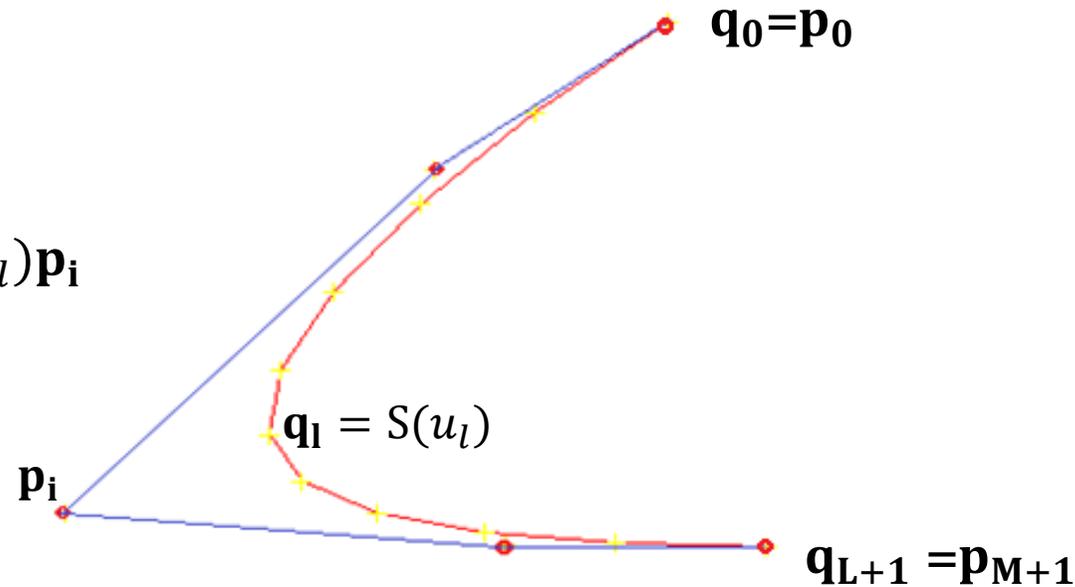
1. Algorithme général de la reconstruction d'un objet 3D
2. Reconstruction des primitives géométriques
3. Reconstruction des courbes et surfaces gauches

III. Illustration

Conclusion et perspectives

Optimisation des points de contrôle d'une courbe B-Spline

$$S(u_l) = \sum_{i=0}^{M+1} N_{i,p}(u_l) \mathbf{p}_i$$



- \mathbf{p}_i ($i = 0, \dots, M + 1$) : les points de contrôle
- \mathbf{q}_l ($l = 0, \dots, L + 1$) : les points 3D
- La fonction de moindre carrée pour optimiser M points de contrôle :

$$J(p) = \sum_{l=1}^L \left(\sum_{i=1}^M N_{i,p}(u_l) \mathbf{p}_i - \mathbf{q}_l \right)^2$$

Optimisation des points de contrôle d'une surface B-Spline

$$S(u, v) = \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^M N_{i,k_u}(u) N_{j,k_v}(v) \mathbf{P}_{i,j} \quad \longrightarrow \quad S(u, v) = \sum_{k=0}^K \mathbf{p}_k B_k(u, v)$$

$$S(u, v) = \begin{pmatrix} B_0(u_0, v_0) & B_1(u_0, v_0) & \cdots & B_K(u_0, v_0) \\ B_0(u_1, v_1) & B_1(u_1, v_1) & \cdots & B_K(u_1, v_1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ B_0(u_L, v_L) & B_1(u_L, v_L) & \cdots & B_K(u_L, v_L) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} p_0 \\ \vdots \\ \mathbf{p}_k \\ \vdots \\ p_K \end{pmatrix}$$

- $B_{j \times (N+1) + i} = N_i(u) \times N_j(v)$

- La fonction objectif :

$$J(\mathbf{P}) = \sum_{l=0}^L \left(\sum_{k=0}^K \mathbf{p}_k B_k(u_l, v_l) - \mathbf{q}_l \right)^2$$

- $K = (N + 1) \times (M + 1) - 1$: points de contrôle.

Plan

Introduction

I. Etat de l'art

1. La reconstruction 3D
2. Les courbes et surfaces CAO

II. Travail développé

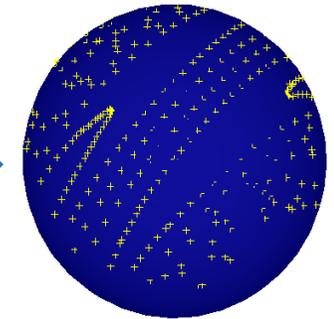
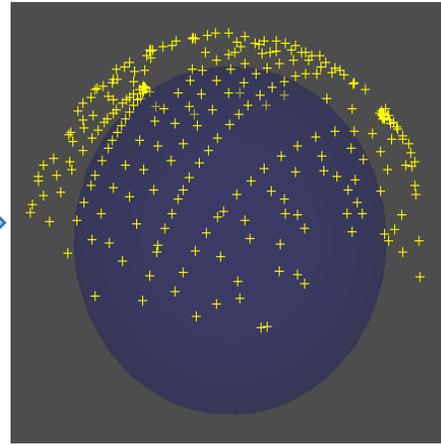
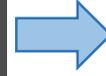
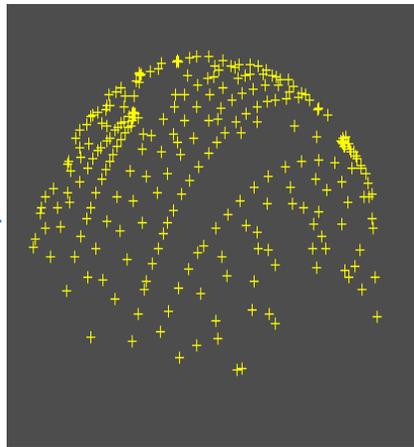
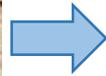
1. Algorithme général de la reconstruction d'un objet 3D
2. Reconstruction des primitives géométriques
3. Reconstruction des courbes et surfaces gauches

III. Illustration

Conclusion et perspectives

**Résultats de la reconstruction
de primitives géométriques en utilisant
Open Cascade (Logiciel libre pour la CAO)**

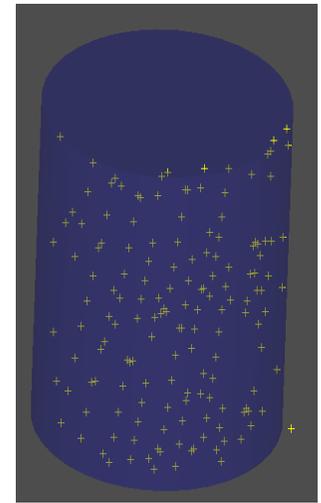
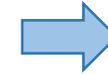
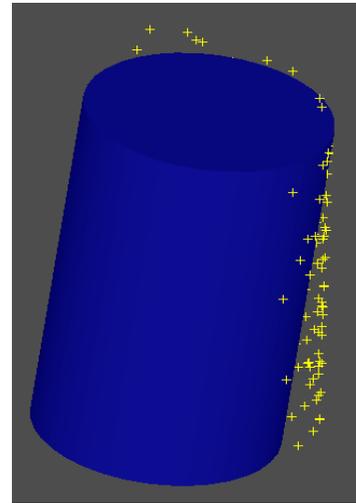
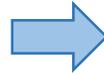
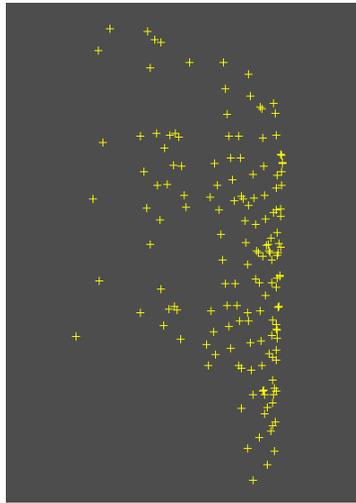
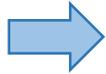
Résultat obtenu à partir d'un scan d'une sphère réelle



Sphère réelle de rayon
19,8

Sphère reconstruite de
rayon 19.8 après 5
itérations

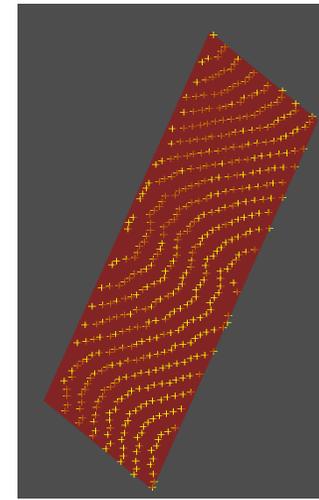
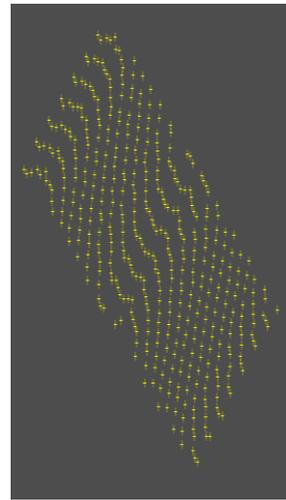
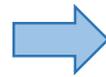
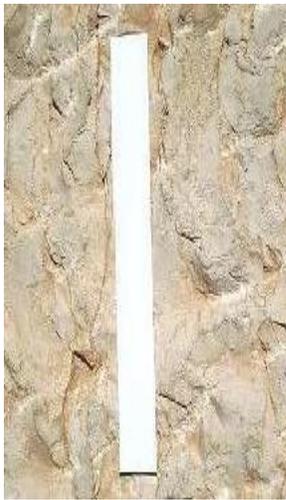
Résultat obtenu à partir d'un scan d'un cylindre réel



Cylindre réel de rayon 34 et l'axe (0.2, 0.4, 1)

Cylindre reconstruit de rayon 34 et l'axe (0.2, 0.4, 1) après 2 itérations

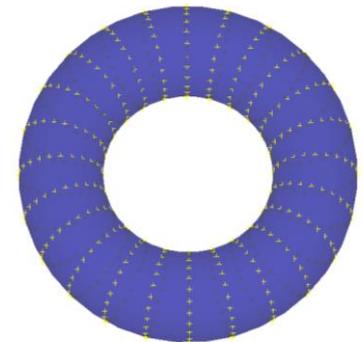
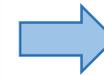
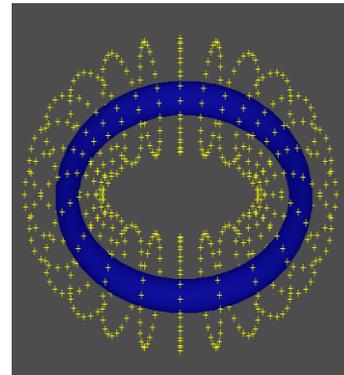
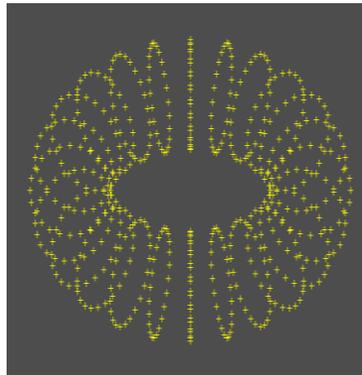
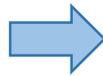
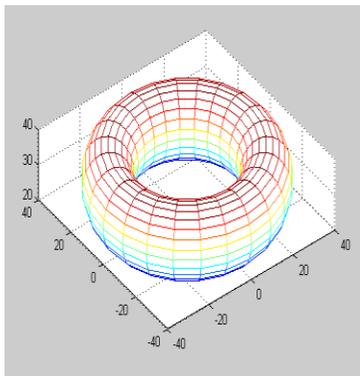
Résultat obtenu à partir d'un scan d'un plan réel



Plan réel d'axe $(-0.1, -0.2, 1)$

Plan reconstruit de même axe
après 2 itérations

Résultat obtenu à partir d'un scan d'un tore

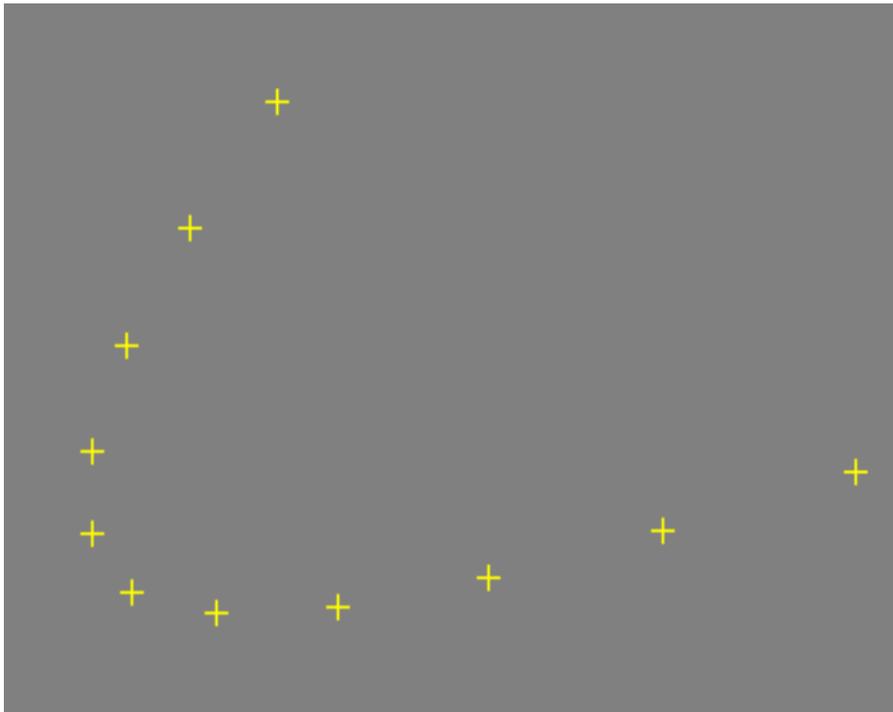


Tore à reconstruire de grand rayon 30 et de petit rayon 10

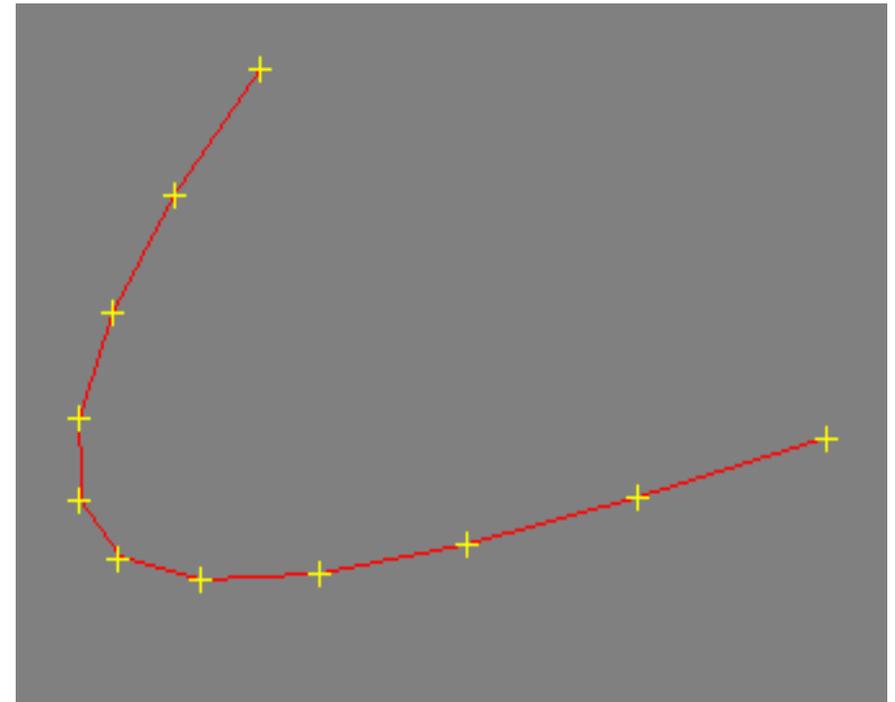
Tore reconstruit de grand rayon 30 et de petit rayon 10 après 5 itérations

Résultats de la reconstruction de courbes et surfaces B-Spline

Résultat de l'optimisation de points de contrôle d'une courbe B-Spline de degré 3

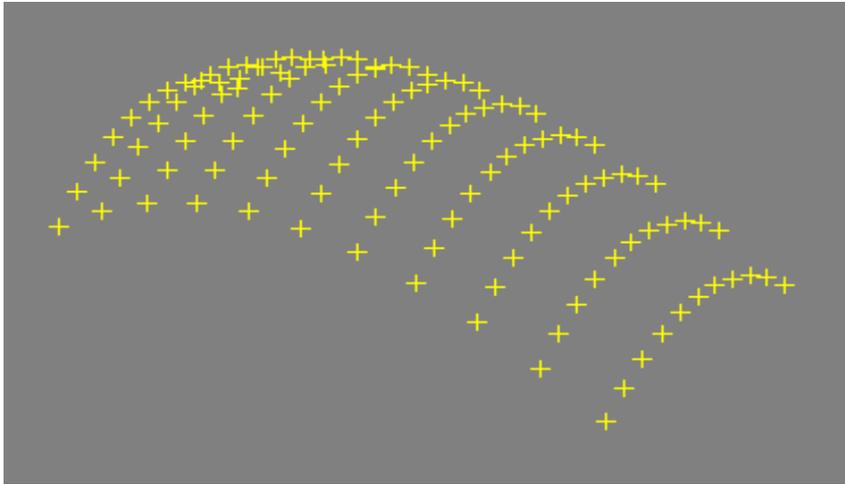


11 points à interpoler d'une courbe B-Spline

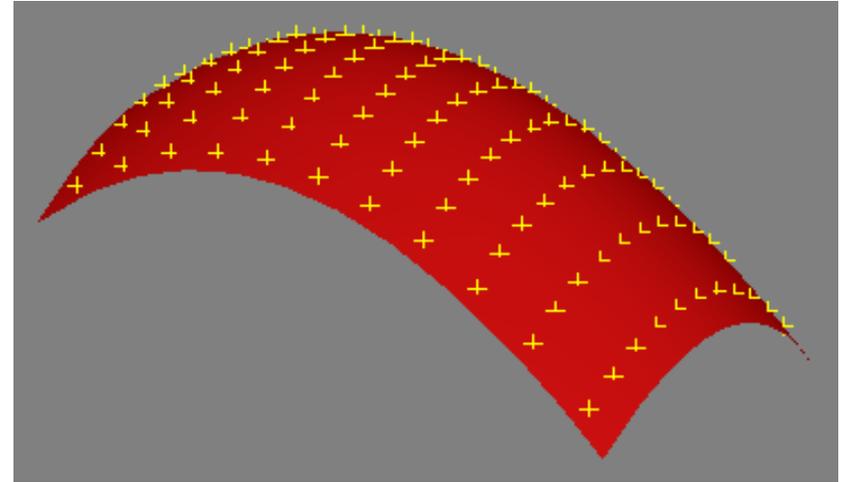


Courbe reconstruite après 3 itérations

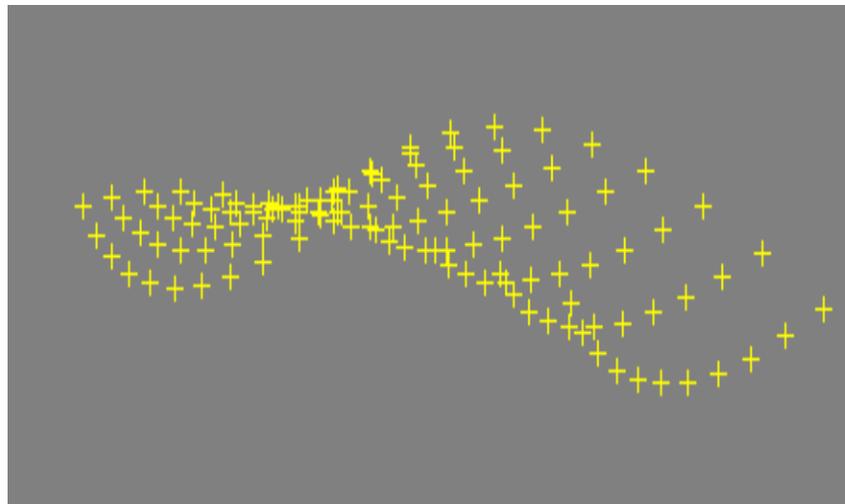
Résultat de l'optimisation de points de contrôle de deux surfaces B-Spline de degré 2 et 9 points de contrôle



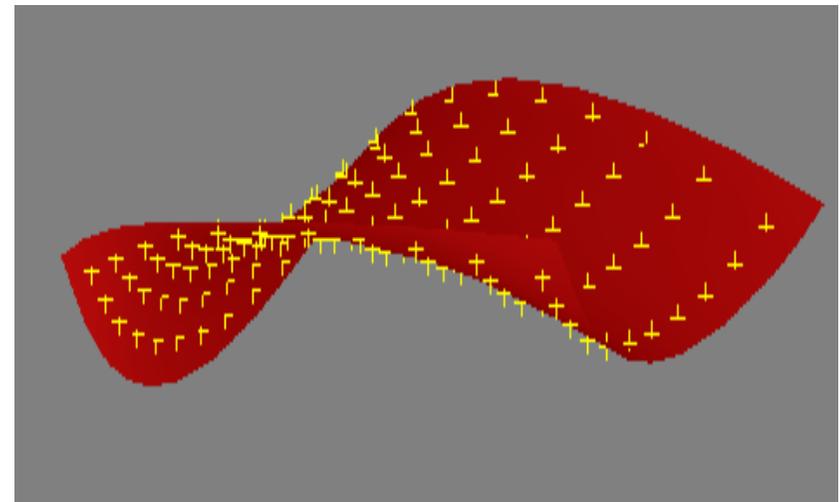
Surface contenant 121 points 3D



Surface reconstruite après 3 itérations



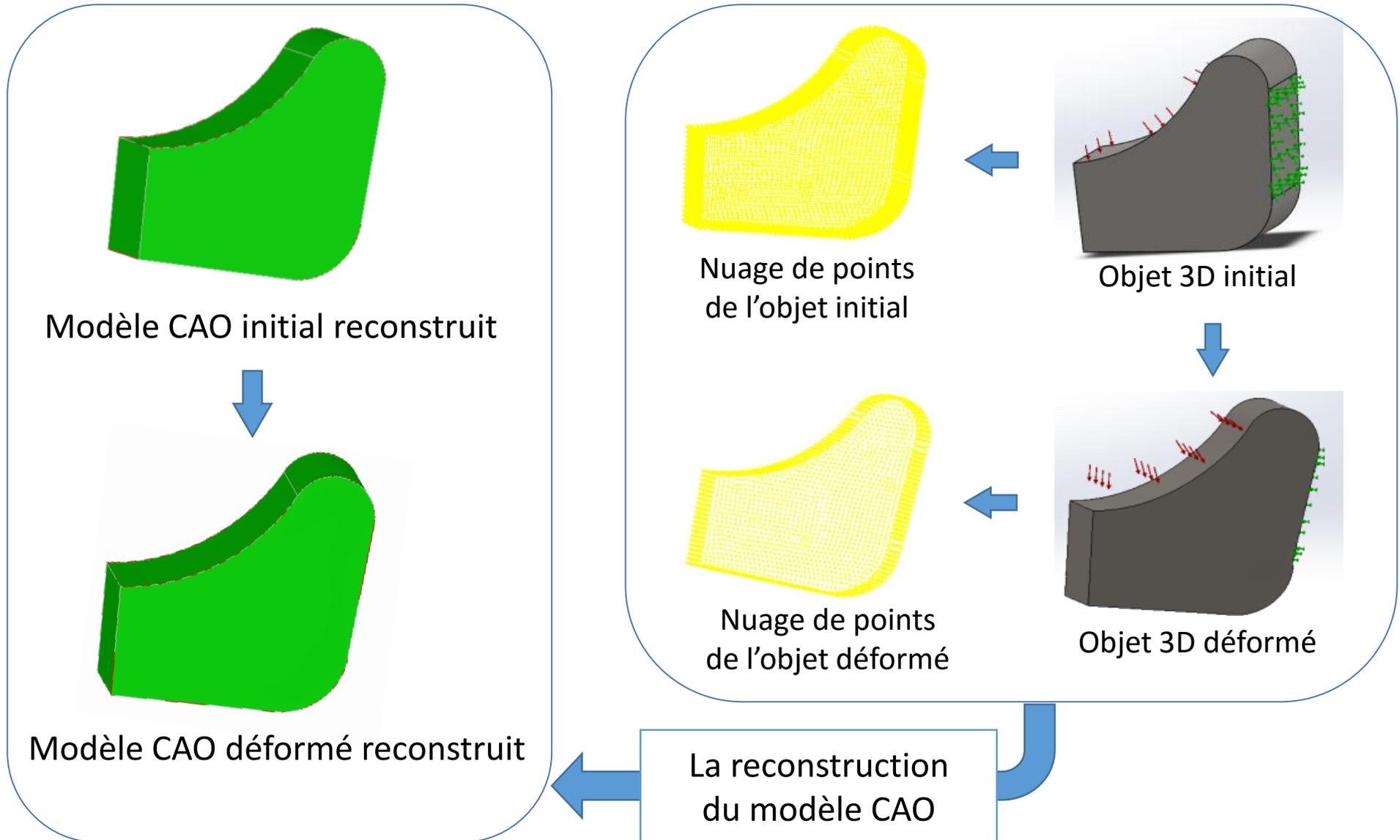
Surface contenant 121 points 3D



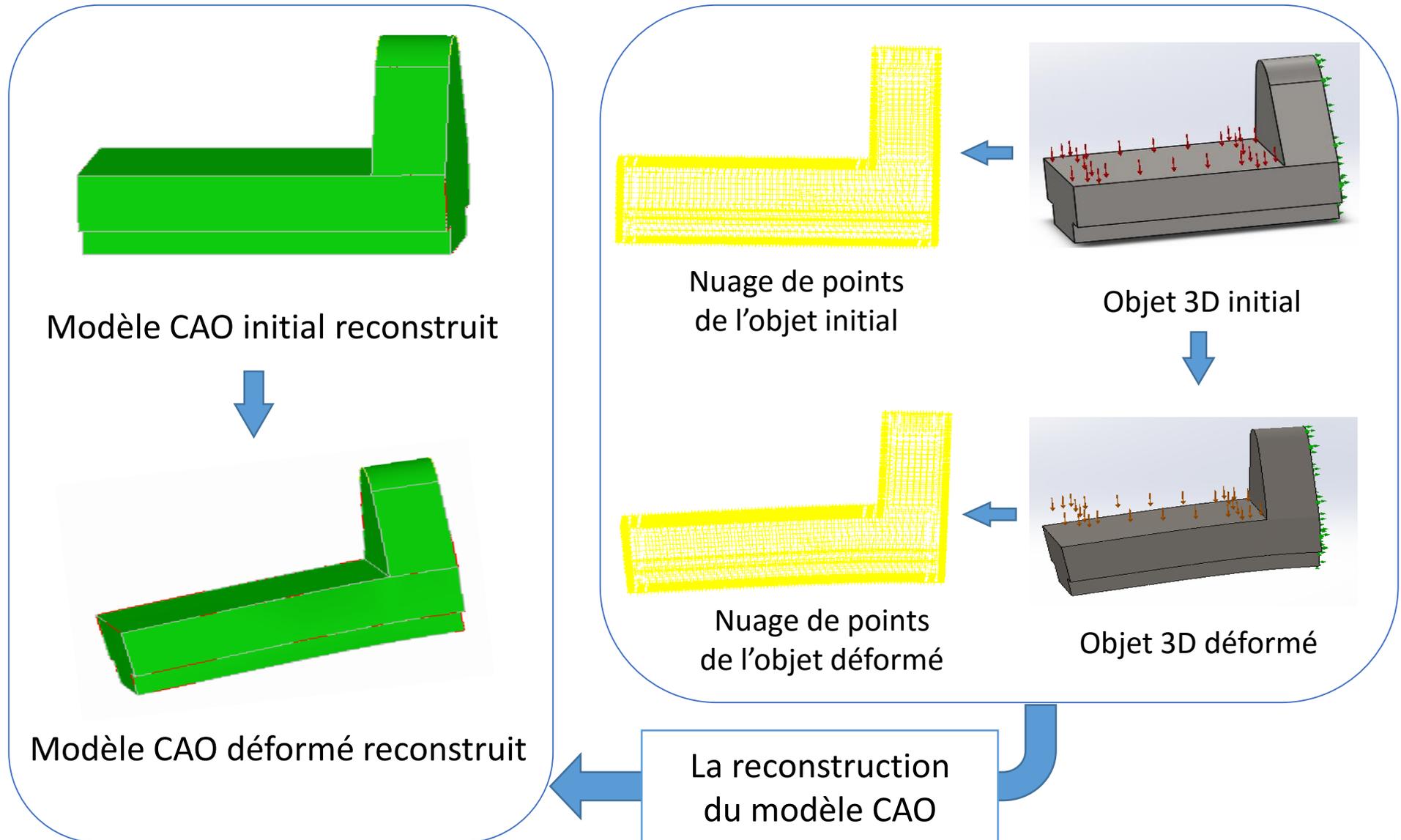
Surface reconstruite après 3 itérations

Résultats de la reconstruction de 4 pièces mécaniques déformées

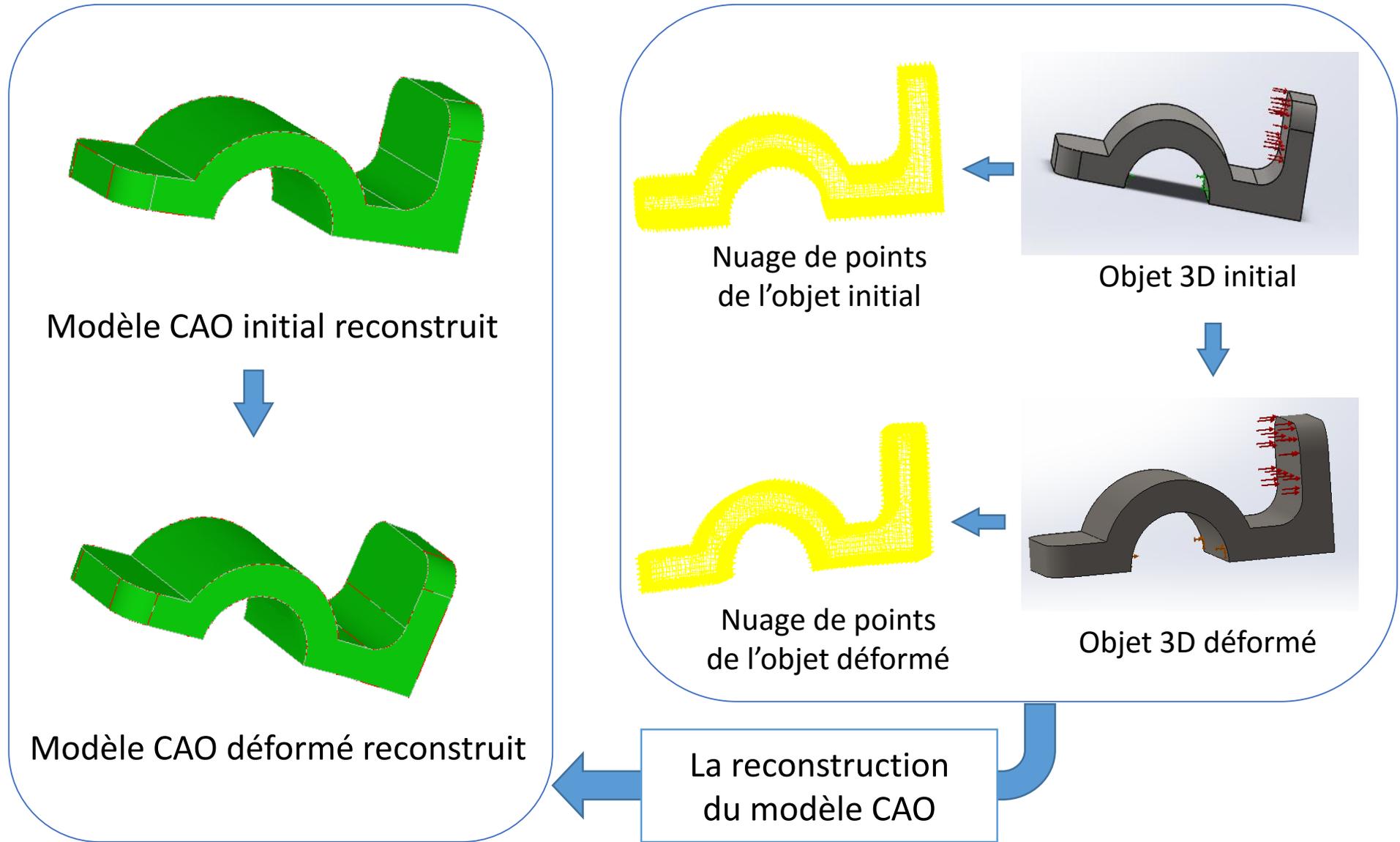
Résultat de la reconstruction d'une pièce composée de 8 faces



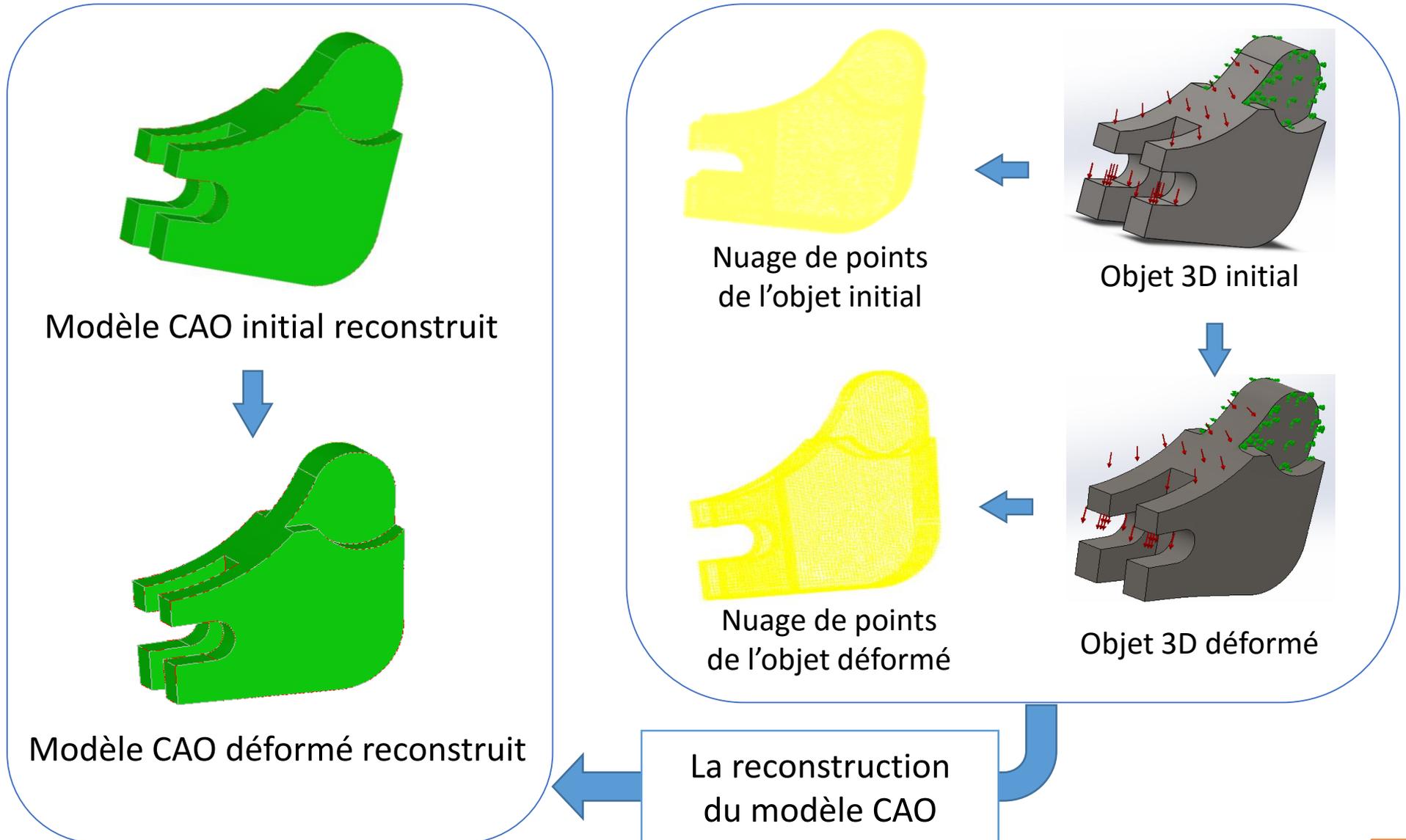
Résultat de la reconstruction d'une pièce composée de 14 faces



Résultat de la reconstruction d'une pièce composée de 17 faces



Résultat de la reconstruction d'une pièce composée de 25 faces



Plan

Introduction

I. Etat de l'art

1. La reconstruction 3D
2. Les courbes et surfaces CAO

II. Travail développé

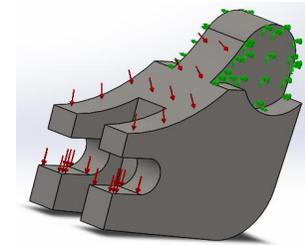
1. Algorithme général de la reconstruction d'un objet 3D
2. Reconstruction des primitives géométriques
3. Reconstruction des courbes et surfaces gauches

III. Illustration

Conclusion et perspectives

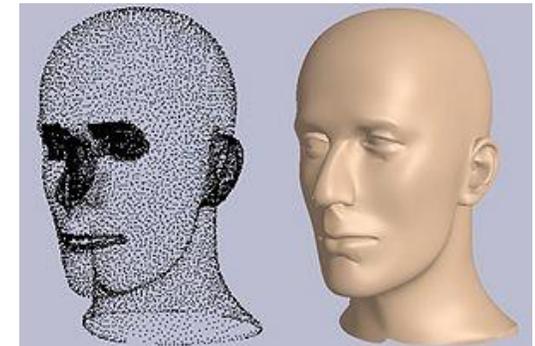
Conclusion

- ✓ Reconstruction des surfaces tridimensionnelles:
 - Des primitives géométriques
 - De courbes et des surfaces B-Splines
- ✓ Reconstruction des pièces mécaniques déformées.



Perspectives

- ✓ Surfaces plus complexes nécessitent un grand nombre de points de contrôle.



Merci pour votre attention

