

**- Examen du 23 juin 2008. -**

**- Durée 2h. Pas de documents. -**

*- Une large part de la notation prendra en compte la clarté de la rédaction et la rigueur des justifications. -*

**- Exercice 1 -** On se donne le programme linéaire (P) suivant :

$$\begin{array}{rccccrc} \text{Maximiser} & x_1 & -2x_2 & +x_3 & +x_4 & & \\ \text{Sous} & -x_1 & +2x_2 & +3x_3 & +x_4 & \leq & -4 \\ & x_1 & +3x_2 & -2x_3 & +3x_4 & \leq & 10 \\ & x_1, & x_2, & x_3, & x_4 & \geq & 0 \end{array}$$

- Résoudre (P) avec l'algorithme du simplexe en deux phases.
- Ecrire le dual (D) du programme (P).
- Donner une solution de (D).

**- Exercice 2 -** Une entreprise disposant de 10 000 m<sup>2</sup> de carton en réserve, fabrique et commercialise 2 types de boîtes en carton. La fabrication d'une boîte en carton de type 1 ou 2 requiert, respectivement, 1 et 2 m<sup>2</sup> de carton ainsi que 2 et 3 minutes de temps d'assemblage. Seules 200 heures de travail sont disponibles pendant la semaine à venir. Les boîtes sont agrafées et il faut quatre fois plus d'agrafes pour une boîte du second type que pour une du premier. Le stock d'agrafes disponible permet d'assembler au maximum 15 000 boîtes du premier type. Les boîtes sont vendues, respectivement, 3 € et 5 € .

- Formuler le problème de la recherche d'un plan de production de la semaine maximisant le chiffre d'affaires de l'entreprise sous forme d'un programme linéaire canonique (P).
- Déterminer un plan de production optimal en résolvant graphiquement le programme (P).
- Résoudre (P) par la méthode du simplexe. Repérer les pivots effectués sur la résolution graphique de la question b.
- Justifier l'optimalité du plan de production proposé en a.

**- Exercice 3 -** Le tableau suivant contient les horaires et coût de sept chauffeurs d'une compagnie de bus. Cette dernière cherche à affecter certains de ces chauffeurs sur une ligne de bus de manière à assurer, à moindre coût, qu'au moins un chauffeur soit présent sur la ligne pendant chaque heure de la journée (de 9 à 17 heures).

Chauffeur	1	2	3	4	5	6	7
Horaire	9 à 11h	9 à 13h	11 à 16h	12 à 15h	13 à 16h	14 à 17h	16 à 17h
Coût	18	30	38	14	22	16	9

- a. Résoudre le problème "à la main".
- b. Formuler un programme linéaire en nombres entiers permettant de résoudre le problème de cette compagnie.

- **Exercice 4** - On se donne le programme linéaire (P) suivant dans lequel  $a$  et  $b$  sont des réels quelconques :

$$\begin{array}{ll}
 \text{Maximiser} & ax_1 + bx_2 \\
 \text{Sous} & x_1 + 3x_2 \leq 2 \\
 & 2x_1 + x_2 \leq 3 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
 \end{array}$$

- a. Résoudre (P) en fonction des valeurs de  $a$  et  $b$ .
- b. Même question pour le dual (D) de (P) que l'on écrira.