

- Examen du 25/6/2007. Deuxième session. -

**- Durée 2h. Calculatrices interdites.
Document autorisé : Une feuille manuscrite. -**

- Une large part de la notation prendra en compte la clarté de la rédaction et la rigueur des justifications. -

- Exercice 1 -

Une entreprise pharmaceutique fabrique trois types de médicaments : des somnifères, des euphorisants et des analgésiques, dont les bénéfices de production escomptés sont respectivement de 20, 20 et 10 milliers d'euros par kilo. Pour fabriquer chacun de ces médicaments, trois matières premières sont utilisées : de la caféine, de la valériane et de la morphine. Les quantités nécessaires de ces produits pour fabriquer un kilo de médicaments sont résumées dans le tableau suivant :

	somnifère	euphorisants	analgésiques
Caféine	0	2	4
Valériane	4	0	0
Morphine	4	1	4

Par ailleurs les quantités de caféine, valériane et morphine sont limitées par leur production à respectivement 2, 4 et 2 unités par jour.

Le but de l'exercice est de planifier les quantités de médicaments à produire afin de maximiser le bénéfice quotidien.

- Modéliser le problème sous forme d'un programme linéaire.
- Résoudre celui-ci par l'algorithme du simplexe.
- Justifier l'optimalité de la solution obtenue en se servant uniquement du dictionnaire final fourni par l'algorithme de la question précédente.

- Exercice 2 -

On se donne le programme linéaire (P) suivant :

$$\begin{array}{rcccccl}
 \text{Maximiser} & -3x_1 & +2x_2 & -2x_3 & -x_4 & & & & & & \\
 \text{Sous} & 4x_1 & -2x_2 & +x_3 & -x_4 & \leq & -2 & & & & \\
 & -x_1 & & -x_3 & & \leq & -10 & & & & \\
 & x_1, & x_2, & x_3, & x_4 & \geq & 0 & & & &
 \end{array}$$

Résoudre (P) avec l'algorithme du simplexe en deux phases à l'exclusion de toute autre méthode.

- Exercice 3 -

Utiliser la méthode graphique afin de déterminer quelles contraintes sont satisfaites avec égalité par la solution optimale du programme linéaire suivant. Quelle est cette solution optimale ?

$$\begin{array}{rllll}
 \text{Maximiser} & 2x_1 & +x_2 & & \\
 \text{Sous} & 2x_1 & -x_2 & \leq & 5 \\
 & 2x_1 & -3x_2 & \geq & -8 \\
 & x_1 & & \geq & 2 \\
 & x_1 & +x_2 & \geq & 4 \\
 & x_1, x_2 & & \geq & 0
 \end{array}$$

- Exercice 4 -

La solution $x_1 = 1/7$, $x_2 = 0$, $x_3 = 4/7$, $x_4 = 0$ est-elle solution optimale du programme linéaire suivant ? Justifier votre réponse.

$$\begin{array}{rllll}
 \text{Maximiser} & 6x_1 & & +8x_3 & +4x_4 \\
 \text{Sous} & 7x_1 & +8x_2 & +7x_3 & +2x_4 \leq 5 \\
 & 4x_1 & +x_2 & +6x_3 & +10x_4 \leq 4 \\
 & 9x_1 & +5x_2 & +2x_3 & +10x_4 \leq 3 \\
 & 3x_1 & +10x_2 & +3x_3 & +4x_4 \leq 6 \\
 & x_1, & x_2, & x_3, & x_4 \geq 0
 \end{array}$$

- Exercice 5 -

Modéliser le problème de sac à dos suivant sous forme d'un programme linéaire en nombres entiers. La capacité du sac est de 50 litres. On ne cherchera pas à résoudre le problème.

	objet 1	objet 2	objet 3	objet 4	objet 5
volume	20	16	7	10	42
prix	25	18	10	12	50