

# Vision Omnidirectionnelle

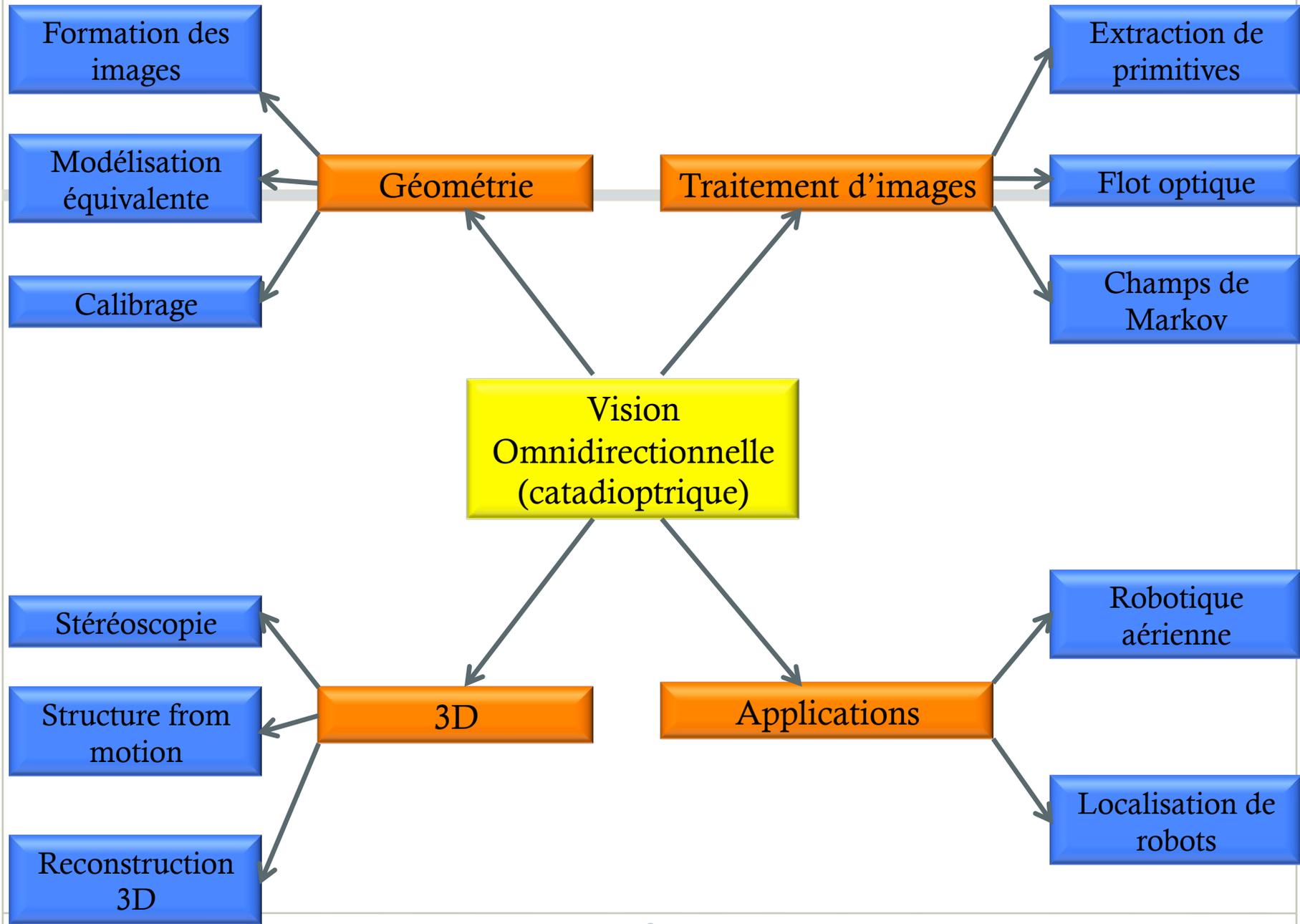
Module Image / Ecole Doctorale I2S

Cédric Demonceaux

[cedric.demonceaux@u-picardie.fr](mailto:cedric.demonceaux@u-picardie.fr)







# Plan du cours

- Chapitre 1 : Introduction à la vision panoramique : quelques exemples
- Chapitre 2 : Formation et modélisation des images catadioptriques à point de vue unique
- Chapitre 3 : Calibrage de caméras catadioptriques
- Chapitre 4 : Traitements d'images catadioptriques
- Chapitre 5 : Estimation du déplacement de caméras catadioptriques
- Conclusion et perspectives

# Chap 1 : Introduction à la vision panoramique

- Un petit historique sur les panoramas
- Une vue panoramique en robotique, pour quoi faire?
- Comment faire : les procédés technologiques

# 1.1 Un petit historique sur les panoramas

- 1792 : Barker crée la première peinture circulaire à 360° en largeur qu'il nomma « Panorama » (grec : tout spectacle)



Edimbourg 1792

- 1804 : Pierre Prévost achète le brevet et rend la technique populaire en France.
- 1822 : Louis-Jacques Mandé Daguerre (assistant de Prévost) présenta un procédé similaire mais animé: le diorama et fit fortune.
- 1839 : Grâce à l'argent gagné par le diorama, Daguerre finança ses recherches pour inventer la photographie

# 1.1 Un petit historique sur les panoramas



San Francisco 1851

1900 : Louis Lumière invente le premier procédé permettant d'obtenir une prise de vue à 360°

L'appareil panoramique  
Périphote



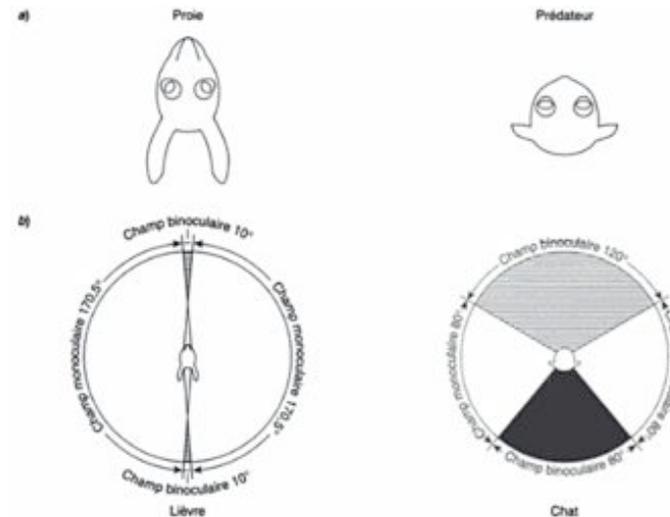
Le projecteur panoramique  
Photorama



Dinard 1901

## 1.2 Une vue panoramique : pour quoi faire!

- Les capteurs visuels perspectifs sont ils suffisants et adéquats pour la robotique?
- En robotique, beaucoup d'innovations sont inspirées du monde animal



## 1.2 Une vue panoramique : pour quoi faire!

- Applications :
  - Localisation d'un robot terrestre
  - Télésurveillance
  - Reconstruction d'un environnement
  - Estimation du déplacement d'un robot (terrestre ou aérien)...

## 1.3 Les procédés technologiques

- Comment obtenir une image omnidirectionnelle de l'environnement?

Optiques Fish-Eye :

Chères, distorsions, pas vraiment omnidirectionnelles



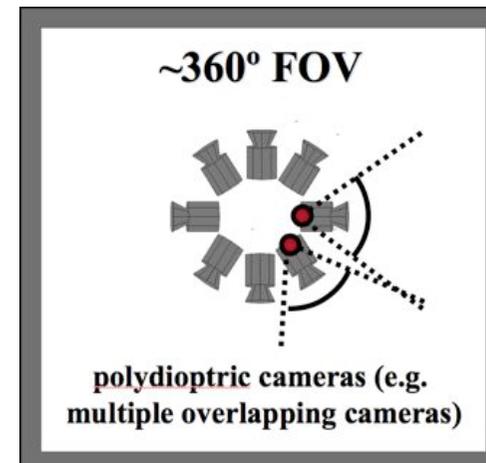
## 1.3 Les procédés technologiques

- Comment obtenir une image omnidirectionnelle de l'environnement?

Utilisation de plusieurs caméras :

Avantage : haute résolution

Inconvénient : synchronisation



# 1.3 Les procédés technologiques

## Capteurs (Poly)-dioptriques



## 1.3 Les procédés technologiques

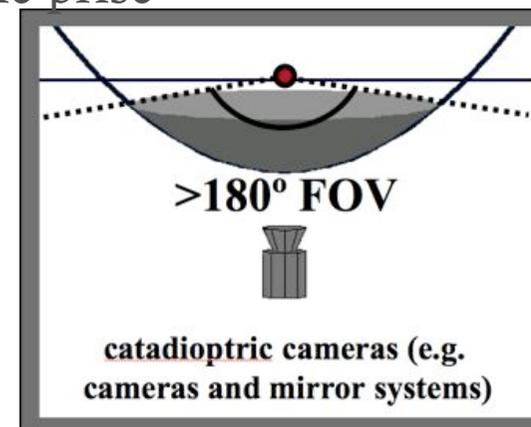
- Comment obtenir une image omnidirectionnelle de l'environnement?

Utilisation d'une caméra catadioptrique (miroir+lentille)

Avantages : Une seule caméra

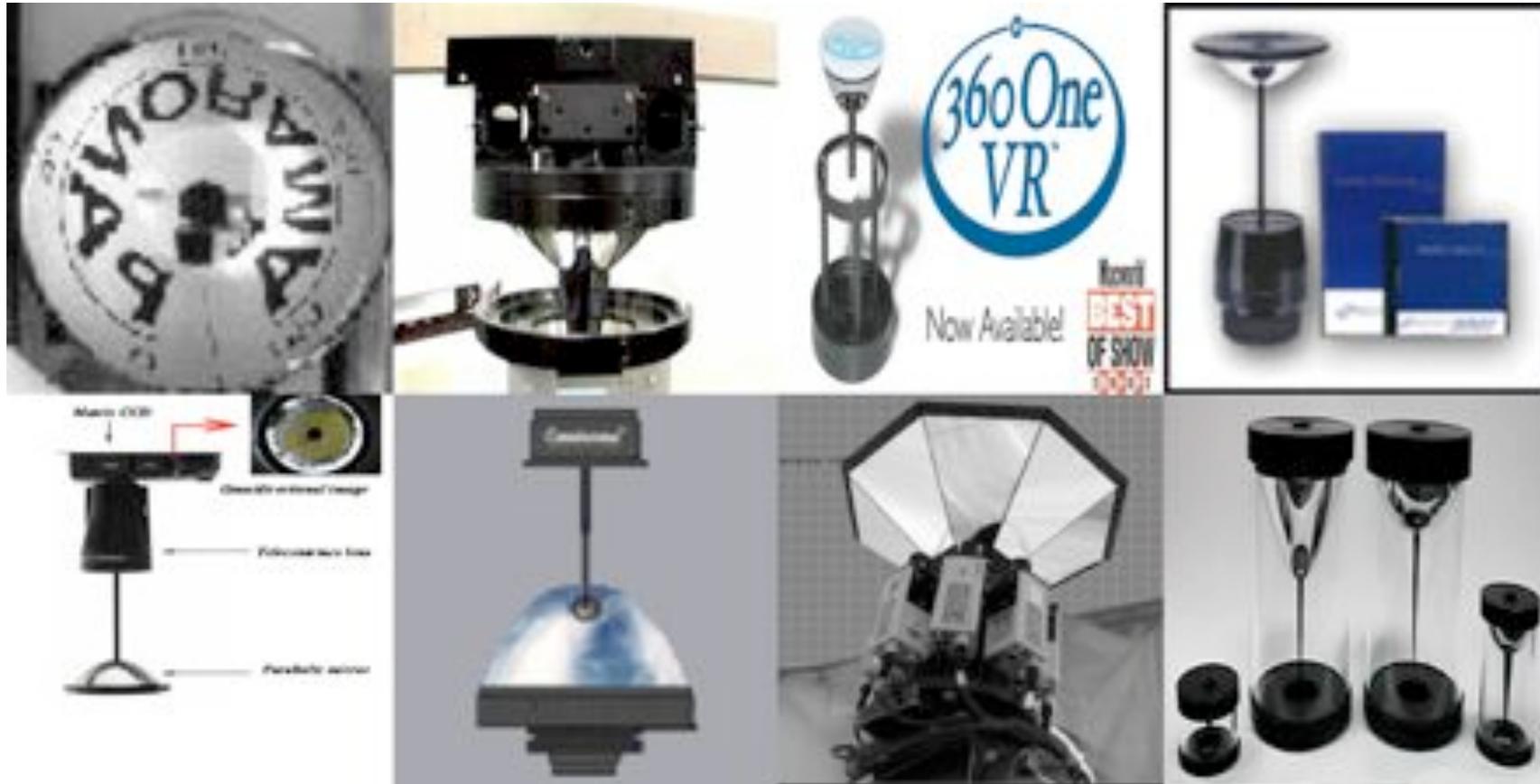
Vue panoramique en une seule prise

Inconvénients : faible résolution  
blindspot



# 1.3 Les procédés technologiques

## Capteurs Catadioptriques



## 1.4 Dates importantes

- 1970 : Rees propose d'utiliser un miroir hyperboloïde pour capturer une image à 360°.
- 1990 : Premier capteur omnidirectionnel en robotique (COPIS – Yagi et al.)
- 1997 : Première étude théorique de la vision catadioptrique et classification des capteurs (Nayar et al.)
- 2000 : Théorème de l'équivalence pour les capteurs centraux (Geyer et al.)
- 2001 : Géométrie projective catadioptrique (Geyer et al.)
- 2002 : Premiers traitements d'images catadioptriques spécifiques (Daniilidis et al.)

# Objectif de ce cours

- Nous nous intéresserons ici à l'étude des images prises par une caméra catadioptrique à point de vue unique.
- Comment considérer ces images ?
- Comment tenir compte des distorsions dues à l'ajout d'un miroir?
- De quelle manière un point de l'espace 3D est projeté sur le plan CCD de la caméra?
- Les droites 3D ne sont pas des droites dans le plan images!!
- Les propriétés de géométrie projective sont elles encore valides?
- Qu'est-ce qui est résolu, quelles sont les questions encore ouvertes?...

# Chapitre 2

## Formation et modélisation des images catadioptriques à point de vue unique

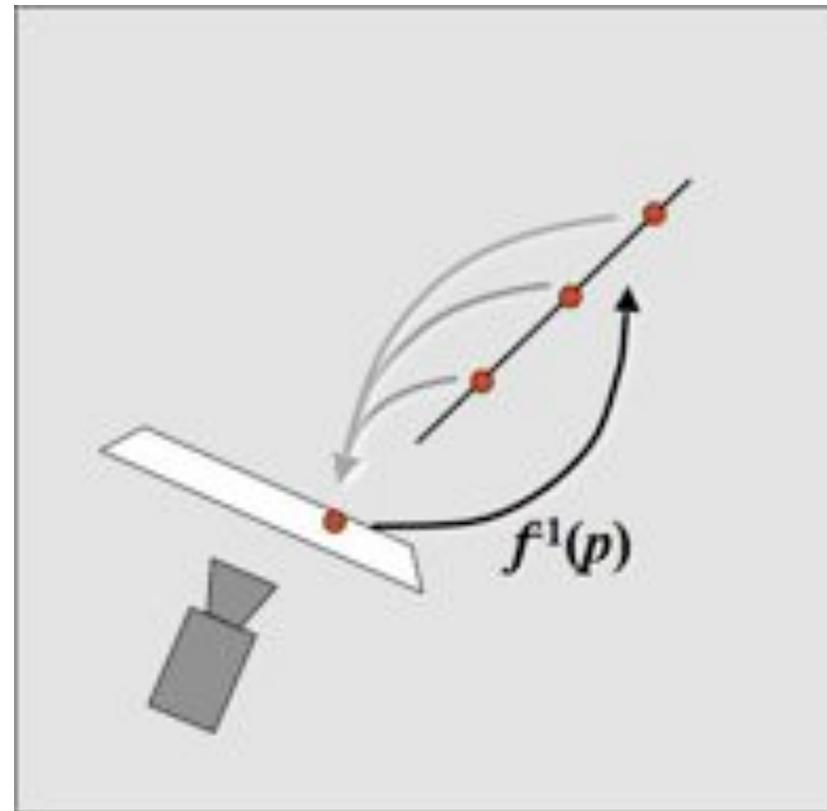
## Chap 2 : Formation et modélisation des images catadioptriques à pvu

- Quels sont les capteurs catadioptriques qui respectent le point de vue unique?
  - S. Baker, S. Nayar : A theory of catadioptric image formation, ICCV 98
- Image catadioptrique pvu et sphère d'équivalence
  - Geyer, Barreto

## 2.1 Formation d'une image

Cas général :

- La projection induite par un caméra est une fonction de l'espace 3D vers le plan image telle que  $f:IP^3 \rightarrow IP^2$
- L'image inverse d'un point de l'image est une droite dans l'espace

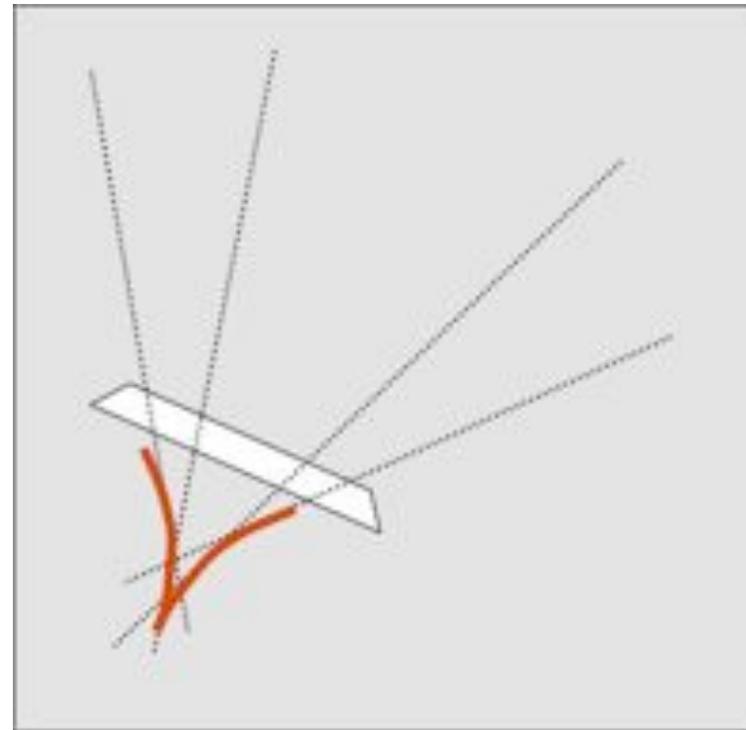


Short Course on Omnidirectional Vision, ICCV 03, Geyer

## 2.1 Formation d'une image

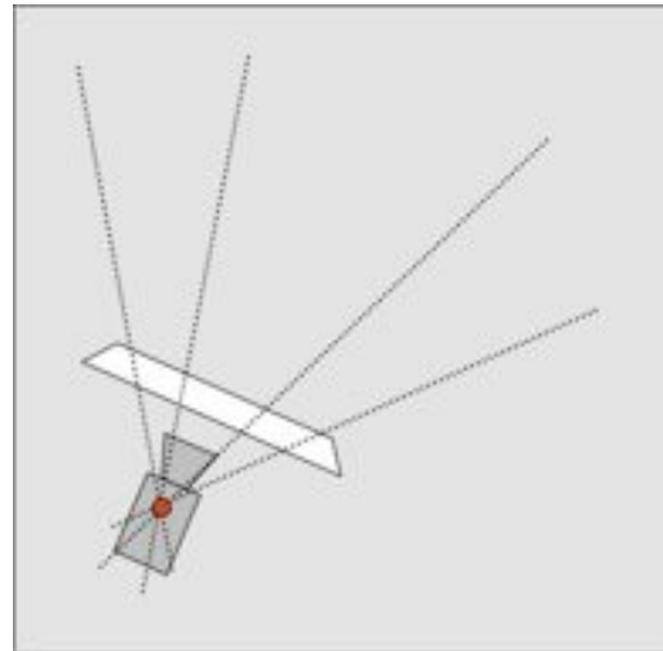
- Pour beaucoup de caméras, toutes ces droites ne possèdent pas nécessairement un seul point d'intersection.
- Leur enveloppe est appelée caustique et représente le lieu des points de vue.

-> Projection non centrale



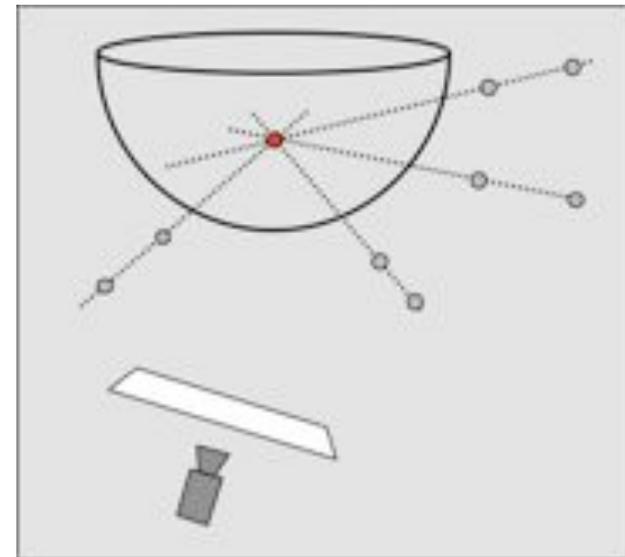
## 2.1 Formation d'une image

- Si toutes les droites se coupent en un seul point alors le système a un point de vue effectif unique et c'est une projection centrale.

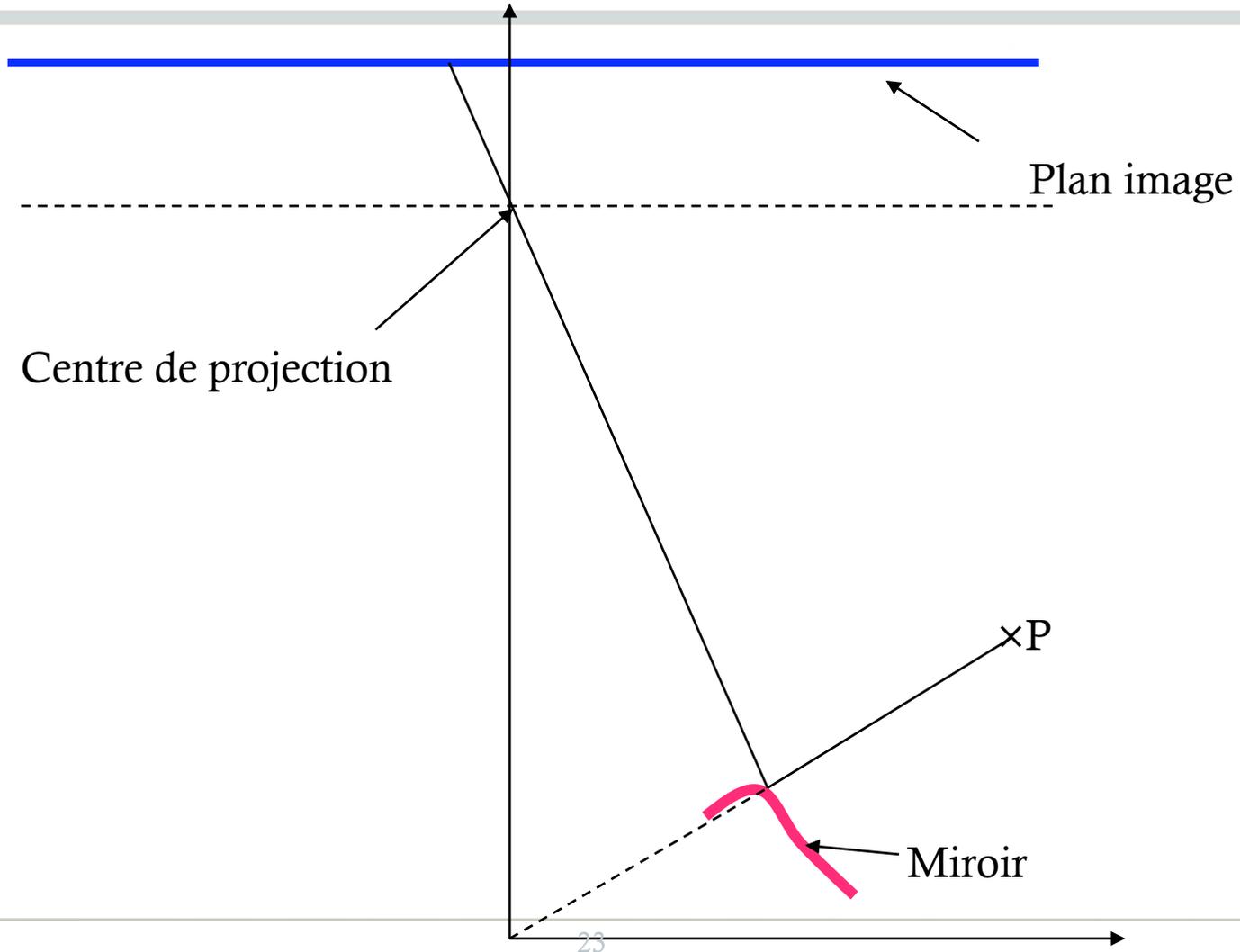


## 2.1 Formation d'une image

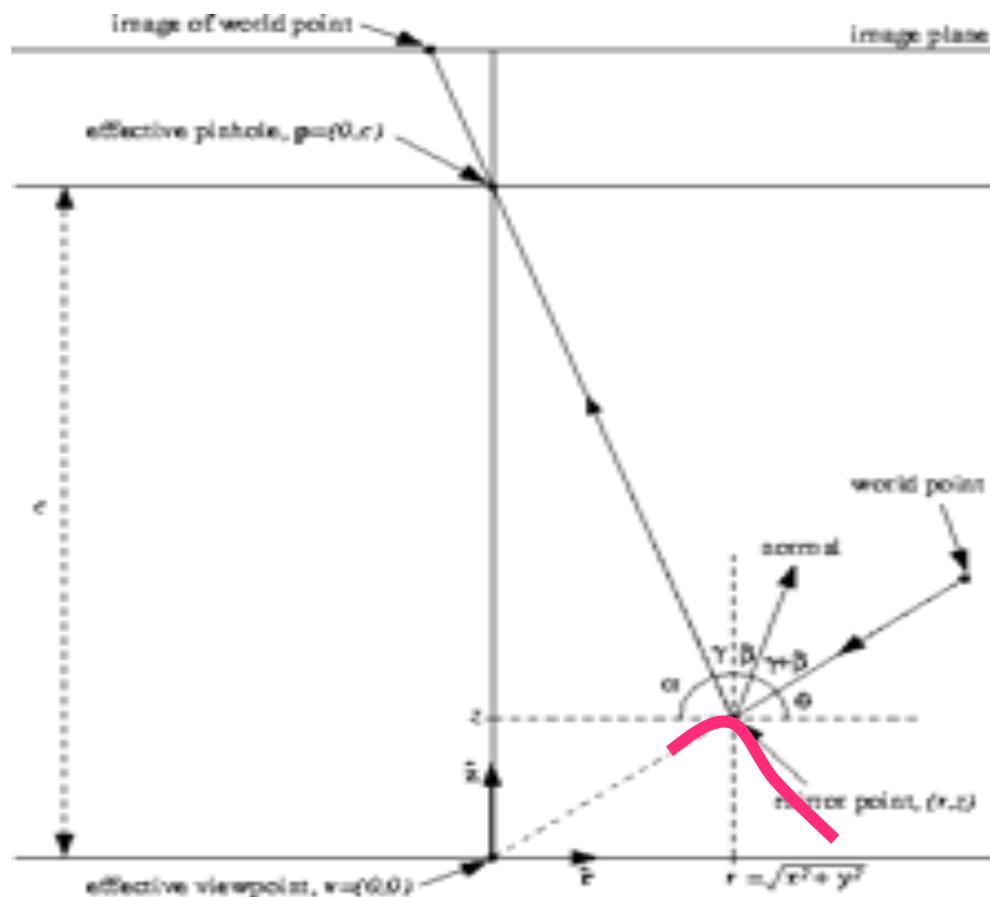
- Pourquoi s'intéresser aux capteurs PVU ?
  - Le PVU permet de générer correctement les images perspectives obtenues à l'aide du catadioptré
  - Chaque pixel dans l'image acquise mesure la luminance qui passe par le PVU dans une direction unique
  - Ces capteurs sont équivalents à des capteurs sphériques
  - Les propriétés de géométrie projective restent valides (homographie, géométrie épipolaire...)



## 2.2 Formation d'une image catadioptrique à pvu (Nayar)



## 2.2 Formation d'une image catadioptrique à pvu (Nayar)



Les lois de l'optique aboutissent à une équation différentielle :

$$\frac{dz}{dr} = \frac{(z^2 - r^2 - cz) \pm \sqrt{r^2 c^2 + (z^2 + r^2 - cz)^2}}{r(2z - c)}$$

de solutions :

$$\left(z - \frac{c}{2}\right)^2 + r^2 \left(\frac{c^2}{2k} + 1\right) = \frac{c^2 + 2k}{4}, \quad k > 0$$

$$\left(z - \frac{c}{2}\right)^2 - r^2 \left(\frac{k}{2} - 1\right) = \frac{c^2}{4} \frac{k - 2}{k}, \quad k \geq 2$$

## 2.2 Formation d'une image catadioptrique à pvu (Nayar)

Ces deux équations représentent toutes les classes possibles de capteur catadioptrique à pvu

$$\left(z - \frac{c}{2}\right)^2 + r^2 \left(\frac{c^2}{2k} + 1\right) = \frac{c^2 + 2k}{4}, \quad k > 0 \quad (1)$$

$$\left(z - \frac{c}{2}\right)^2 - r^2 \left(\frac{k}{2} - 1\right) = \frac{c^2}{4} \frac{k-2}{k}, \quad k \geq 2 \quad (2)$$

**Solutions planaires :** Equation (2) avec  $k=2$  et  $c > 0$

**Solutions coniques :** Equation (2) avec  $k \geq 2$  et  $c=0$

**Solutions sphériques :** Equation (1) avec  $k > 0$  et  $c=0$

**Solutions ellipsoïdes :** Equation (1) avec  $k > 0$  et  $c > 0$ .

**Solutions hyperboloïdes :** Equation (2) avec  $k > 2$  et  $c > 0$ .

**Solutions paraboloides :** Equation (2) avec  $k$  infinie et  $c$  infinie  $\rightarrow$  proj. orthographique.

## 2.2 Formation d'une image catadioptrique à pvu (Nayar) : miroir plan

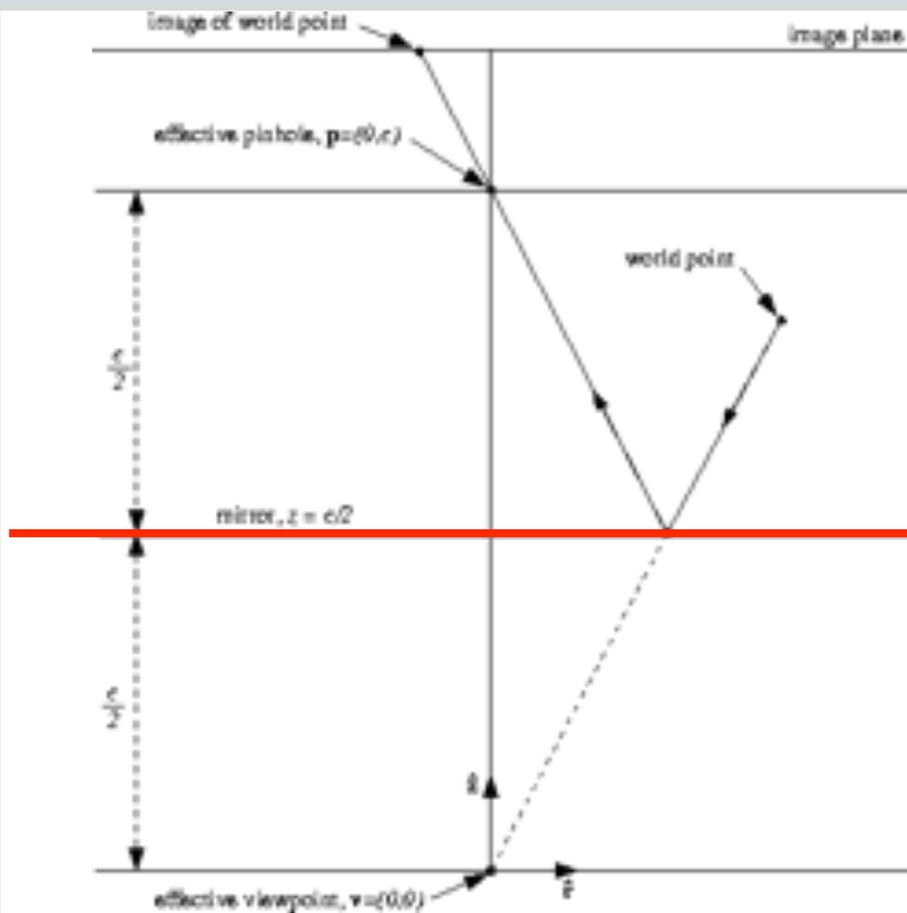
Dans l'équation :

$$\left(z - \frac{c}{2}\right)^2 - r^2 \left(\frac{k}{2} - 1\right) = \frac{c^2}{4} \frac{k-2}{k}, \quad k \geq 2$$

Si on pose  $k = 2$  et  $c > 0$ , alors on a :

$$z = \frac{c}{2}$$

## 2.2 Formation d'une image catadioptrique à pvu (Nayar) : miroir plan



Un point de vue unique et un point focal

→ la seule solution est la bissectrice perpendiculaire à la droite reliant ces deux points

## 2.2 Formation d'une image catadioptrique à pvu (Nayar) : miroir conique

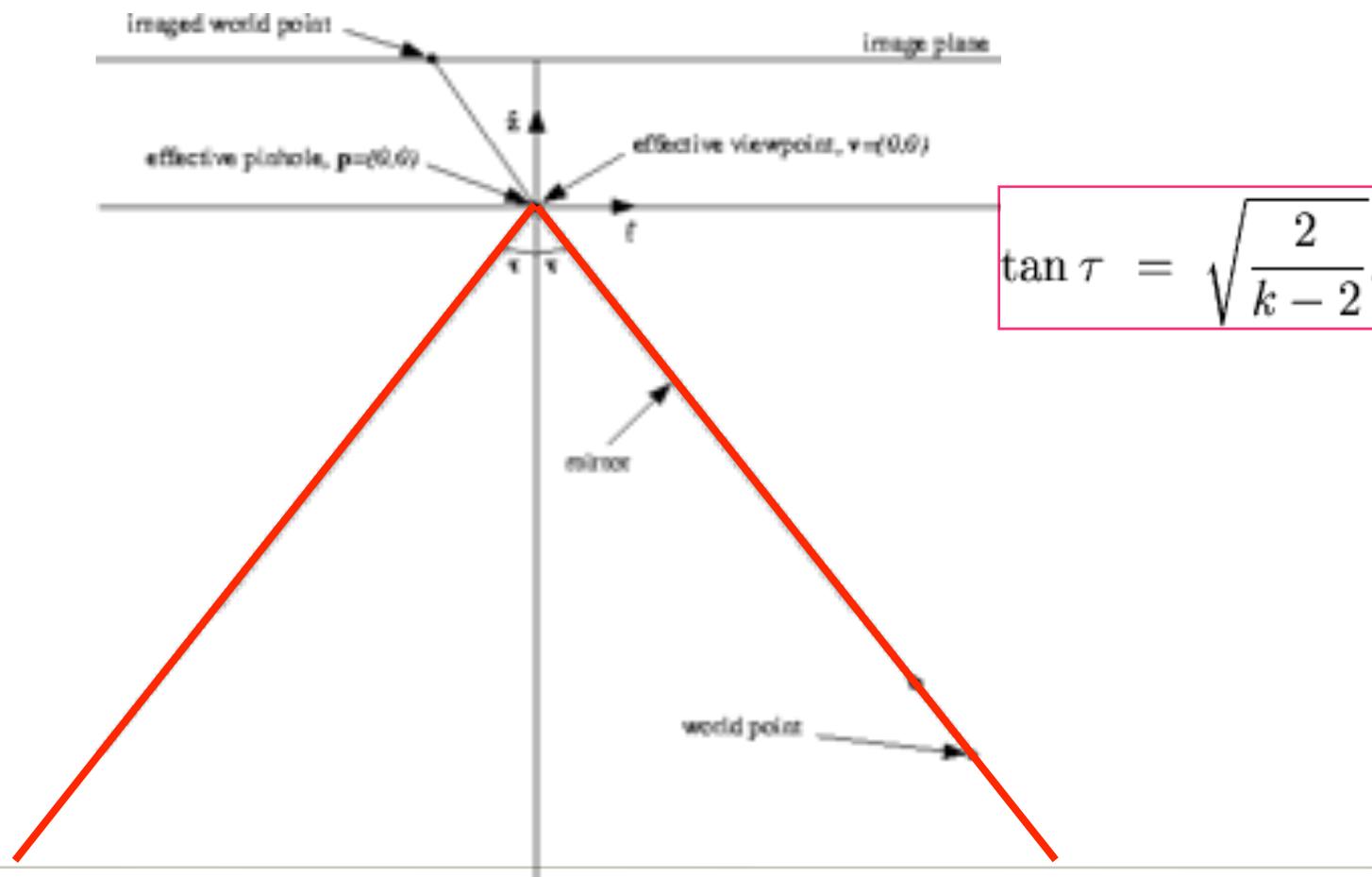
Si on pose  $k \geq 2$  et  $c=0$

$$\left(z - \frac{c}{2}\right)^2 - r^2 \left(\frac{k}{2} - 1\right) = \frac{c^2}{4} \frac{k-2}{k}, \quad k \geq 2$$

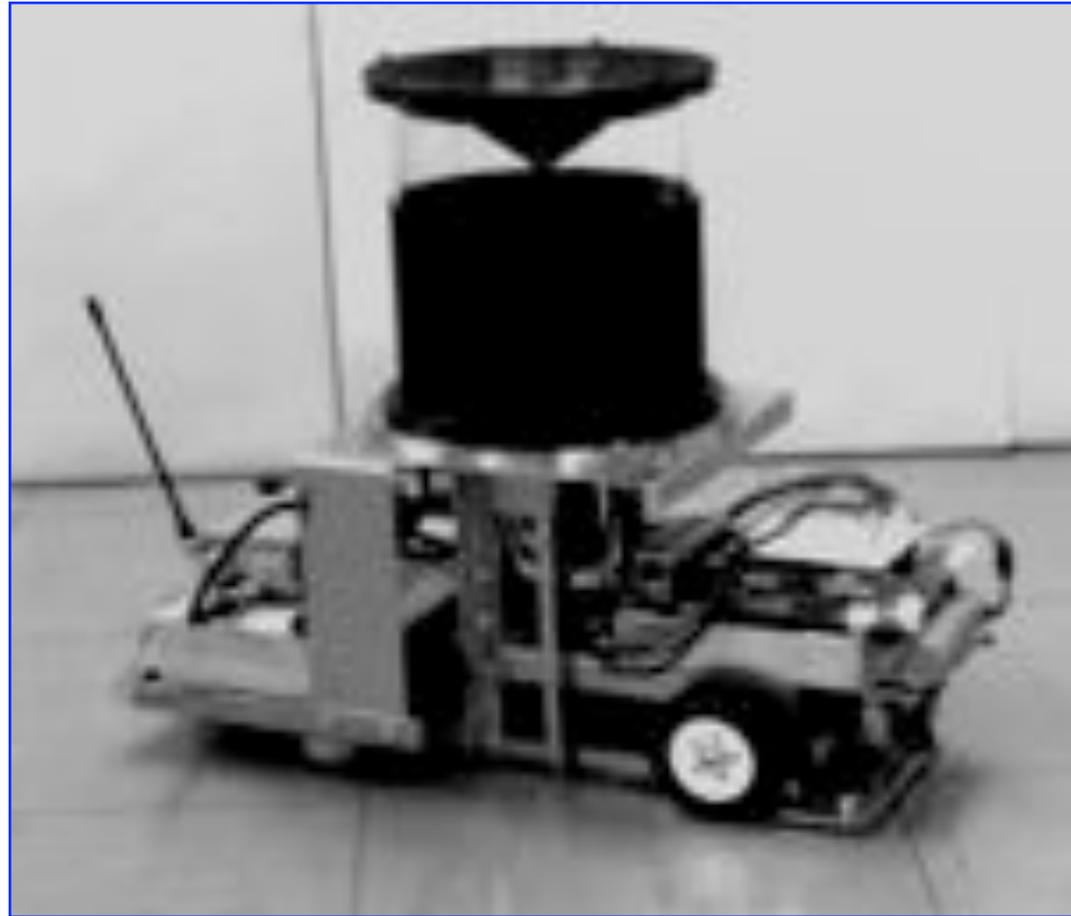
alors on obtient

$$z = \pm r \sqrt{\frac{k}{2} - 1}$$

## 2.2 Formation d'une image catadioptrique à pvu (Nayar) : miroir conique



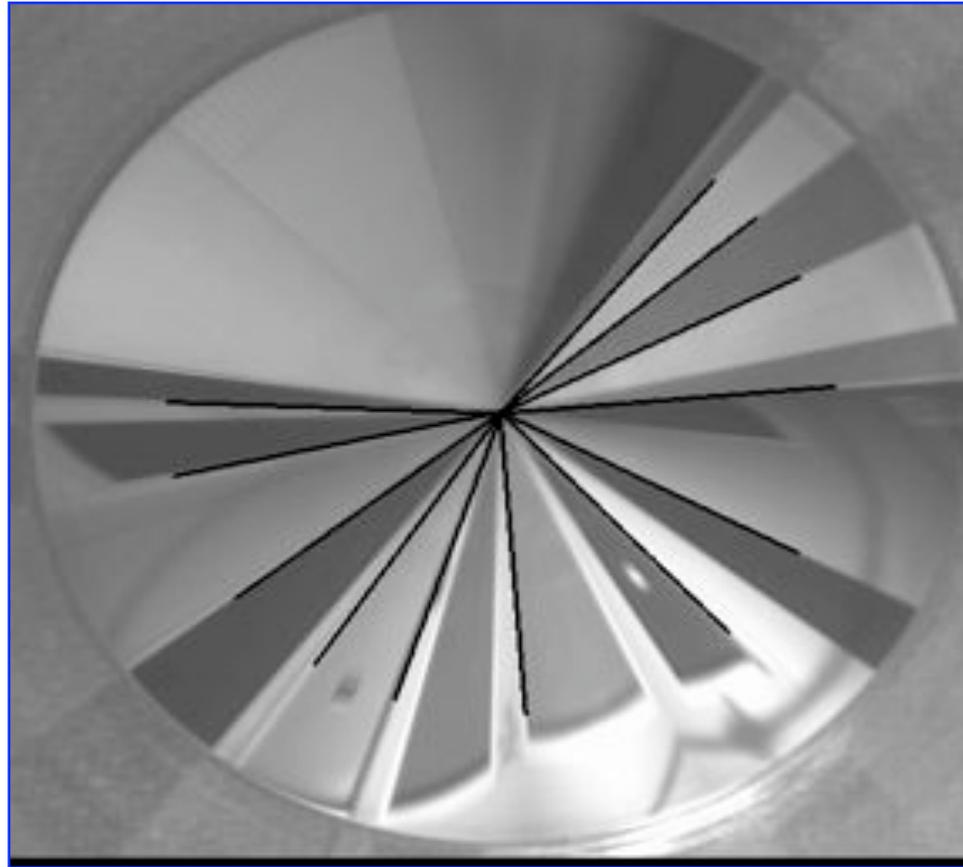
# Les miroirs coniques : COPIS (non pvu)



# Les miroirs coniques : SYCLOP (non pvu)



# Les miroirs coniques : SYCLOP (non pvu)



## 2.2 Formation d'une image catadioptrique à pvu (Nayar) : miroir sphérique

**Si on pose  $c=0$  et  $k>0$  dans l'équation**

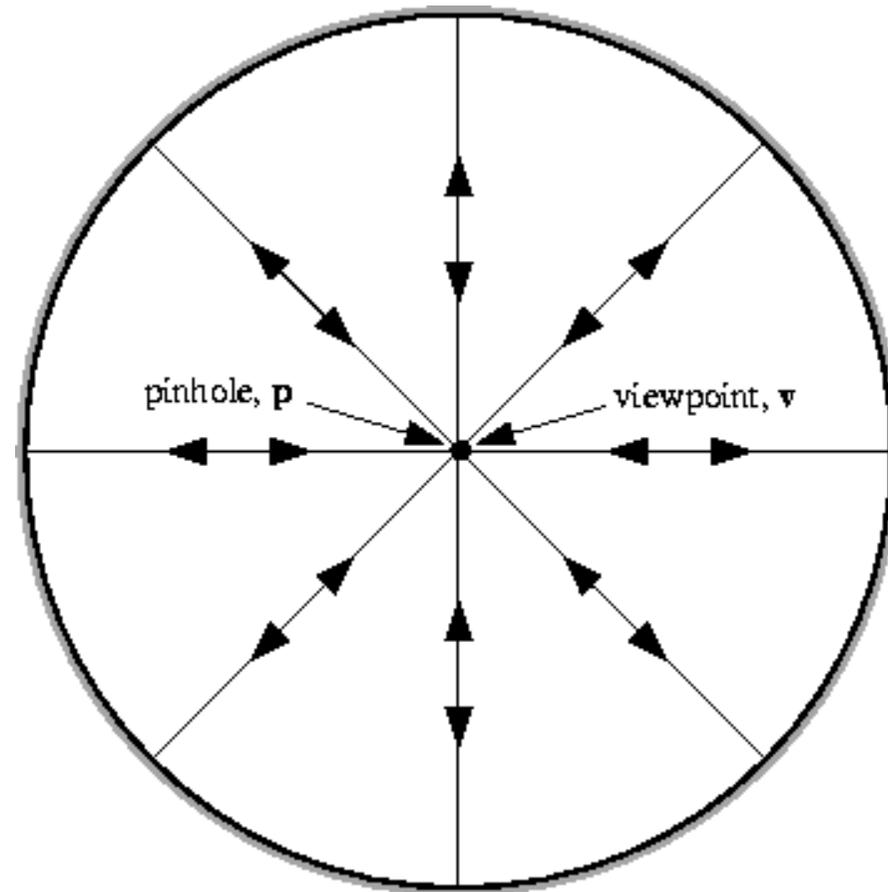
$$\left(z - \frac{c}{2}\right)^2 + r^2 \left(\frac{c^2}{2k} + 1\right) = \frac{c^2 + 2k}{4}, \quad k > 0$$

**alors on obtient**

$$z^2 + r^2 = \frac{k}{2}$$

## 2.2 Formation d'une image catadioptrique à pvu (Nayar) : miroir sphérique

- Le point de vue unique et le pinhole sont confondus
- Dans ce cas :  
l'image=l'observateur



## 2.2 Formation d'une image catadioptrique à pvu (Nayar) : miroir ellipsoïde

Si on pose  $k > 0$  et  $c > 0$  dans l'équation :

$$\left(z - \frac{c}{2}\right)^2 + r^2 \left(\frac{c^2}{2k} + 1\right) = \frac{c^2 + 2k}{4}, \quad k > 0$$

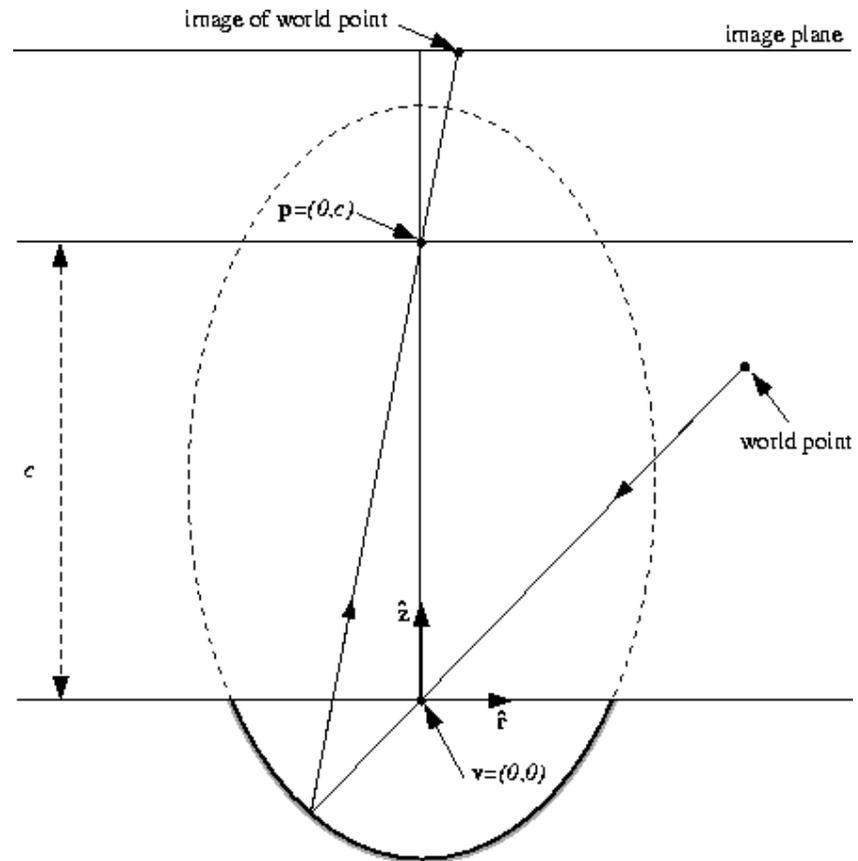
Alors on obtient :

$$\frac{1}{a_e^2} \left(z - \frac{c}{2}\right)^2 + \frac{1}{b_e^2} r^2 = 1$$

$$a_e = \sqrt{\frac{2k + c^2}{4}} \quad \text{and} \quad b_e = \sqrt{\frac{k}{2}}$$

## 2.2 Formation d'une image catadioptrique à pvu (Nayar) : miroir ellipsoïde

- Miroir concave !



## 2.2 Formation d'une image catadioptrique à pvu (Nayar) : miroir hyperboloïde

Si on pose  $k > 2$  et  $c > 0$  dans l'équation

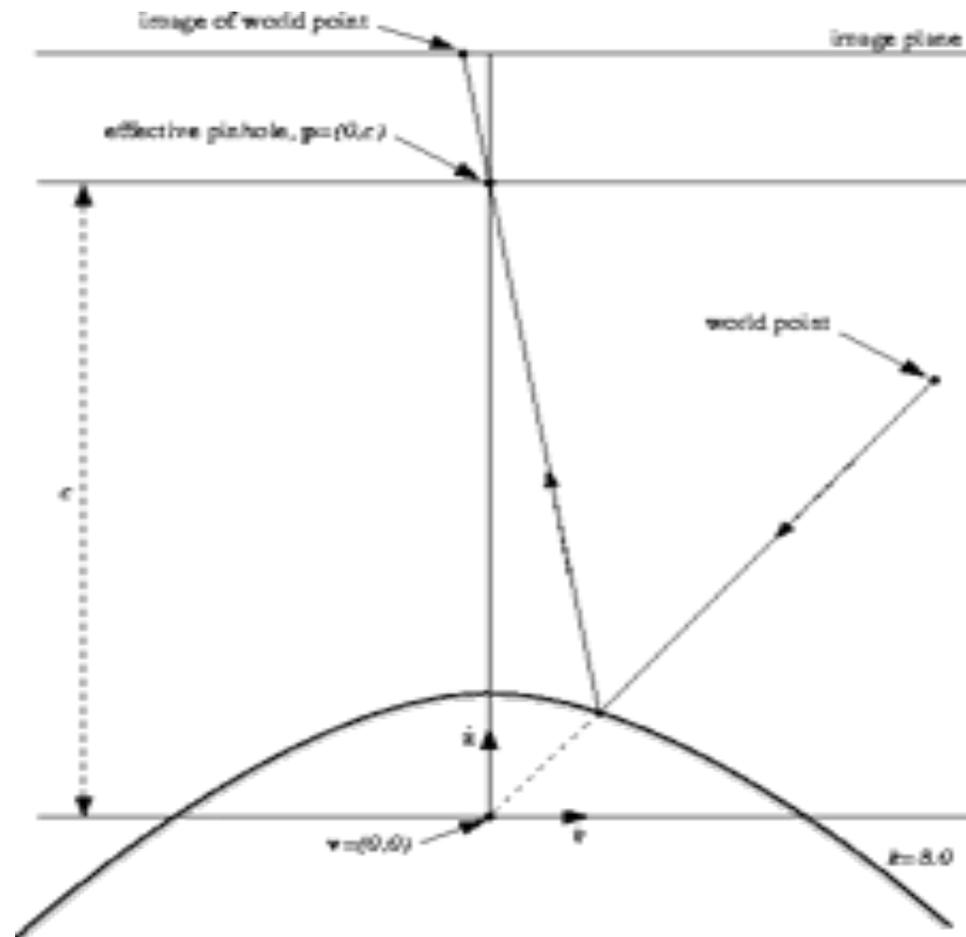
$$\left(z - \frac{c}{2}\right)^2 - r^2 \left(\frac{k}{2} - 1\right) = \frac{c^2}{4} \frac{k-2}{k}, \quad k \geq 2$$

Alors on obtient :

$$\frac{1}{a_h^2} \left(z - \frac{c}{2}\right)^2 - \frac{1}{b_h^2} r^2 = 1$$

$$a_h = \frac{c}{2} \sqrt{\frac{k-2}{k}} \quad \text{and} \quad b_h = \frac{c}{2} \sqrt{\frac{2}{k}}$$

## 2.2 Formation d'une image catadioptrique à pvu (Nayar) : miroir hyperboloïde

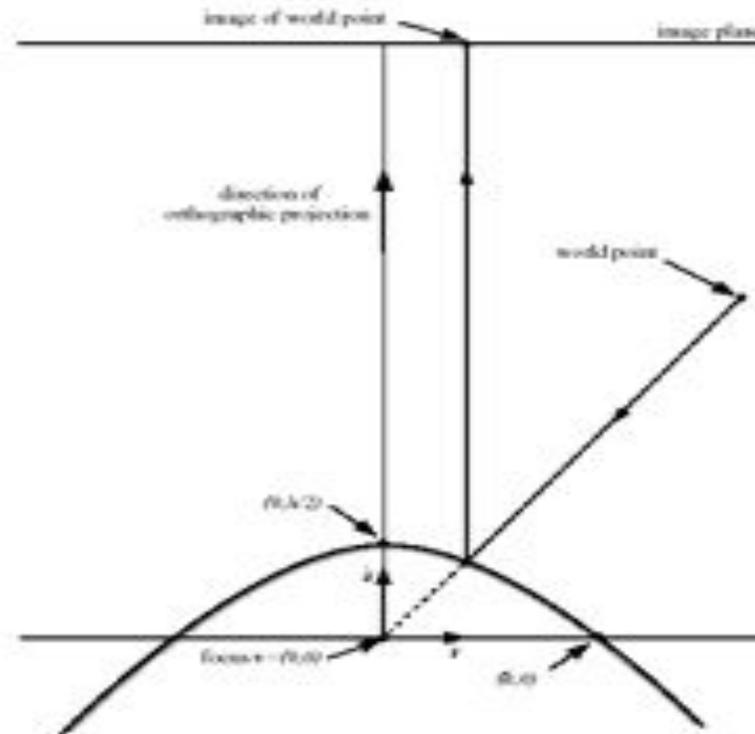


## 2.2 Formation d'une image catadioptrique à pvu (Nayar) : miroir parabololoïde

Pour  $k$  infinie et  $c$  infinie dans (1)

$$z = \frac{h^2 - r^2}{2h}$$

- projection orthographique.
- Invariance aux translations du miroir par rapport au capteur
- Facile à réaliser
- Simplification de la calibration et du calcul des images perspectives



## 2.2 Formation d'une image catadioptrique à pvu (Nayar) : miroir parabololoïde +lentilles télécentriques

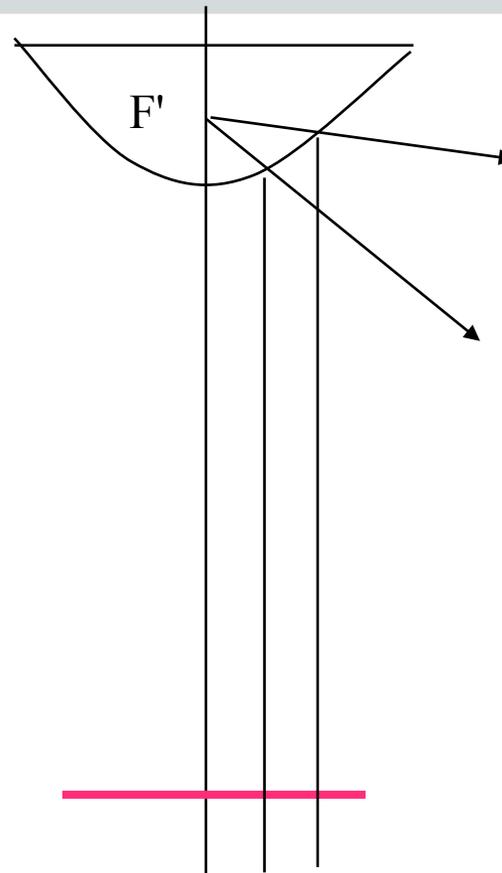


- Poids
- Encombrement
- Prix

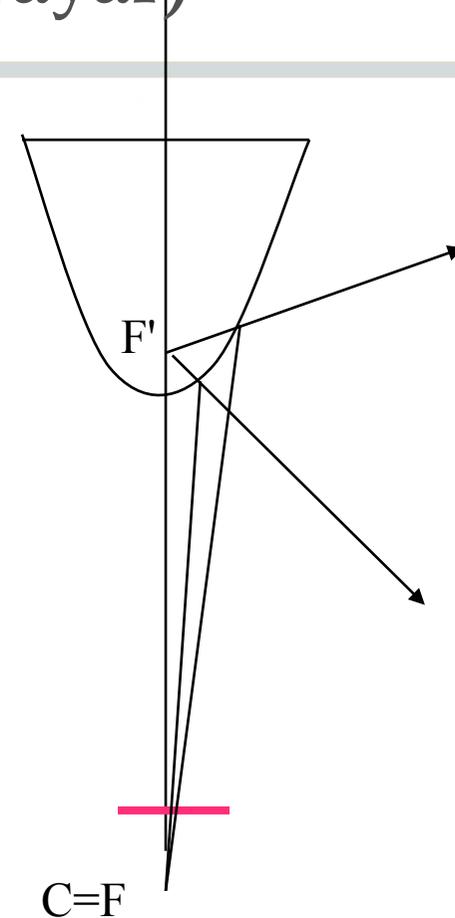
## 2.2 Formation d'une image catadioptrique à pvu (Nayar)

Conclusion : seules deux configurations réalisables sont possibles

1. miroir hyperboloïde + caméra perspective dont le centre optique coïncide avec le second foyer du miroir,
2. Miroir parabololoïde + caméra orthographique



Miroirs parabololoïdes



$C=F$

Miroirs hyperboloïdes

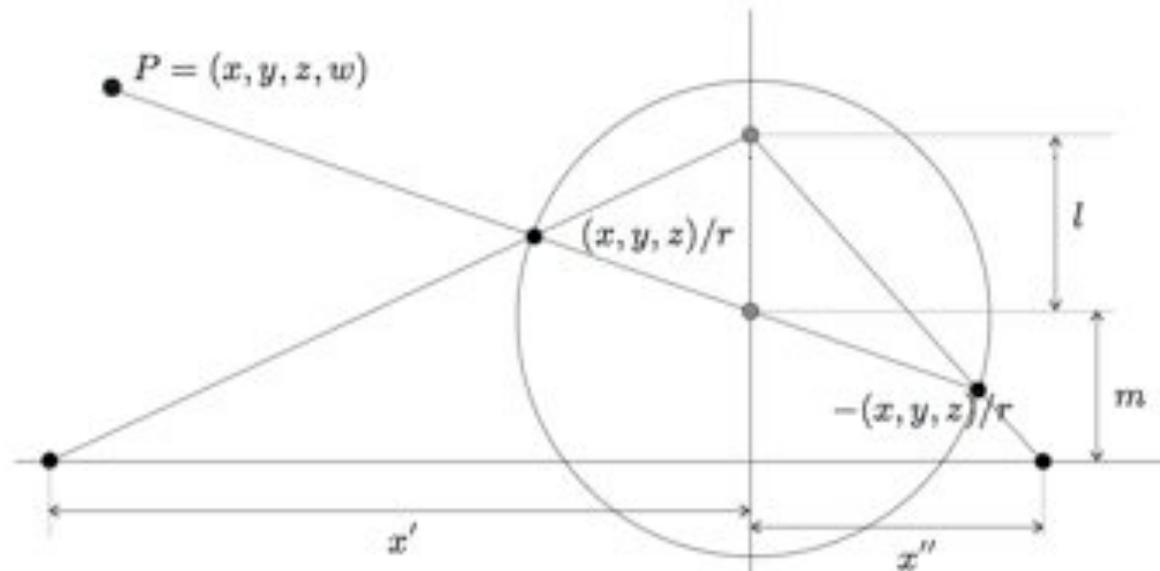
## 2.3 Equivalence sphérique d'un pvu

- Nous reprenons ici les travaux de Geyer et Barreto.
- Ils montrent que toutes images prises par une caméras à point de vue unique est équivalente à une image sphérique.

C. Geyer, K. Daniilidis, Catadioptric Projective Geometry, In Int. Journal of Computer Vision, Dec 2001.

J. P. Barreto, H. Araujo, Geometric Properties of Central Catadioptric Line Images and Their Application in Calibration. IEEE Trans. On Pattern Analysis and Machine Intelligence, Aout 2005.

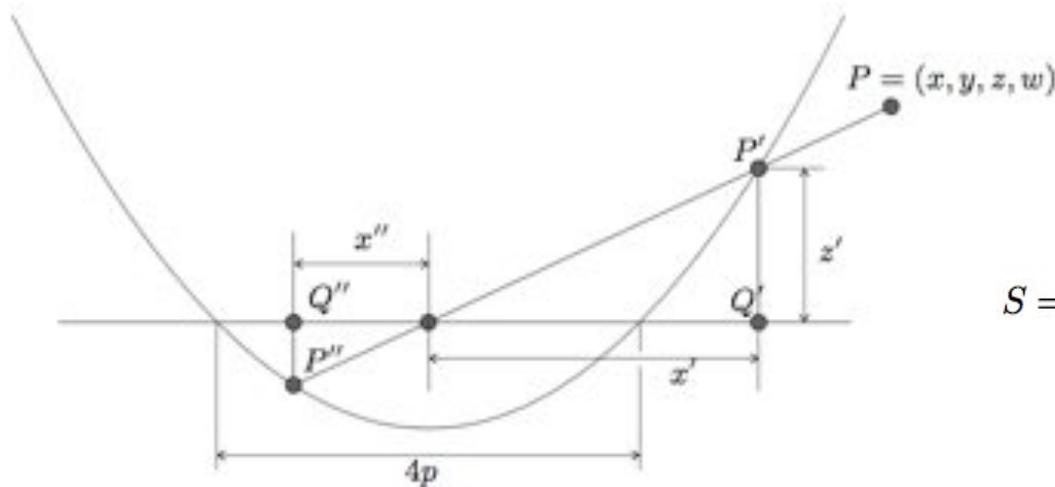
## 2.3 Equivalence sphérique d'un pvu



Soit  $P$  un point du monde, montrer que la double projection de  $P$  sur la sphère unité puis sur le plan aboutit aux points de coordonnées :

$$p_{l,m}^*(x, y, z, w) = \left( \pm \frac{x(l+m)}{lr \mp z}, \pm \frac{y(l+m)}{lr \mp z}, -m \right)$$

## 2.3 Equivalence sphérique d'un pvu : cas paraboloïde



Équation du miroir :

$$S = \left\{ (x, y, z) \mid \frac{1}{4p}(x^2 + y^2 - p = z) \right\}$$

Soit P un point du monde, montrer que P sur le plan image a pour équations :

$$q_p^*(x, y, z, w) = \left( \pm \frac{2px}{r \mp z}, \pm \frac{2py}{r \mp z} \right)$$

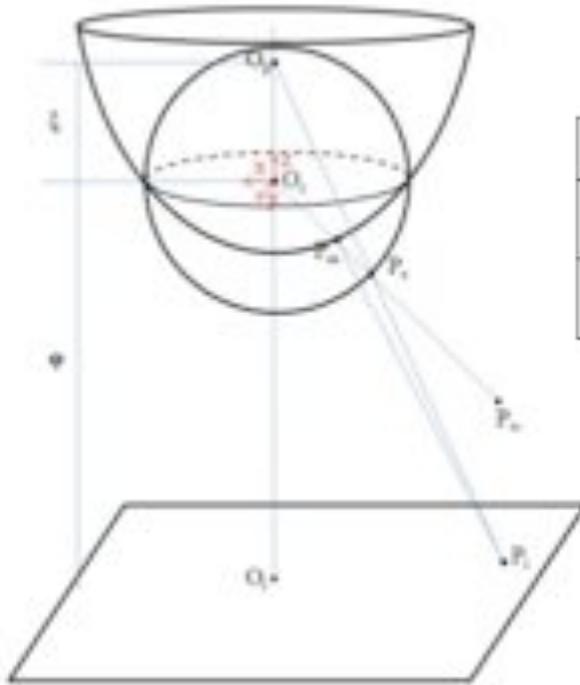
## 2.3 Equivalence sphérique d'un pvu : cas paraboloïde

- Conséquence : on a une équivalence entre les deux représentations si  $l=1$  et  $m = 2p-1$ !

$$p_{l,m}^*(x, y, z, w) = \left( \pm \frac{x(l+m)}{lr \mp z}, \pm \frac{y(l+m)}{lr \mp z}, -m \right)$$

$$q_p^*(x, y, z, w) = \left( \pm \frac{2px}{r \mp z}, \pm \frac{2py}{r \mp z} \right)$$

## 2.3 Equivalence sphérique d'un pvu : cas général

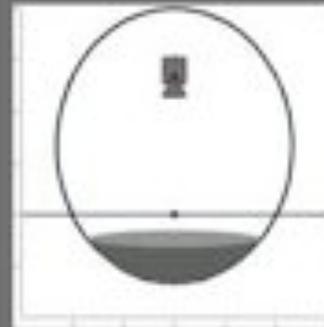


|           | hyperbola                         | ellipse                           | parabola | perspective |
|-----------|-----------------------------------|-----------------------------------|----------|-------------|
| $\xi$     | $\frac{d}{\sqrt{d^2+4p^2}}$       | $\frac{d}{\sqrt{d^2+4p^2}}$       | 1        | 0           |
| $\varphi$ | $\frac{d(1-2p)}{\sqrt{d^2+4p^2}}$ | $\frac{d(1-2p)}{\sqrt{d^2+4p^2}}$ | $2p - 1$ | $f$         |

## 2.3 Equivalence sphérique d'un pvu : cas général



*hyperbolic mirror*



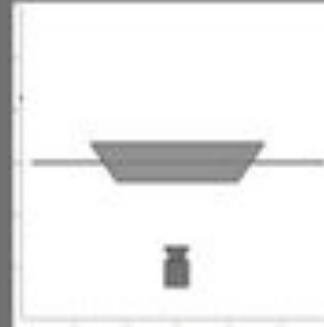
*elliptic mirror*



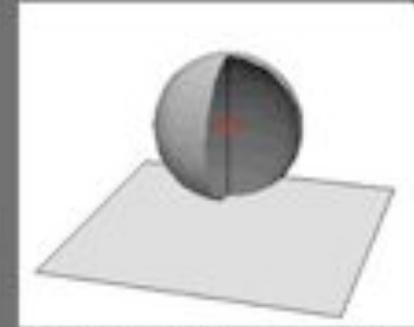
*parabolic mirror*



*stereographic  
projection*



*planar mirror*



*central/perspective  
projection*

Short Course on Omnidirectional Vision, ICCV 03, Geyer

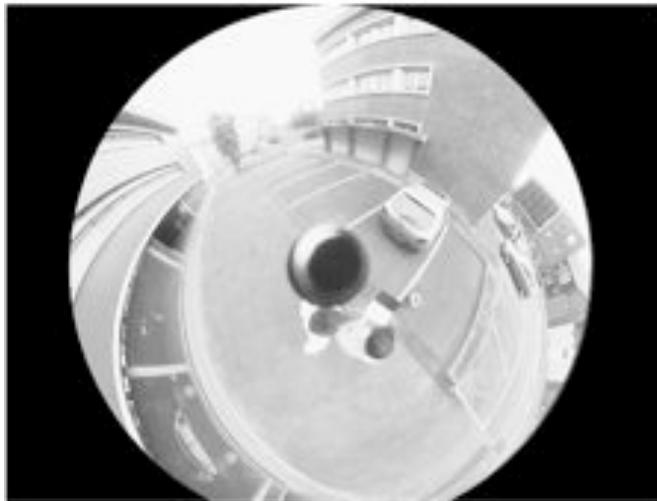


Image catadioptrique

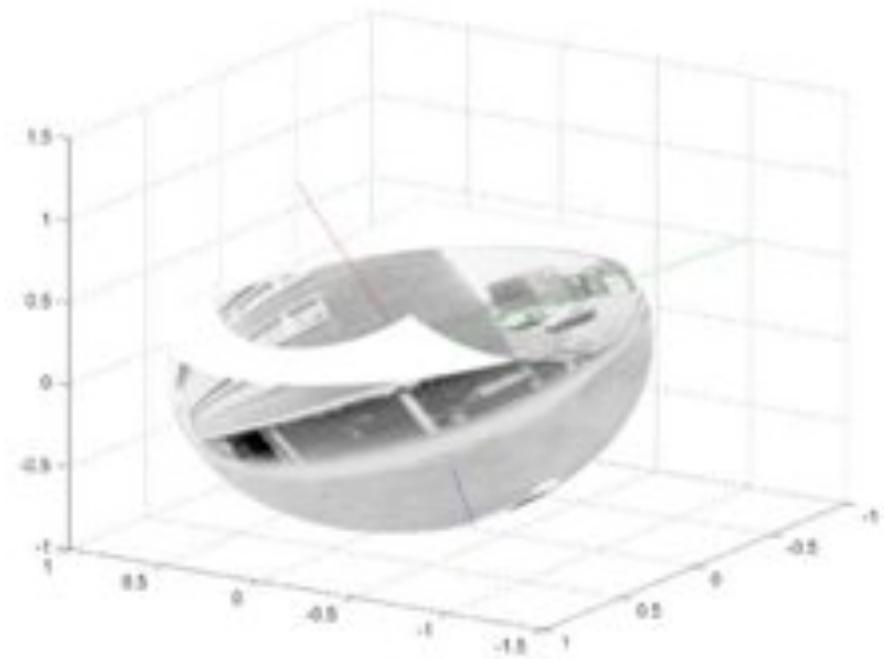


Image sphérique équivalente

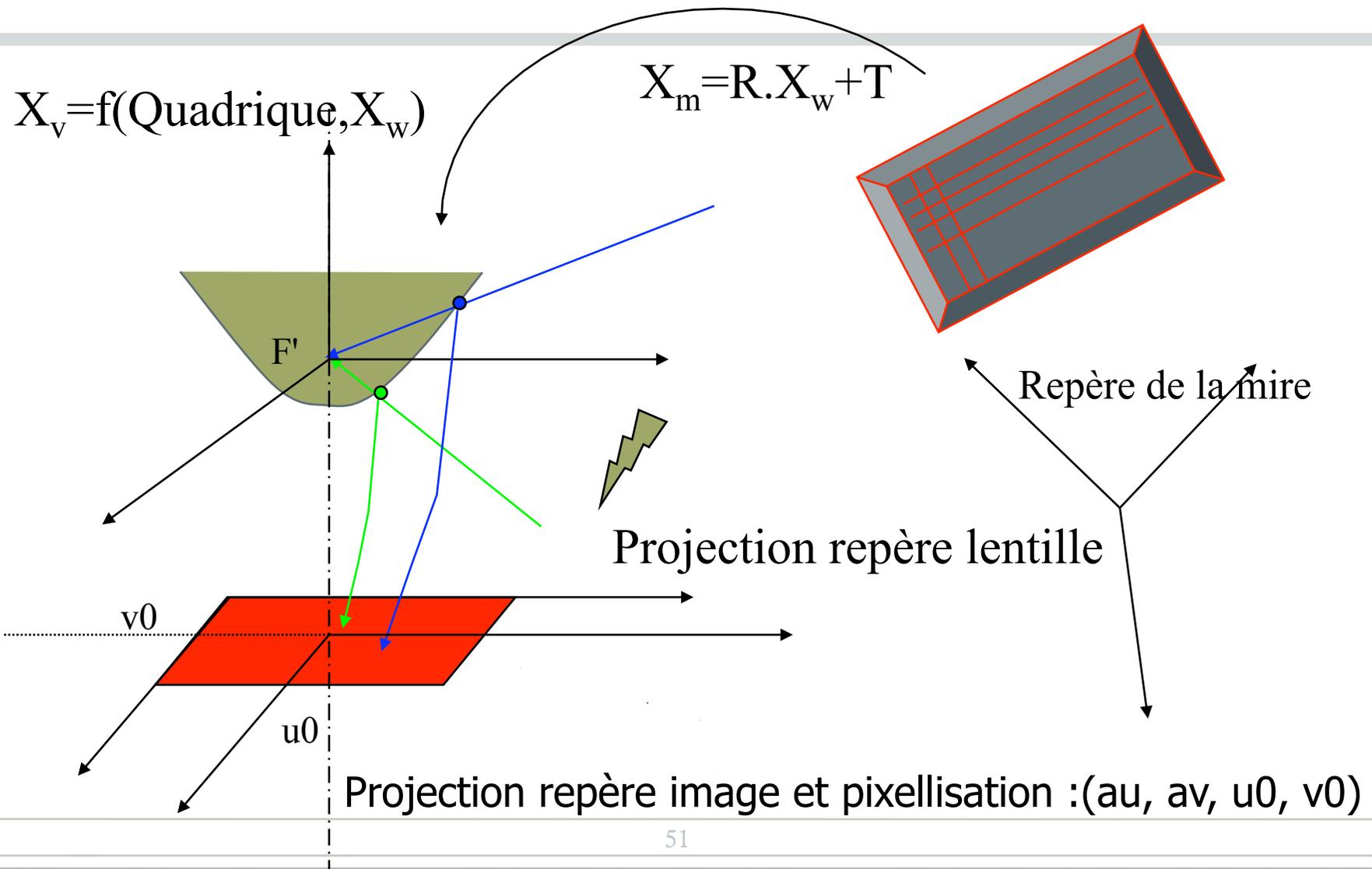
# Chapitre 3

## Calibrage de caméras catadioptriques

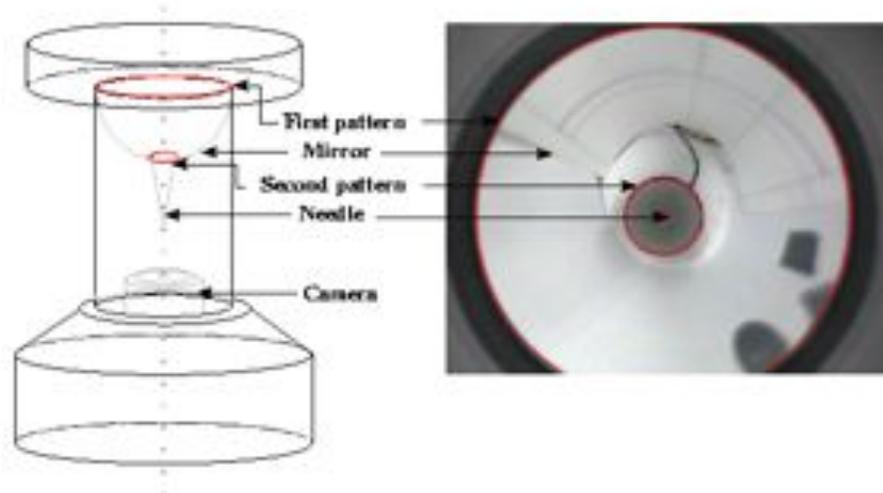
# Chap 3 : Calibrage de caméras catadioptriques

- Principe du calibrage d'une caméra
- Trois approches possibles :
  - Explicite (forme du miroir, caméra, pose relative)
  - Implicite (caméra, paramètres de la sphère)
  - LUT (pixel = rayon 3D)

### 3.1 Principe du calibrage d'une caméra



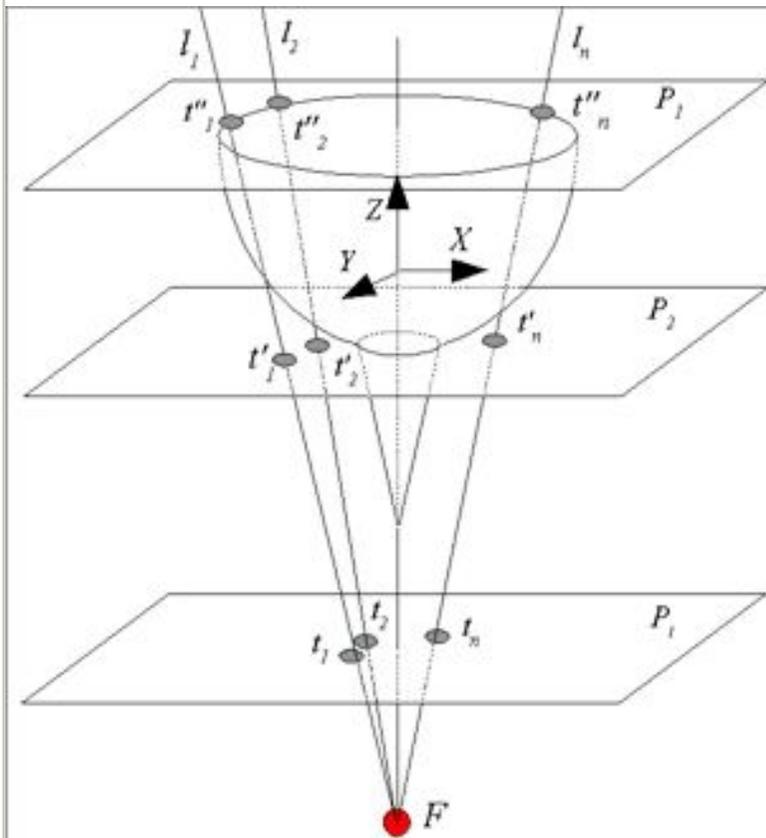
## 3.2 Calibrage Explicite (hyperboloïde) (Fabrizio, Tarel, Benosman 2002)



- ✓ Le bord haut du miroir
- ✓ La jonction entre le miroir et l'aiguille
- Ils existent toujours dans l'image !!

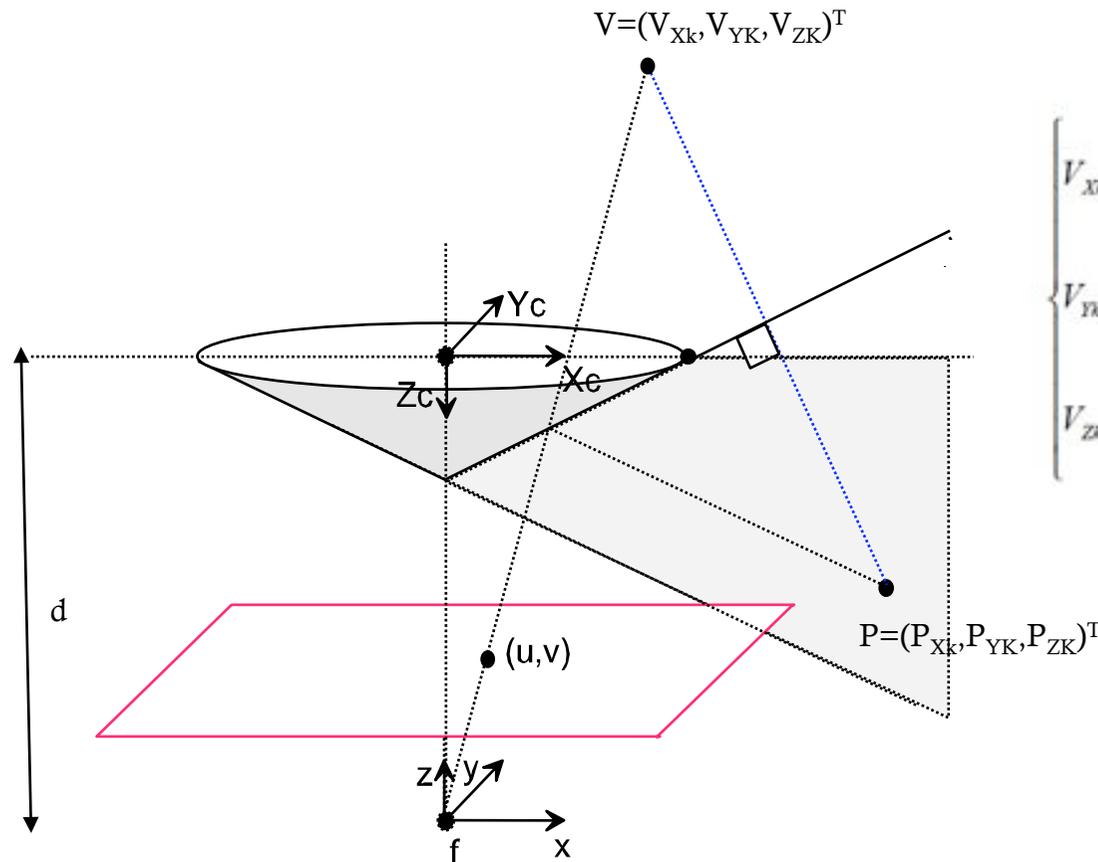
## 3.2 Calibrage Explicite (hyperboloïde) (Fabrizio, Tarel, Benosman 2002)

➤ Trouver le point focal de la caméra



1. Choisir des points dans l'image
2. Les projeter sur chaque plan avec  $H_1$  et  $H_2$
3. Chaque point détermine un couple de points dans l'espace
4. Toutes les droites définies par chaque couple de points, s'intersectent au point focal (Exprimé dans le repère miroir)

## 3.2 Calibrage Explicite (conique) (Cauchois 1999)

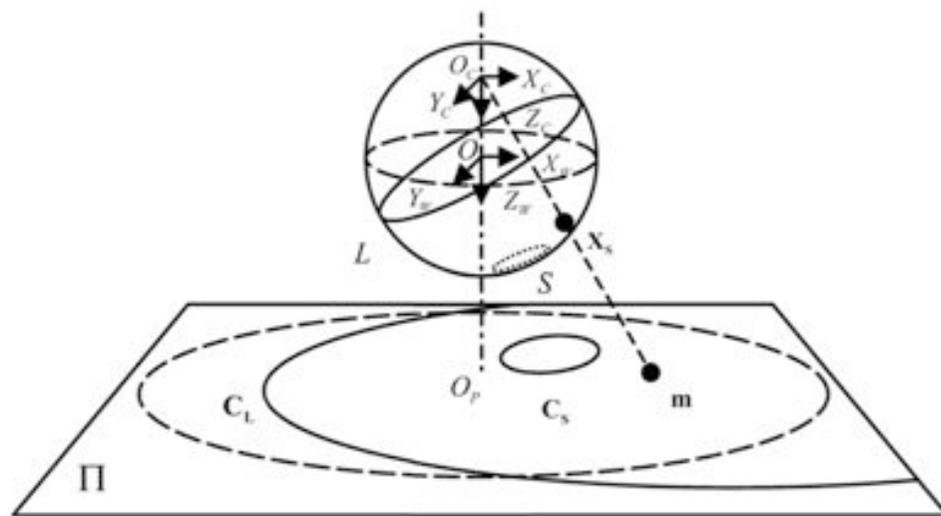


$$\begin{cases} V_{Xk} = P_{Xk} \frac{(r^2 - h^2)(P_{Xk}^2 + P_{Yk}^2) + 2rhP_{Zk}\sqrt{P_{Xk}^2 + P_{Yk}^2}}{(P_{Xk}^2 + P_{Yk}^2)(r^2 + h^2)} \\ V_{Yk} = P_{Yk} \frac{(r^2 - h^2)(P_{Xk}^2 + P_{Yk}^2) + 2rhP_{Zk}\sqrt{P_{Xk}^2 + P_{Yk}^2}}{(P_{Xk}^2 + P_{Yk}^2)(r^2 + h^2)} \\ V_{Zk} = \frac{2rh\sqrt{P_{Xk}^2 + P_{Yk}^2} + P_{Zk}(h^2 - r^2)}{r^2 + h^2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} u = \alpha_u \cdot \frac{V_{Xk}}{V_{Zk} + d} + u_0 \\ v = \alpha_v \cdot \frac{V_{Yk}}{V_{Zk} + d} + v_0 \end{cases}$$

### 3.3 Calibrage Implicite

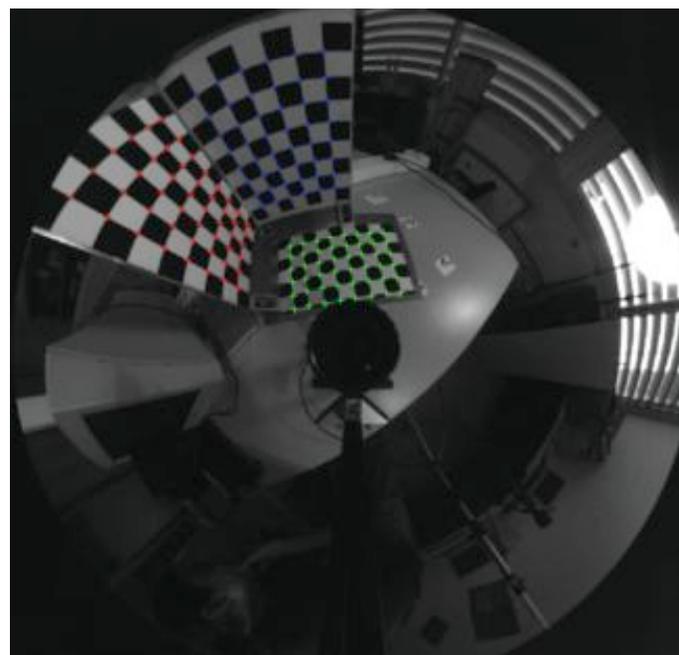
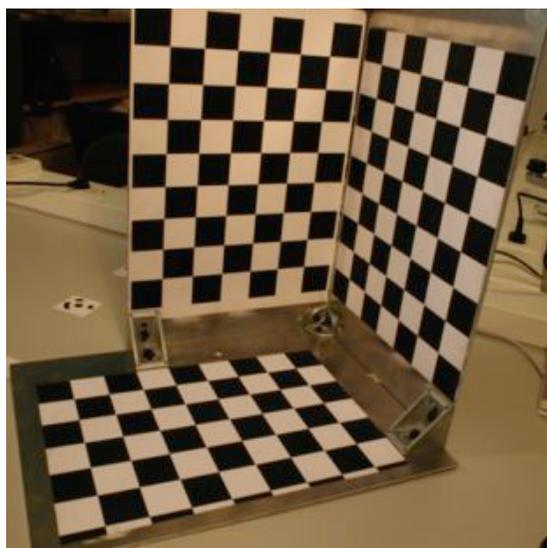
- Principe : calibrer la caméra à partir de la sphère d'équivalence (SVP).



Il faut estimer :

- $l = |OO_c|$
- $f_e = |OO_p|$
- $s$
- $(u_0, v_0)$

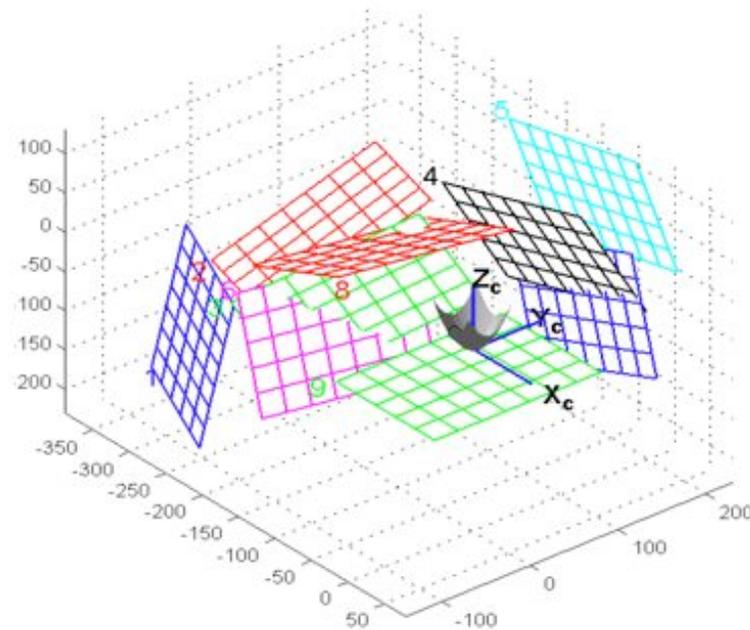
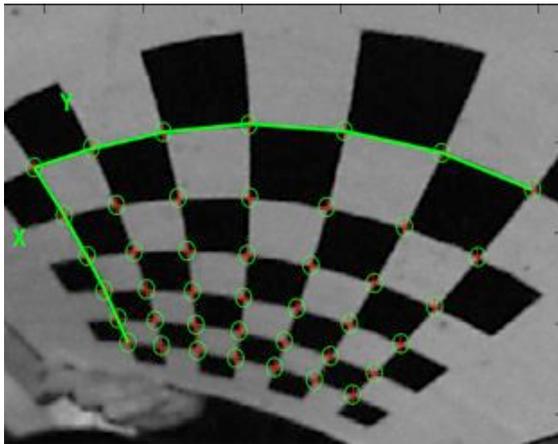
### 3.3 Calibrage Implicite Mire 3D



J.J. Gonzalez-Barbosa. "Vision panoramique pour la robotique mobile : stéréovision et localisation par indexation d'images", PhD thesis, University of Toulouse, III-LAAS, 2004.

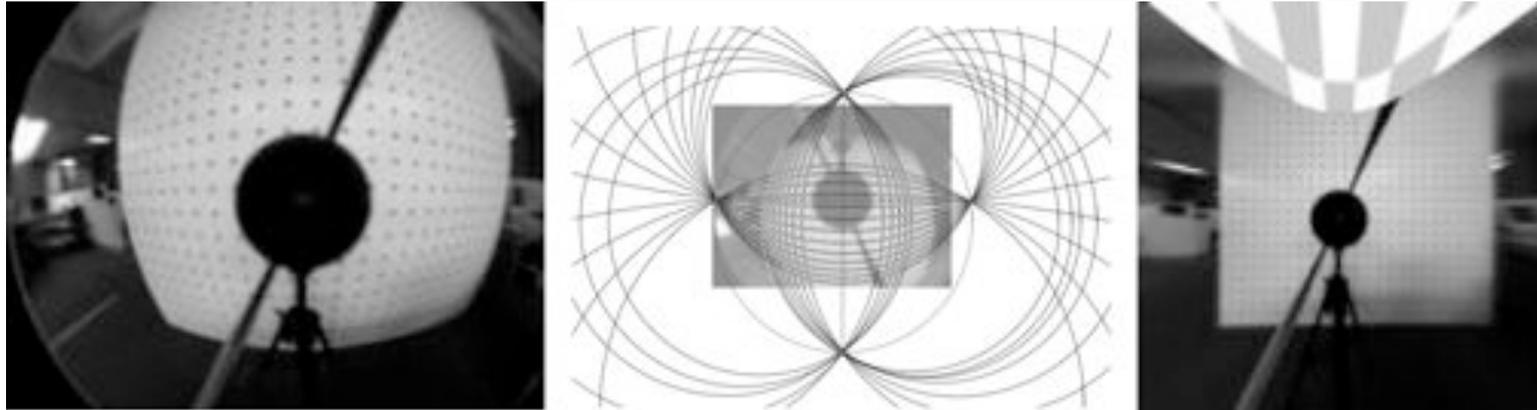
Y. Bastanlar, L. Puig, P. Sturm, J. Guerrero, J.P. Barreto, "DLT-Like Calibration of Central Catadioptric Cameras", OMNIVIS'08

## 3.3 Calibrage Implicite Mire 2D



A.Scaramuzza, D. Martinelli ,R. Siegwart, "A toolbox for easy calibrating omnidirectional camera », IROS'06.  
C. Mei and P. Rives, "Single view point omnidirectional camera calibration from planar grids", ICRA'07

## 3.3 Calibrage Implicite Droites 3D



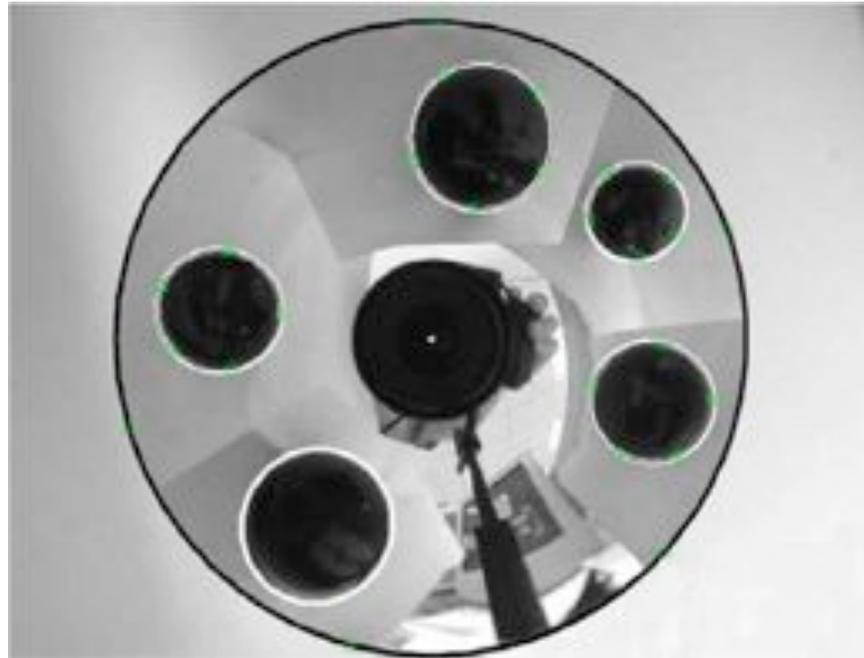
Geyer ICCV'99

J.P. Barreto and H. Araujo, "Geometric properties of central catadioptric line images", ECCV'02

C. Geyer and K. Daniilidis, "Catadioptric camera calibration", ICCV'99

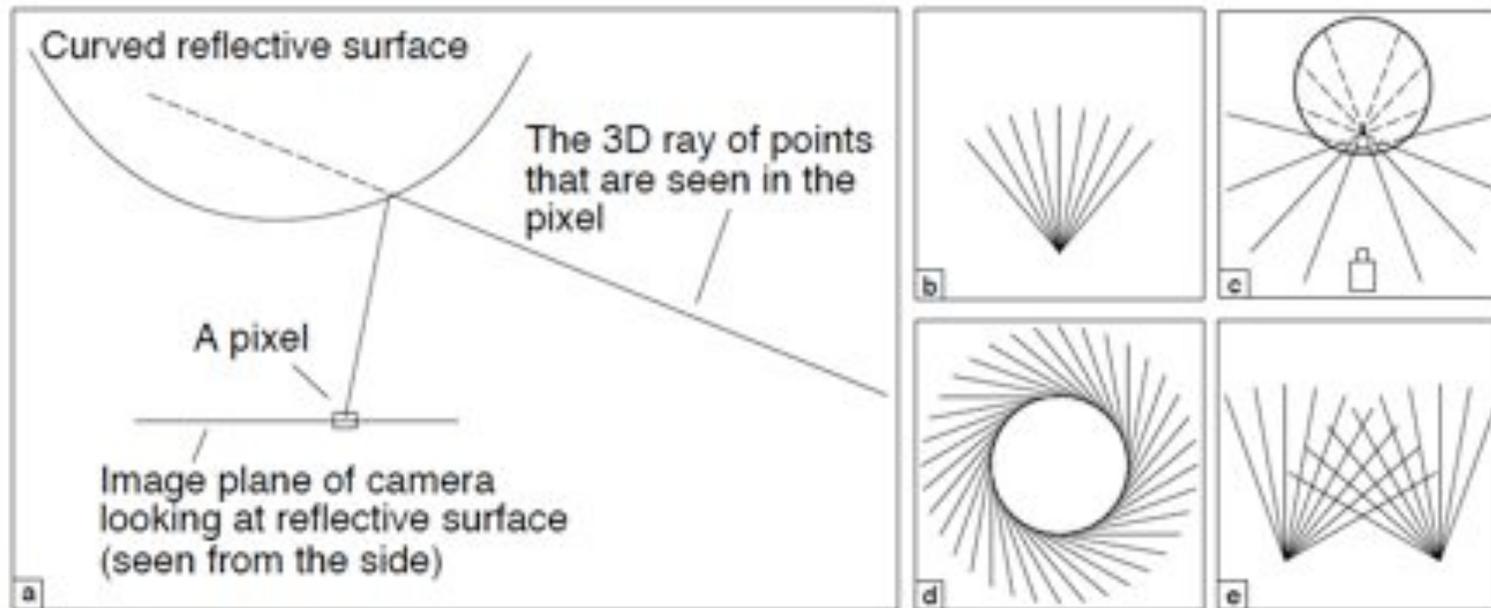
C. Geyer and K. Daniilidis, "Paracatadioptric camera calibration", PAMI'02

### 3.3 Calibrage Implicite Sphère 3D



X. Ying and Z. Hu, "Catadioptric camera calibration using geometric invariants", PAMI'04.

## 3.4 Calibrage basée LUT



S. Ramalingam, P. Sturm, S. Lodha. Towards Complete Generic Camera Calibration. CVPR'05.

P. Sturm, S. Ramalingam. A Generic Concept for Camera Calibration. ECCV'04.

# Toolbox

- Camera Calibration Toolbox for Matlab : Bouguet
- OCamCalib Toolbox : Scaramuzza
- Omnidirectional Calibration Toolbox : Mei

# Chapitre 4

## Traitements d'images catadioptriques

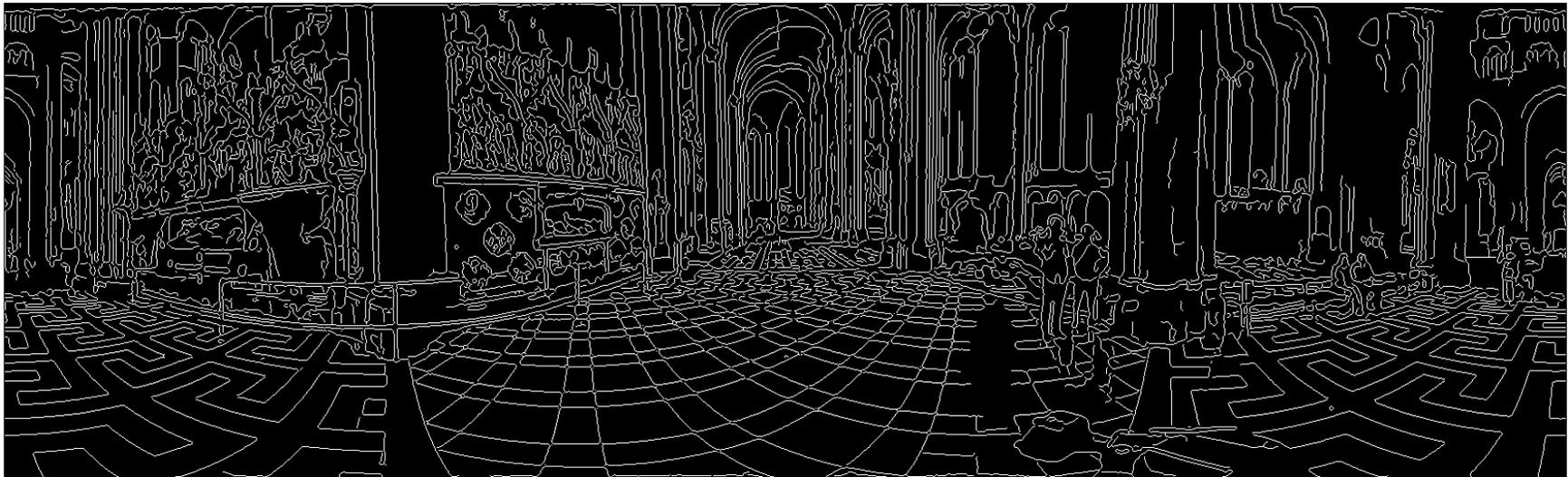
# Chapitre 4 : Traitement des images catadioptriques

A cause des distorsions engendrées par le miroir, les traitements d'images classiques ne sont pas valides.

- Traitement des images catadioptriques par mesure géodésique
- Champs de Markov
- Détection de primitives : cas des droites

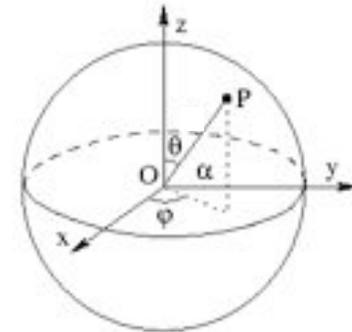
# 4.1 images omnidirectionnelles = images panoramiques

- images omnidirectionnelles à pvu = image panoramique  
On utilise les traitements classiques sur l'image panoramique.



# 4.2 images omnidirectionnelles = images sphériques

- images omnidirectionnelles à pvu = image sphérique  
On utilise les outils d'analyse harmonique.  
On suppose l'image définie sur un maillage équi-angulaire.  
⇒ Analyse de Fourier, convolution, filtrage...



- Mais :

-La convolution sphérique n'est pas commutative

$$(f * h)(\eta) = \int_{SO(3)} f(RP_N)h(R^{-1}\eta)dR \Rightarrow \widehat{f * h}_{lm} = 2\pi \sqrt{\frac{4\pi}{2l+1}} \widehat{f}_{lm} \widehat{h}_{l0}$$

-La convolution avec un gradient n'est pas définie

$$\nabla(I * g) \neq I * \nabla g$$

-Le maillage équi-angulaire n'est pas adapté à l'image

## 4.3 Maillage équi-angulaire sphérique

- Gradient sphérique

$$\nabla_{S^2} I(\theta, \phi) = \frac{\partial I}{\partial \theta} e_\theta(\theta, \phi) + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial I}{\partial \phi} e_\phi(\theta, \phi)$$



- Filtre de Roberts

$$\frac{\partial I}{\partial \phi} = I(\theta_i, \phi_{j+1}) - I(\theta_i, \phi_j) \quad \frac{\partial I}{\partial \theta} = I(\theta_{i+1}, \phi_j) - I(\theta_i, \phi_j)$$

$$\| \nabla_{S^2} I(\theta_i, \phi_j) \|^2 = | I(\theta_{i+1}, \phi_j) - I(\theta_i, \phi_j) |^2 + \frac{1}{\sin^2(\theta_i)} | I(\theta_i, \phi_{j+1}) - I(\theta_i, \phi_j) |^2$$

## 4.3 Maillage équi-angulaire sphérique

- Filtre de Sobel

L'approximation  $\frac{\partial I}{\partial \theta}$  au point  $(\theta_i, \phi_j)$   
est donnée par :

$$\frac{1}{8} \begin{pmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$



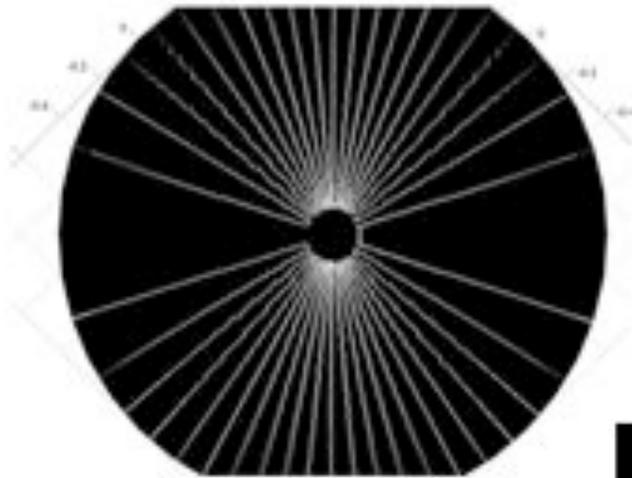
et de  $\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial I}{\partial \phi}$  par :

$$\frac{1}{\sin(\theta_i)} \frac{1}{8} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

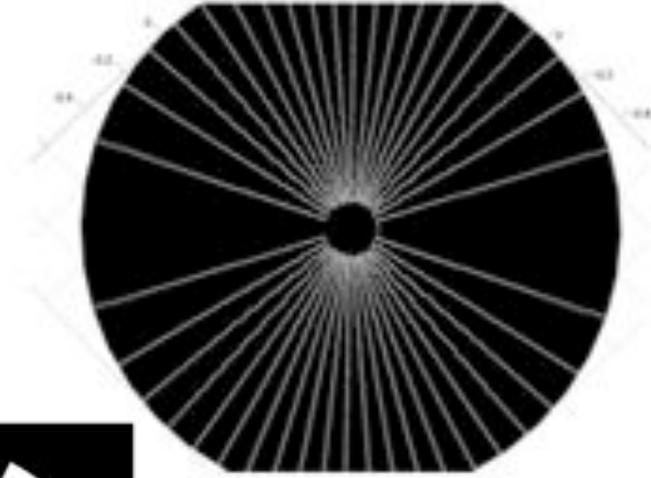
- Opérateur de Laplace-Beltrami !!!!

$$\Delta_{S^2} = \frac{1}{\sin(\theta)} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin(\theta) \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2(\theta)} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2}$$

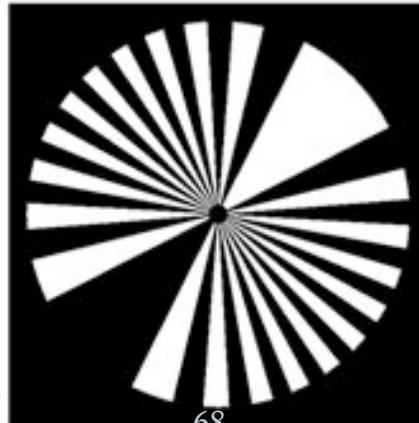
## 4.3 Maillage équi-angulaire sphérique



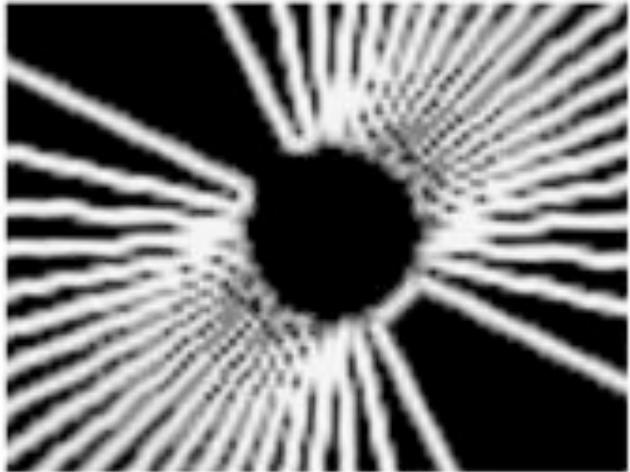
Roberts filter on  $\mathbb{R}^2$



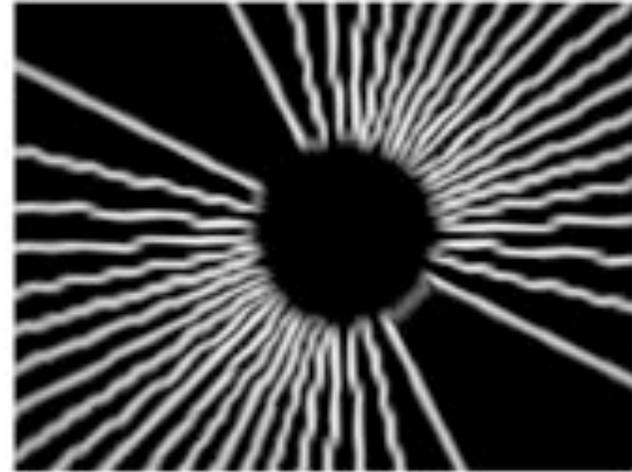
Roberts filter on  $S^2$



## 4.3 Maillage équi-angulaire sphérique



Filtre de Sobel sur  $\mathbb{R}^2$

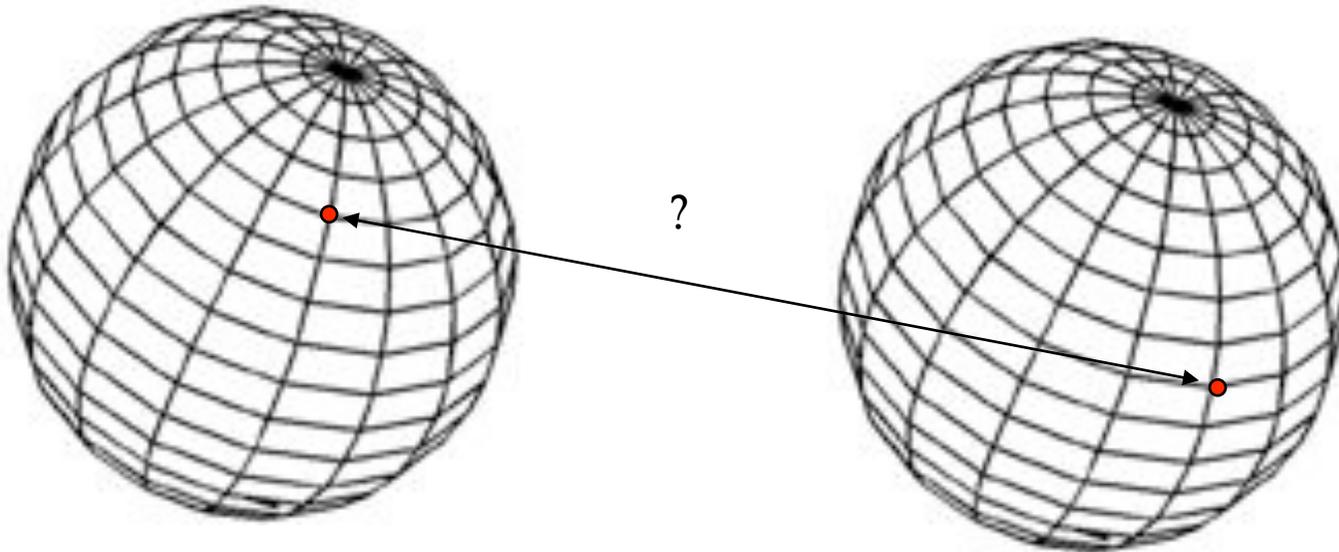


Filtre de Sobel sur  $S^2$  (\*)

(\*) Stéphanie Bigot-Marchand : Outils de traitements d'images adaptés aux images omnidirectionnelles, Thèse, Oct 2008, UPJV

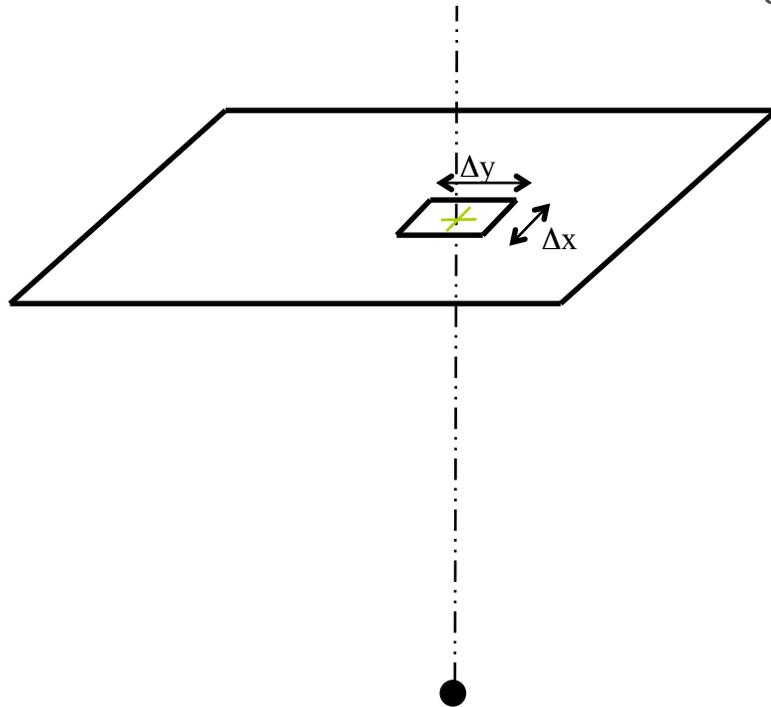
## 4.3 Maillage équi-angulaire sphérique

Comment faire des mises en correspondance point-point ?



# 4.4 Métrique géodésique

Cas orthographique

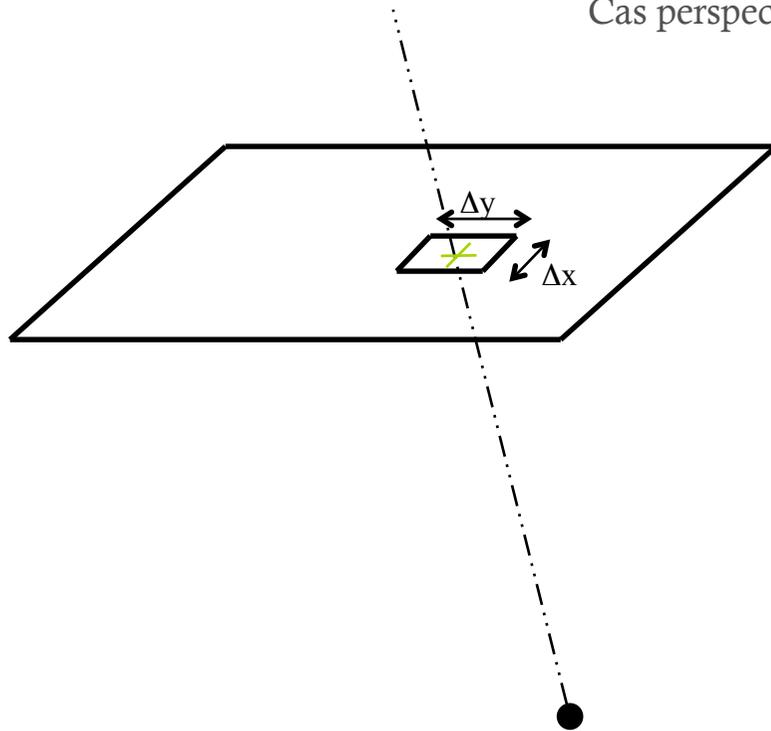


✓ si le point physique vit sur un plan parallèle au plan image.

≈ dans le cas contraire

# 4.4 Métrique géodésique

Cas perspectif

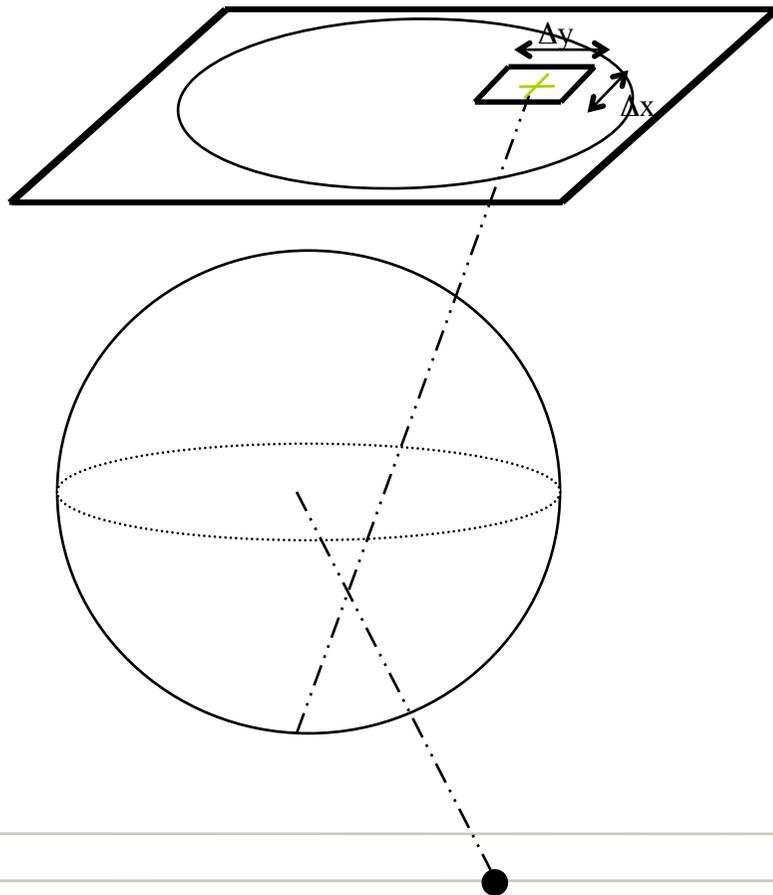


≈ si le point physique vit sur un plan parallèle au plan image.

≈ dans le cas contraire

# 4.4 Métrique géodésique

Cas omnidirectionnel

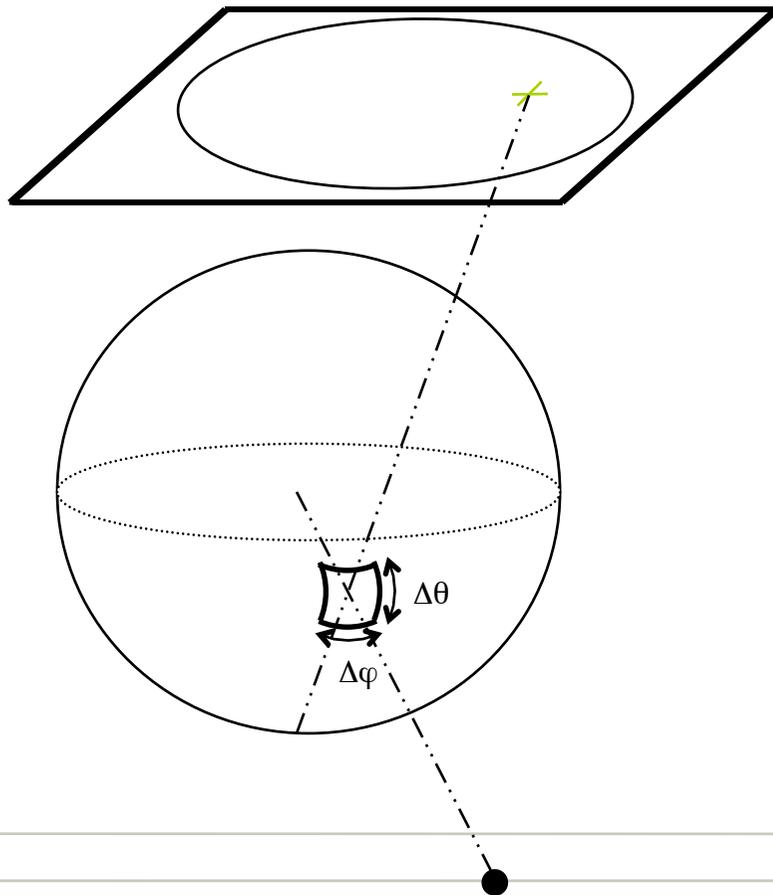


✗ si le point physique vit sur un plan parallèle au plan image.

✗ dans le cas contraire

# 4.4 Métrique géodésique

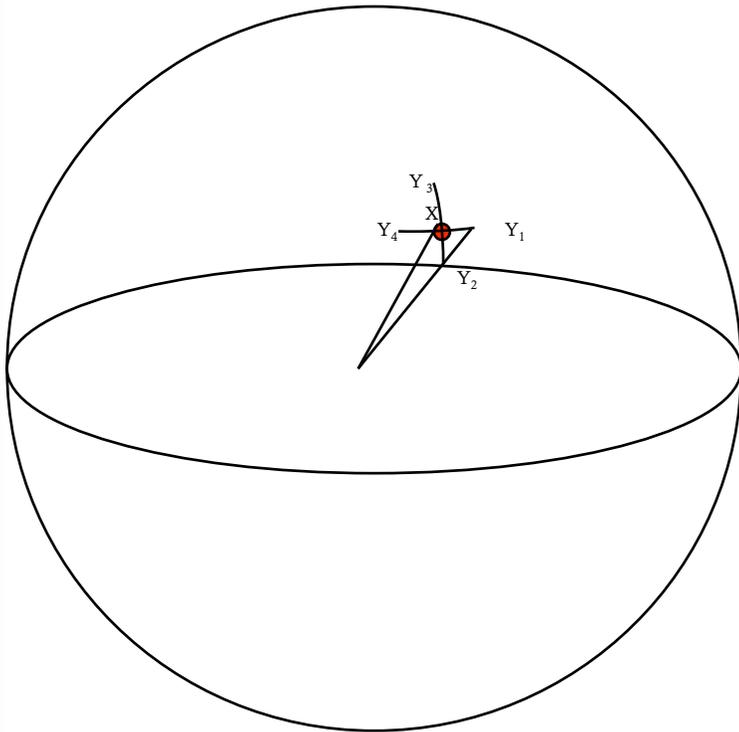
Cas omnidirectionnel



✓ si le point physique vit sur une sphère concentrique à la sphère d'équivalence.

≈ dans le cas contraire

# 4.4 Métrique géodésique



Pour  $X, Y \in S^2$ , on définit la distance géodésique :

$$d = \arccos(X \cdot Y).$$

On dit que  $Y$  est voisin de  $X$  si

$$Y \in V_{X,r} \text{ si } d(X, Y) < r$$

On définit un voisinage discret  $(2N+1) \times (2N+1)$  :

$$V_{X,r}^N = \left\{ Y = (\theta', \phi') \in S^2, \theta' = \theta + nr, \phi' = \phi + \frac{p}{\sin \theta} r, -N \leq n \leq N, -N \leq p \leq N \right\}$$

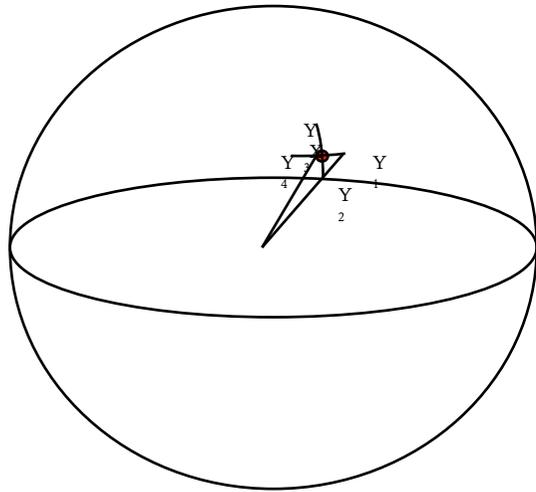
# 4.4 Métrique géodésique

Intérêt : les filtres dérivées sont définies exactement comme dans  $\mathbb{R}^2$ .

Exemple : Filtre de Sobel

$$\|\nabla I(X)\|^2 = \left| I_{V_x^2} * \begin{pmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \right|^2 + \left| I_{V_x^2} * \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right|^2$$

# 4.4 Métrique géodésique : Filtrage



Le filtrage est perçu comme une pondération d'un pixel courant par rapport à ses voisins.

Ex : lissage Gaussien

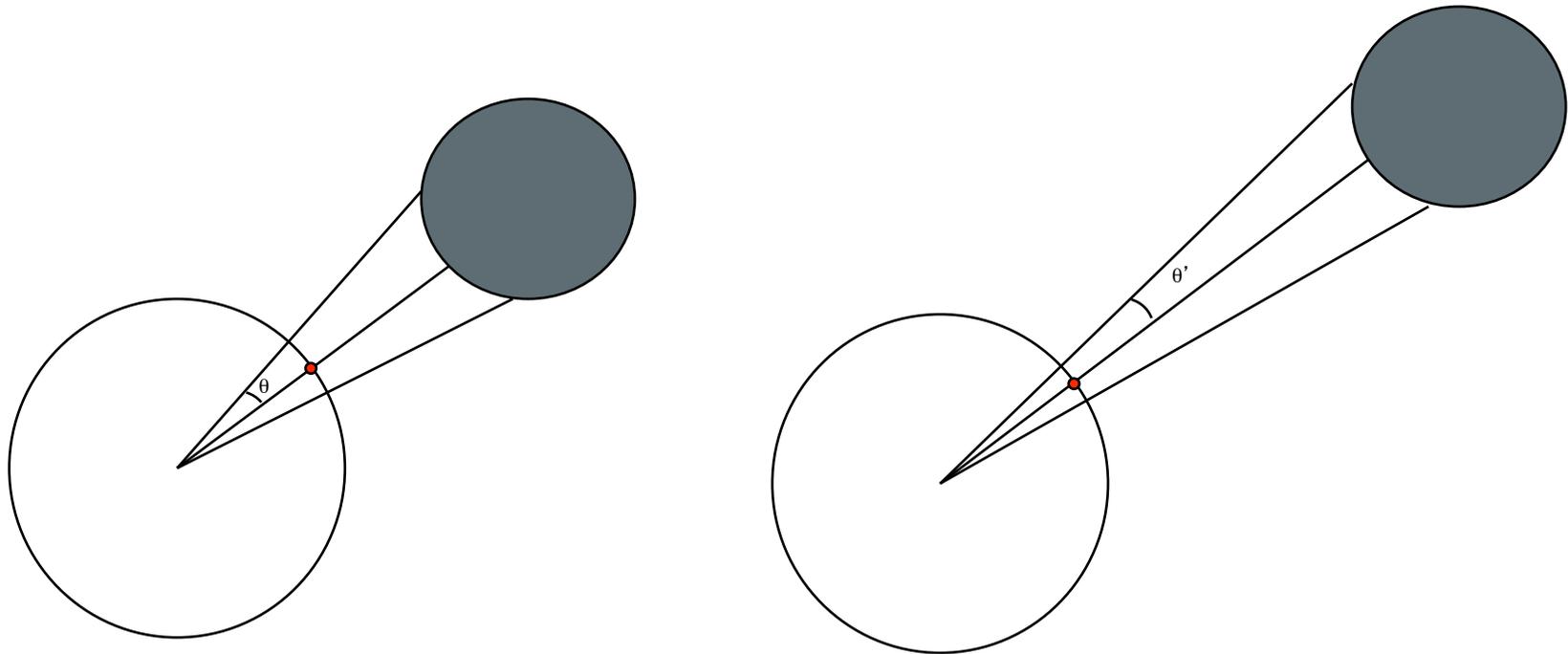
$$G_X(Y, \sigma) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{\|X-Y\|^2}{2\sigma^2}\right) \Leftrightarrow G_X(Y, \sigma) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{ar \cos(X, Y)}{2\sigma^2}\right)$$

Laplacien de Gaussienne :

$$-\frac{1}{\pi\sigma^4} \left[ 1 - \frac{\|X-Y\|^2}{2\sigma^2} \right] e^{-\frac{\|X-Y\|^2}{2\sigma^2}} \Leftrightarrow -\frac{1}{\pi\sigma^4} \left[ 1 - \frac{\arccos(X'.Y)}{2\sigma^2} \right] e^{-\frac{\arccos(X'.Y)}{2\sigma^2}}$$

⇒ masque identique

## 4.4 Métrique géodésique : Multi-échelle



Pour avoir un opérateur invariant à l'échelle, il faut donc faire varier le pas de discrétisation du voisinage.

## 4.4 Métrique géodésique : Applications

Cette modélisation permet donc d'utiliser les mêmes masques que pour une image plane  $\mathbb{R}^2$

- Harris,
- ZNCC ,
- SIFT.....

## 4.4 Métrique géodésique : Applications Harris

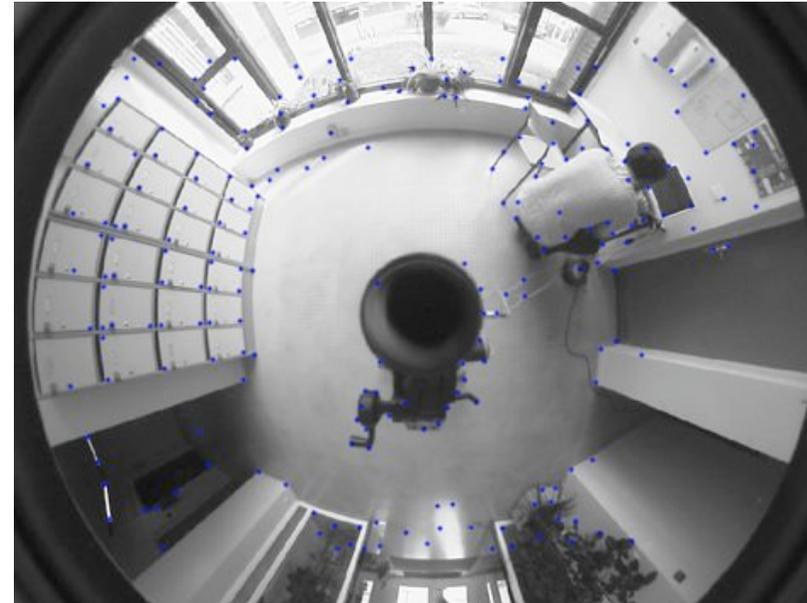


Harris Classique

$$M(X) = \begin{bmatrix} L_x^2(X, \sigma) & L_x L_y(X, \sigma) \\ L_x L_y(X, \sigma) & L_y^2(X, \sigma) \end{bmatrix}$$

$$L_i(X, \sigma) = \frac{\partial}{\partial i} G_X(X, \sigma) * I(X)$$

## 4.4 Métrique géodésique : Applications Harris

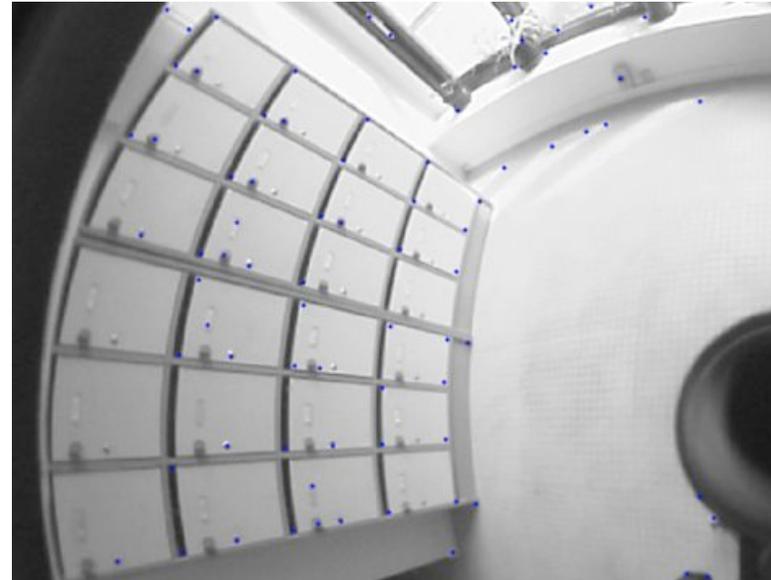
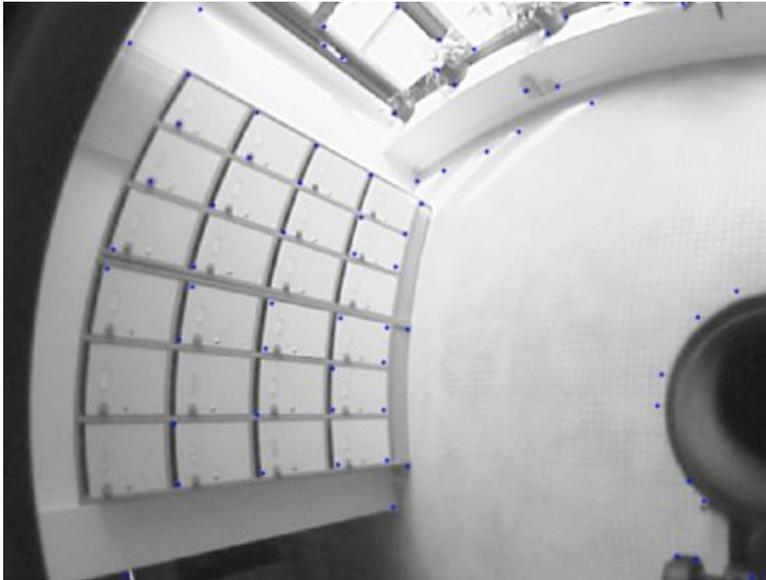


Harris Adapté

$$M(X) = \begin{bmatrix} L_x^2(X, \sigma) & L_x L_y(X, \sigma) \\ L_x L_y(X, \sigma) & L_y^2(X, \sigma) \end{bmatrix}$$

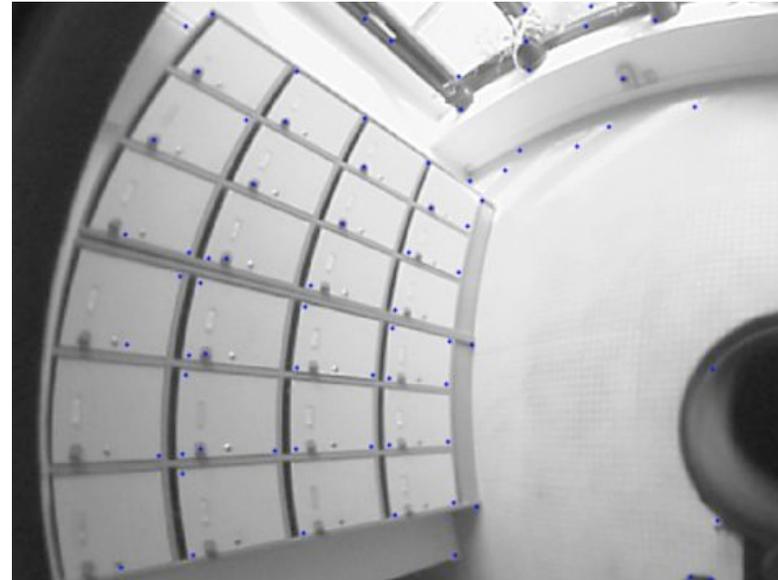
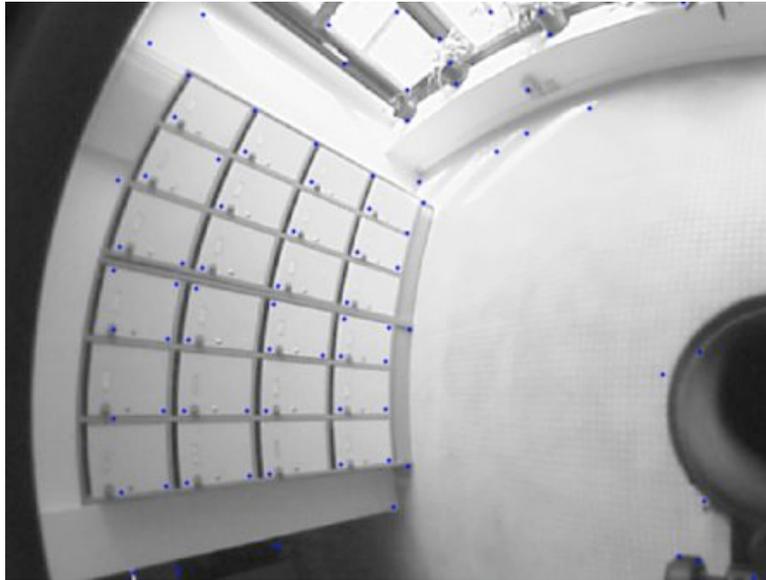
$$L_i(X, \sigma) = \frac{\partial}{\partial i} G_X(X, \sigma) * I(X)$$

## 4.4 Métrique géodésique : Applications Harris



Harris Classique

## 4.4 Métrique géodésique : Applications Harris



Harris Adapté

## 4.4 Métrique géodésique : Applications Harris

| Image                  | Harris Adapté  |                | Harris Classique |                |
|------------------------|----------------|----------------|------------------|----------------|
|                        | I <sub>1</sub> | I <sub>2</sub> | I <sub>1</sub>   | I <sub>2</sub> |
| Points d'intérêts      | 231            | 227            | 212              | 239            |
| Points sur les casiers | 50             | 51             | 55               | 36             |
| Répétabilité           | 43 -> 86%      |                | 29 -> 80%        |                |

## 4.4 Métrique géodésique : Applications ZNCC



ZNCC Classique 65 matching/ 53 corrects (81%)

$$ZNCC(x, y) = \frac{\sum_{i \in \mathcal{V}_r^N(x)} \sum_{j \in \mathcal{V}_r^N(y)} (I_1(i) - \overline{I_1(x)})(I_2(j) - \overline{I_2(y)})}{\sqrt{\sum_{i \in \mathcal{V}_r^N(x)} (I_1(i) - \overline{I_1(x)})^2 \sum_{j \in \mathcal{V}_r^N(y)} (I_2(j) - \overline{I_2(y)})^2}}$$

## 4.4 Métrique géodésique : Applications ZNCC



ZNCC Adapté 71 matching/ 63 corrects (88%)

$$ZNCC(x, y) = \frac{\sum_{i \in \mathcal{V}_r^N(x)} \sum_{j \in \mathcal{V}_r^N(y)} (I_1(i) - \overline{I_1(x)})(I_2(j) - \overline{I_2(y)})}{\sqrt{\sum_{i \in \mathcal{V}_r^N(x)} (I_1(i) - \overline{I_1(x)})^2 \sum_{j \in \mathcal{V}_r^N(y)} (I_2(j) - \overline{I_2(y)})^2}}$$

## 4.4 Métrique géodésique : Applications ZNCC



ZNCC Classique

## 4.4 Métrique géodésique : Applications ZNCC



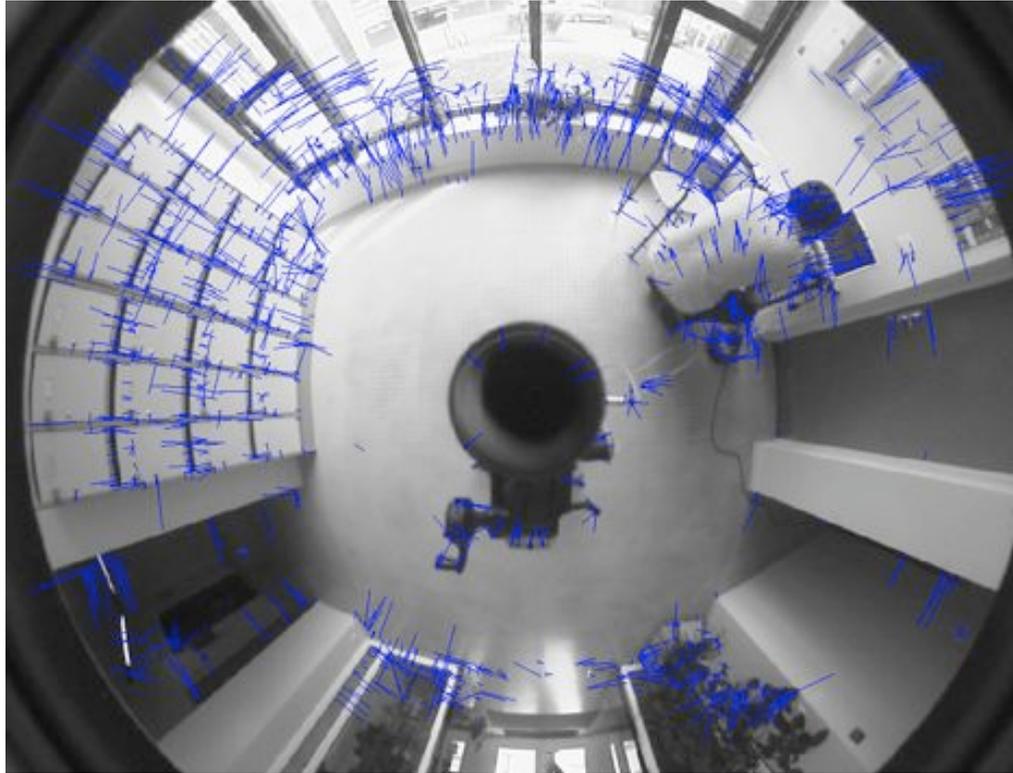
ZNCC Géodésique

## 4.4 Métrique géodésique : Applications SIFT



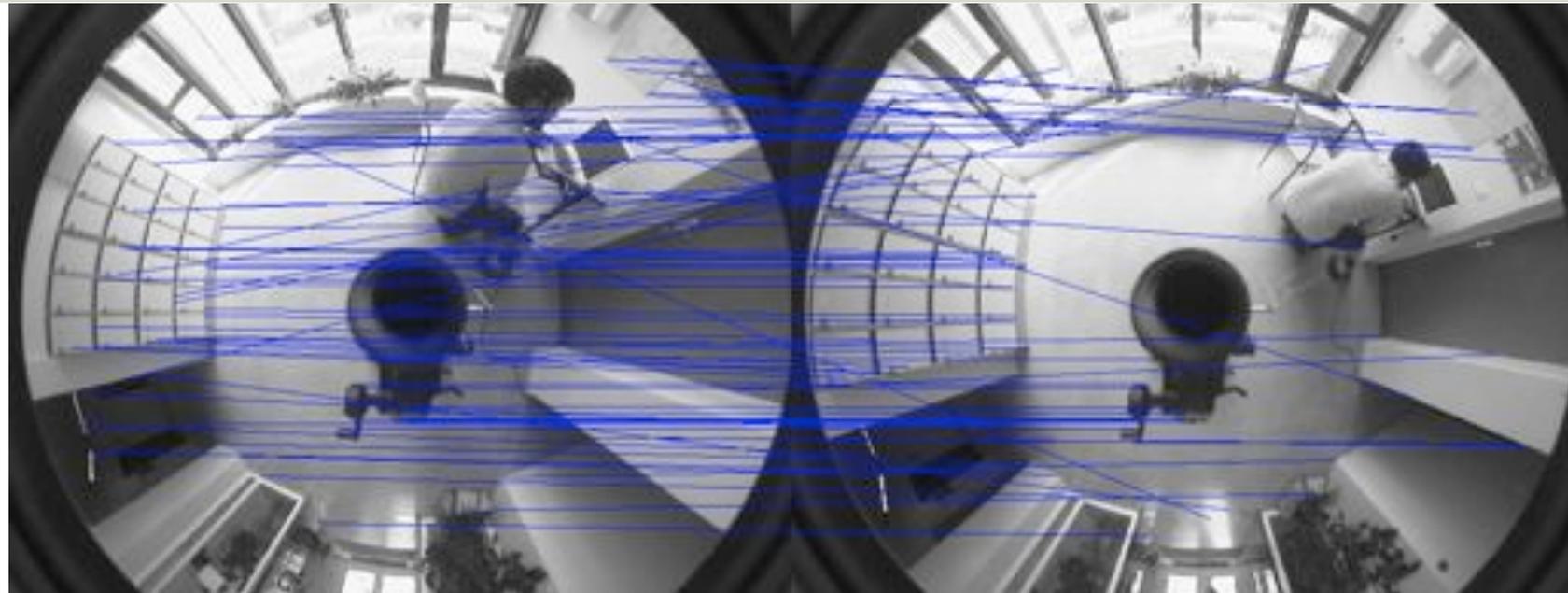
Points Caractéristiques Image 1

## 4.4 Métrique géodésique : Applications SIFT



Points Caractéristiques Image 2

# SIFT



136 matching/ 120 corrects (88%)

## 4.4 Métrique Géodésique

- Avantages
  - Les masques sont identiques au cas  $\mathbb{R}^2$
  - Les méthodes classiques sont facilement adaptables
- Inconvénient
  - Interpolation!
- Et pour les capteurs non centraux??
  - Utiliser la métrique associée à la mire pendant la phase de calibrage.

## 4.5 Champs de Markov

- Principe:

Créer une dépendance spatiale entre les sites  
(pixels, régions, contours...)

- But:
  - Segmentation d'images
  - Restauration d'images
  - Détection de mouvement...

## 4.5 Champs de Markov

$Y$  champ d'observations  $y = \{y_r, r \in \mathcal{R}\}$

$X$  champ d'étiquettes  $x = \{x_s, s \in \mathcal{S}\}$

$X$  supposé markovien

Estimation bayésienne: M.A.P.

$$\min_{x \in \Omega} U(x, y) = \min_{x \in \Omega} (U_1(x, y) + U_2(x))$$

où

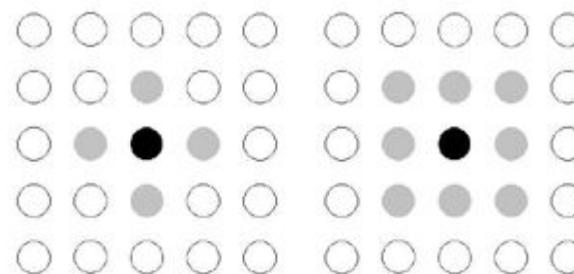
$$U_2(x) = \sum_{\langle s, s' \rangle \in \mathcal{C}} V_2(s, s')$$

## 4.5 Champs de Markov

Exemple de voisinage:

(a) et (c) Voisinage et clique d'ordre 1

(b) et (d) Voisinage et clique d'ordre 2

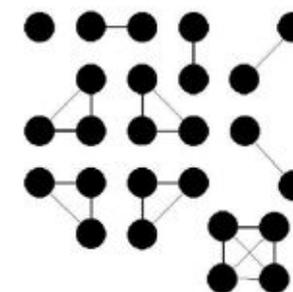


(a)

(b)

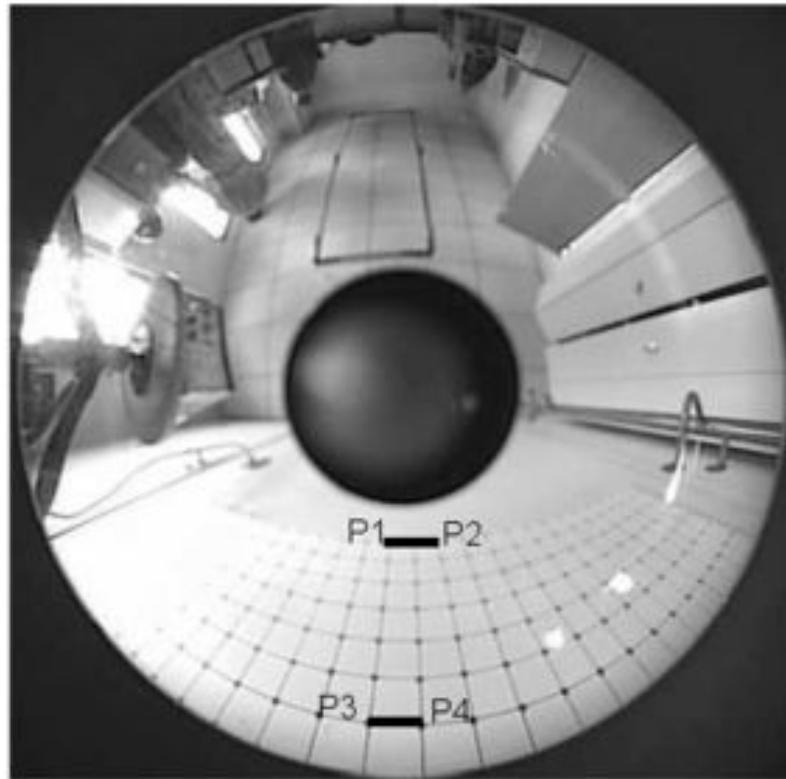


(c)



(d)

## 4.5 Champs de Markov : Images omnidirectionnelles?



## 4.5 Champs de Markov : Images omnidirectionnelles?

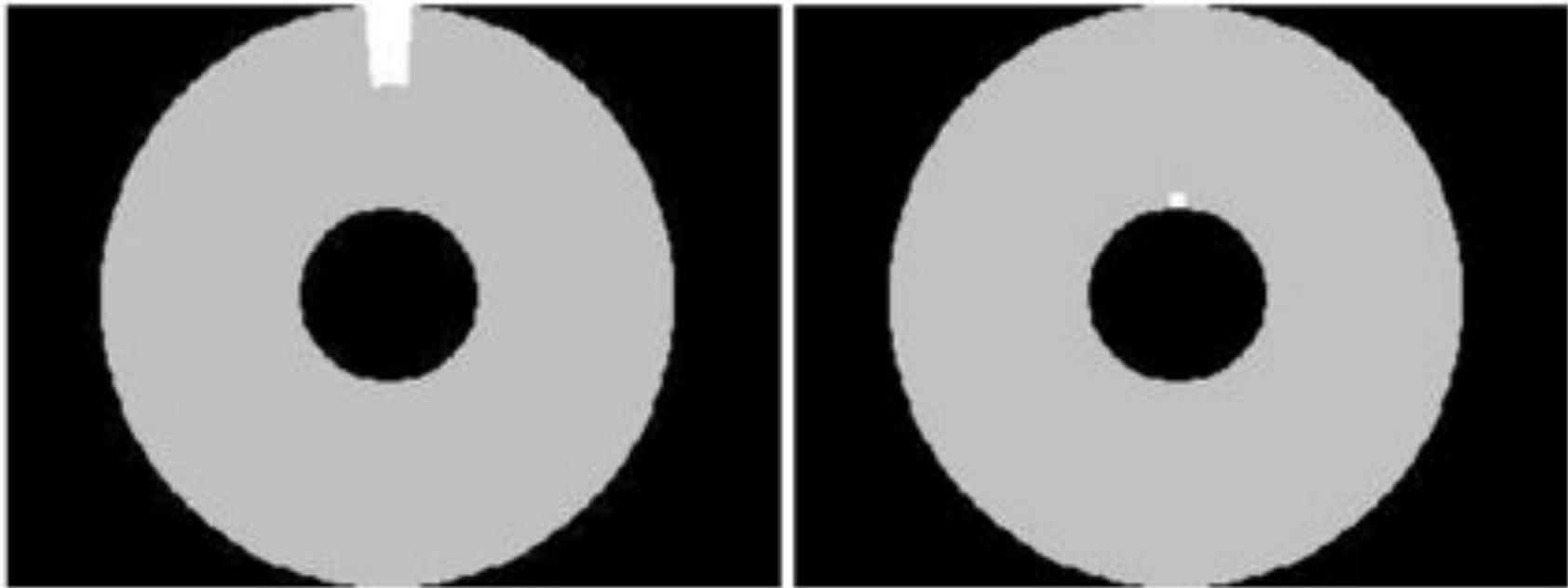
Notons  $P$ , la projection qui à un point de l'image associe son point équivalent sur la sphère,

$$P : \mathcal{S} \rightarrow S^2$$
$$s = (u, v) \mapsto (R, \theta_s, \phi_s)$$

$$\forall s \in \mathcal{S}, P(s) = (R, \theta_s, \phi_s)$$

$$\mathcal{V}_s = \left\{ \begin{array}{l} t \in \mathcal{S}, t \neq s \quad P(t) = (R, \theta_t, \phi_t) \text{ tel que} \\ |\theta_t - \theta_s| \leq \frac{1}{N} \text{ et } (|\phi_t - \phi_s| \leq \frac{1}{M} \text{ ou } |\phi_t - \phi_s| \geq 2\pi - \frac{1}{M}) \end{array} \right\}$$

## 4.5 Champs de Markov : Images omnidirectionnelles?



## 4.5.1 Expérimentation: segmentation en niveau de gris

On cherche à segmenter une image en trois classes distinctes.

$E = \{e_s, s \in \mathcal{S}\}$  champ d'étiquettes

$e_s$  peut prendre trois valeurs différentes

$O = \{o_s, s \in \mathcal{S}\}$  champ d'observation

## 4.5.1 Segmentation en niveau de gris

$$U(e, o) = \sum_{s \in \mathcal{S}} f(e_s, o_s) + \lambda \sum_{\langle s, s' \rangle \in \mathcal{C}} (1 - \delta(e_s, e'_s))$$

$$f(e_s, o_s) = 1 - \frac{1}{1 + e^{20 \left( \frac{|o_s - I(e_s)|}{256} - 0.3 \right)}}$$

$$I(e_s) = \begin{cases} 0 & \text{si } e_s = 0 \\ 128 & \text{si } e_s = 1 \\ 255 & \text{si } e_s = 2 \end{cases} \quad \text{et} \quad \delta(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } x = y \\ 0 & \text{si } x \neq y \end{cases}$$

## 4.5.1. Segmentation en niveau de gris

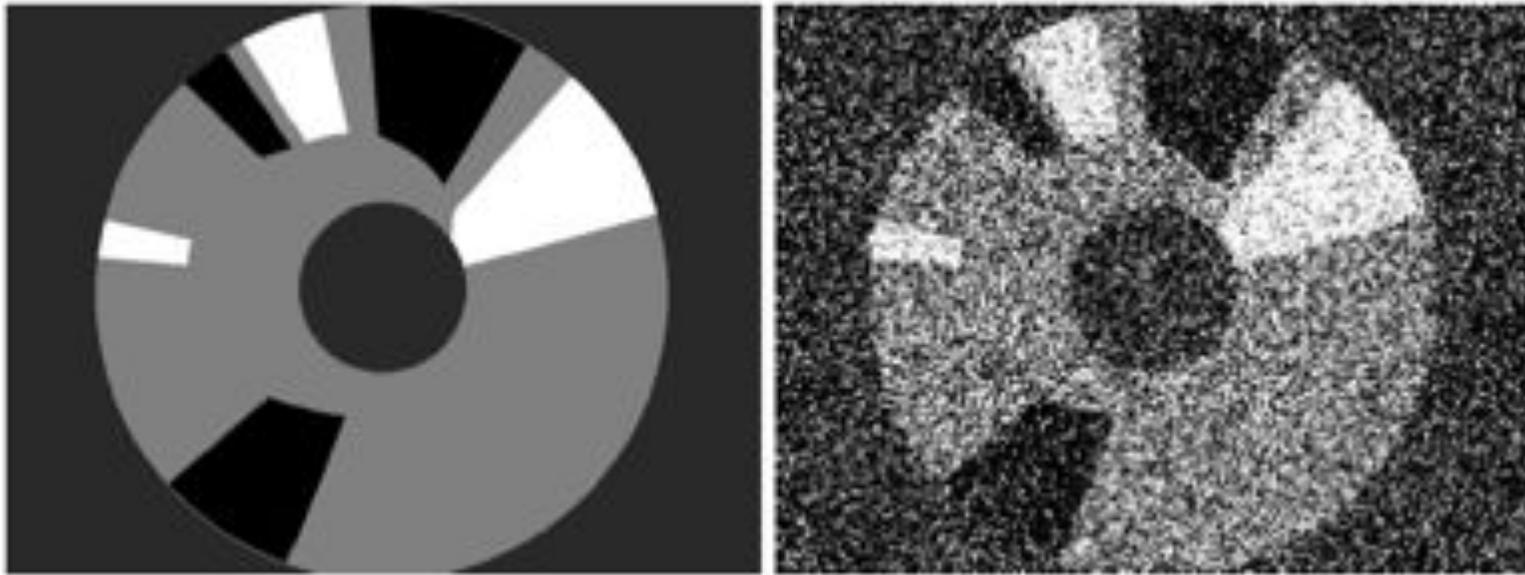
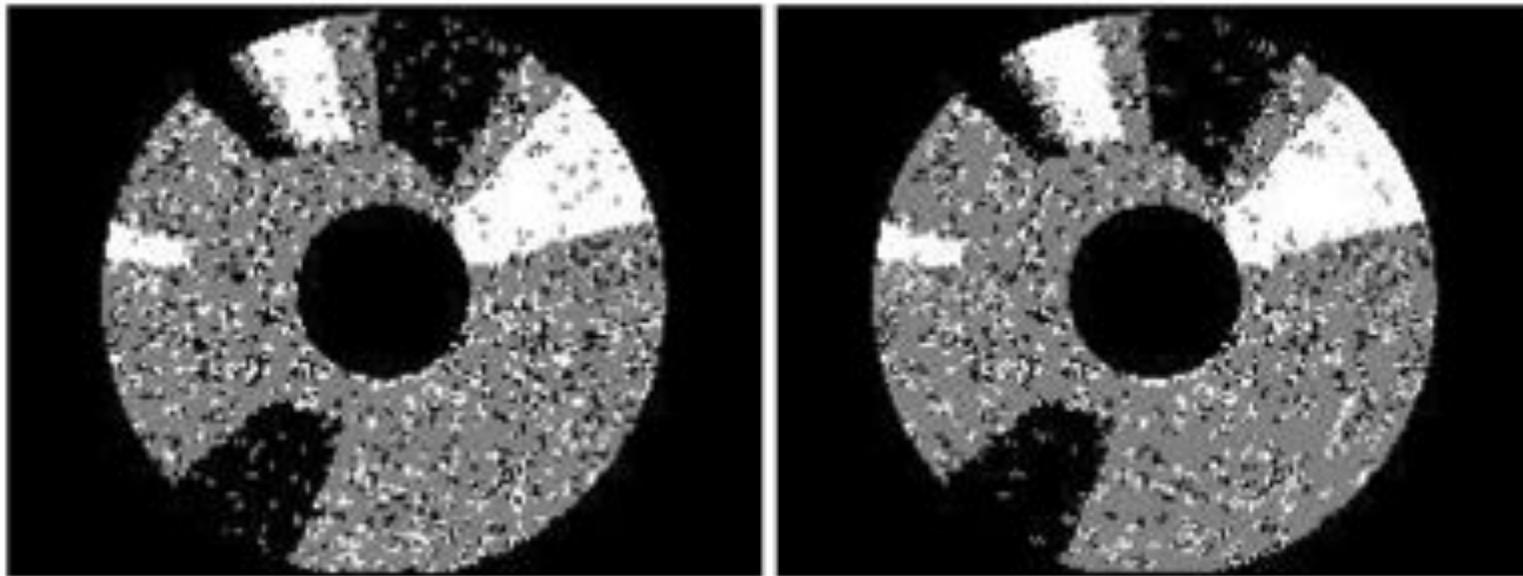


Image originale

Image bruitée

## 4.5.1. Segmentation en niveau de gris

$$\lambda = 0.3$$

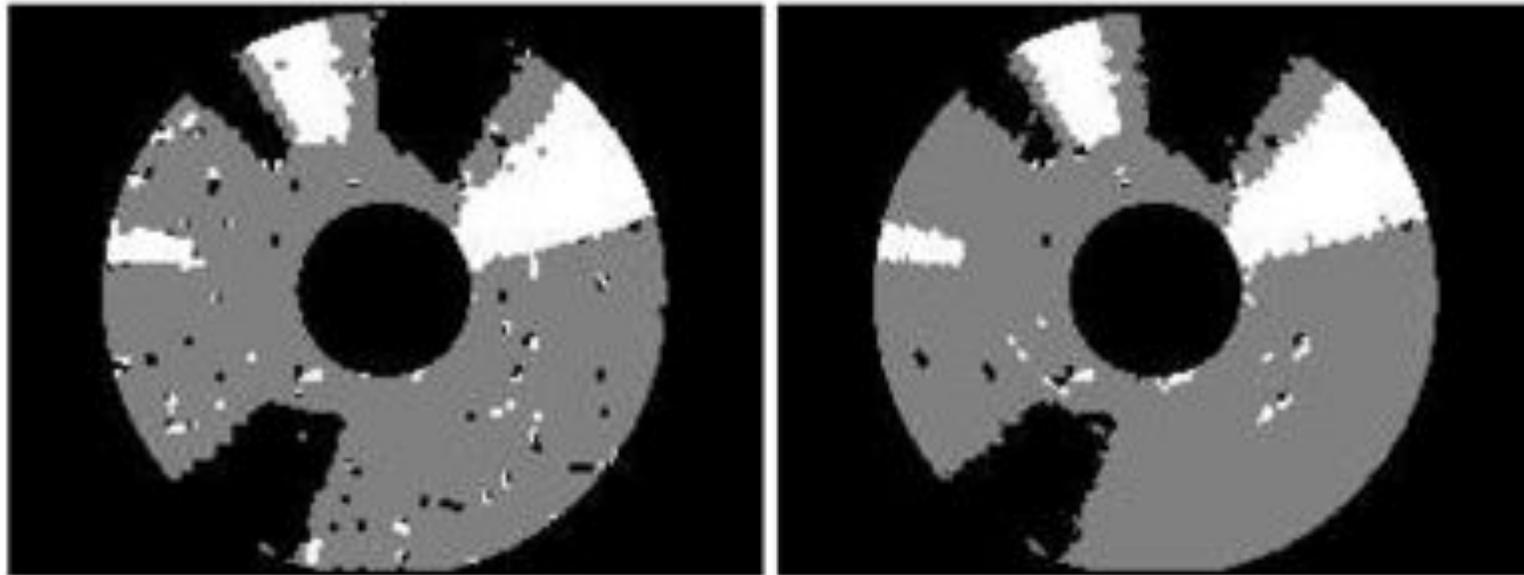


Voisinage classique

Voisinage adapté

## 4.5.1. Segmentation en niveau de gris

$$\lambda = 0.5$$

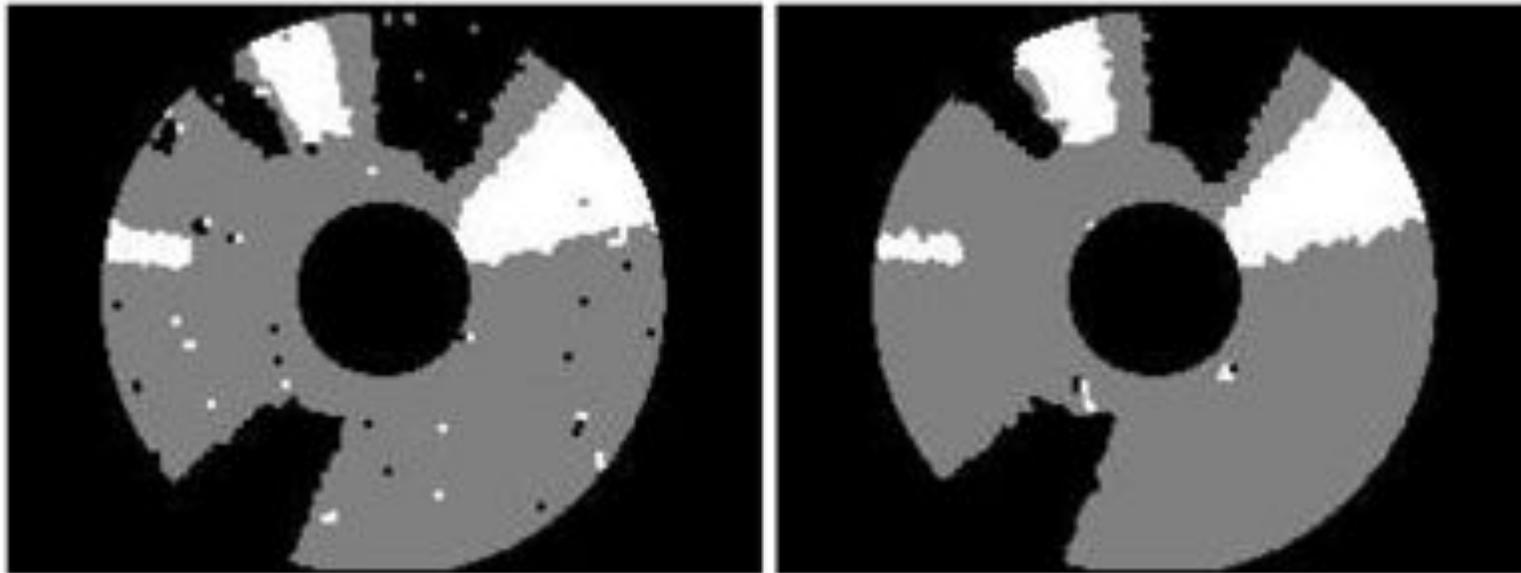


Voisinage classique

Voisinage adapté

## 4.5.1. Segmentation en niveau de gris

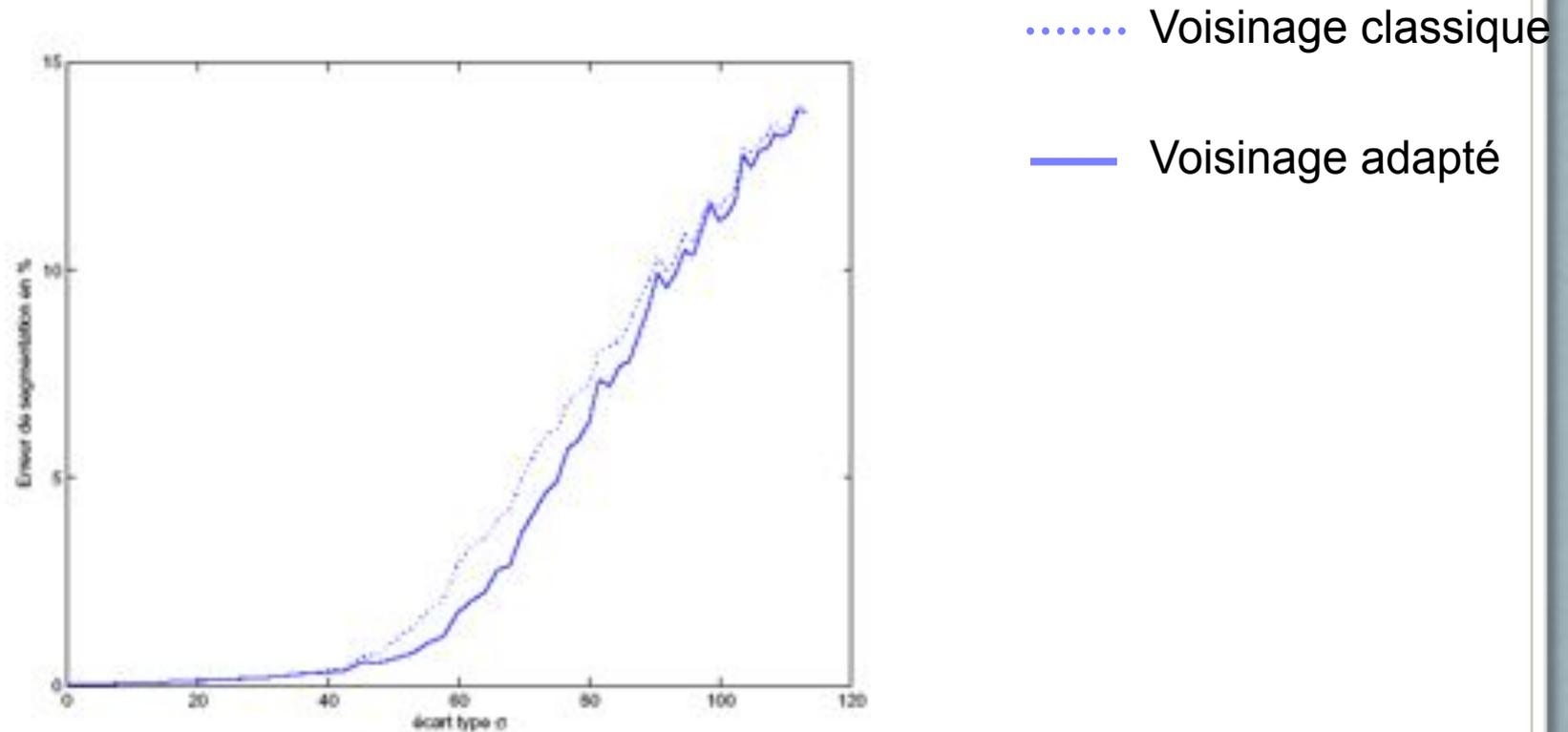
$$\lambda = 1$$



Voisinage classique

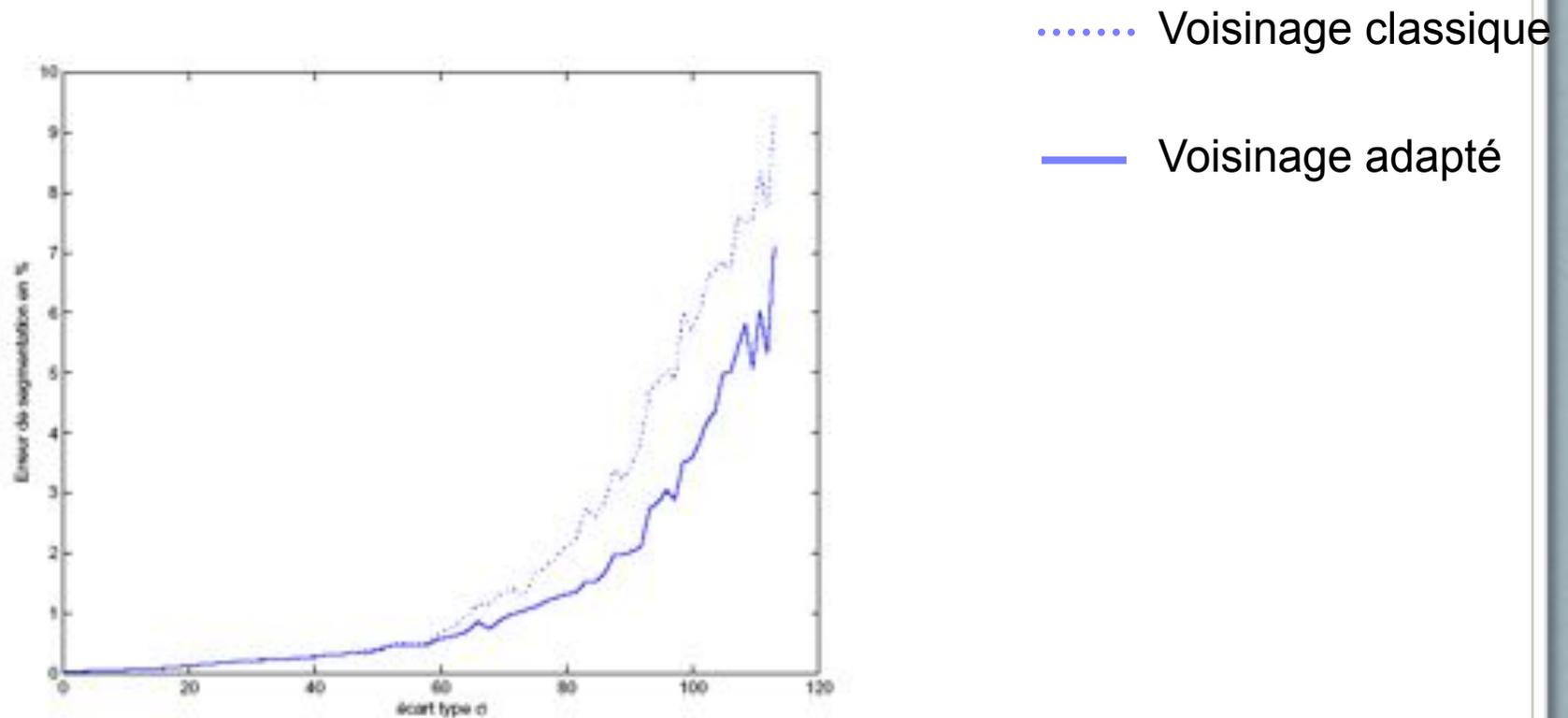
Voisinage adapté

## 4.5.1 Segmentation en niveau de gris



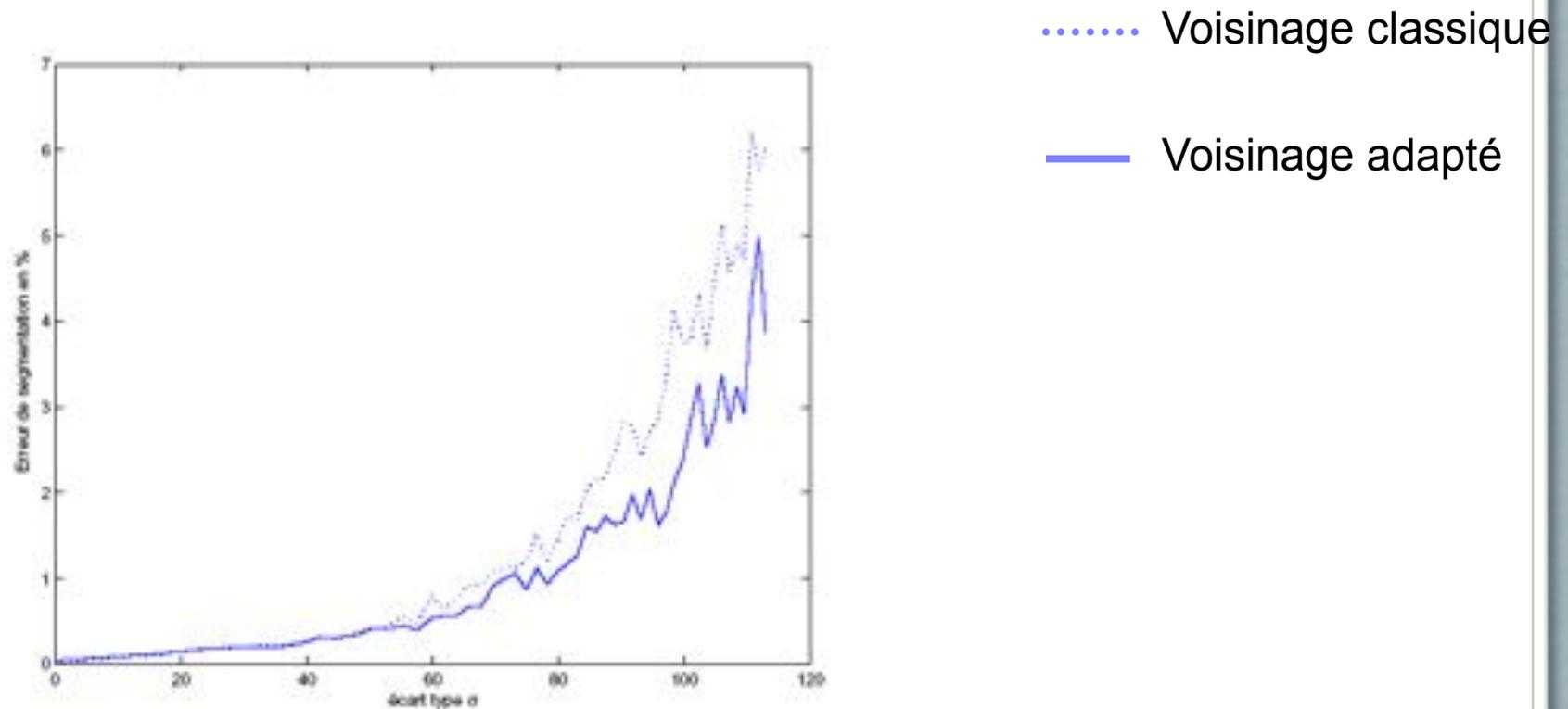
Erreur de segmentation en fonction du bruit avec  $\lambda = 0.3$

## 4.5.1. Segmentation en niveau de gris



Erreur de segmentation en fonction du bruit  
avec  $\lambda = 0.5$

## 4.5.1. Segmentation en niveau de gris



Erreur de segmentation en fonction du bruit  
avec  $\lambda = 1$

## 4.5.2. Détection de mouvement

On considère deux images consécutives  
 $I(t)$  et  $I(t + 1)$  d'une séquence prise à partir d'une  
caméra fixe

$E = \{e_s, s \in \mathcal{S}\}$  champ d'étiquettes

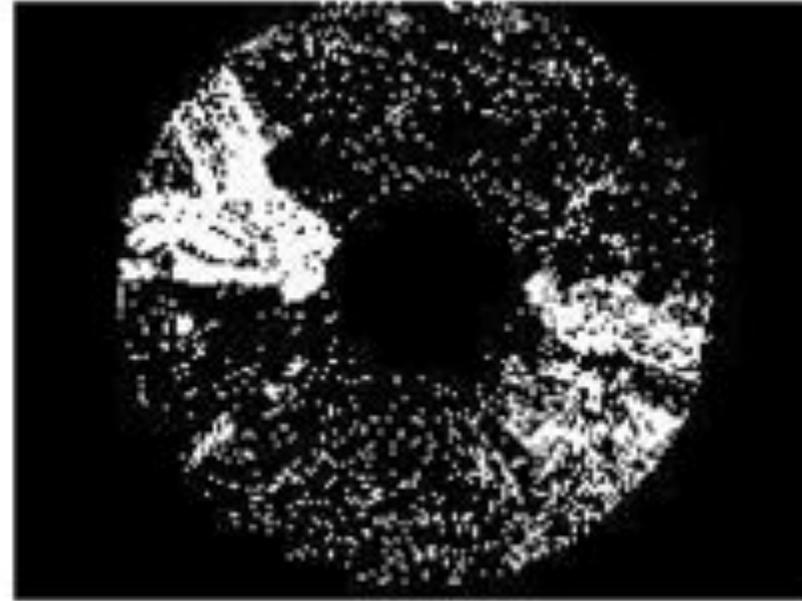
$e_s$  à valeurs dans  $\{0, 1\}$

$O = \{o_s, s \in \mathcal{S}\}$  champ d'observation

## 4.5.2. Détection de mouvement



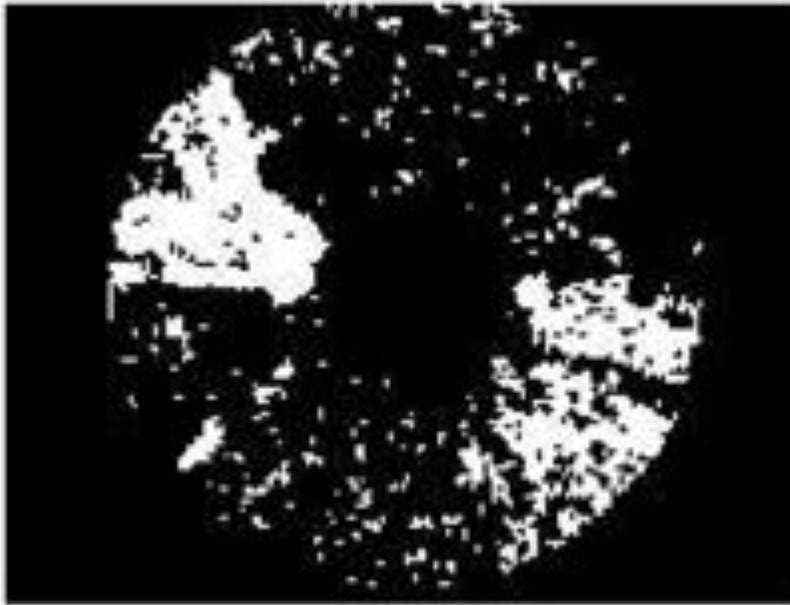
Image originale



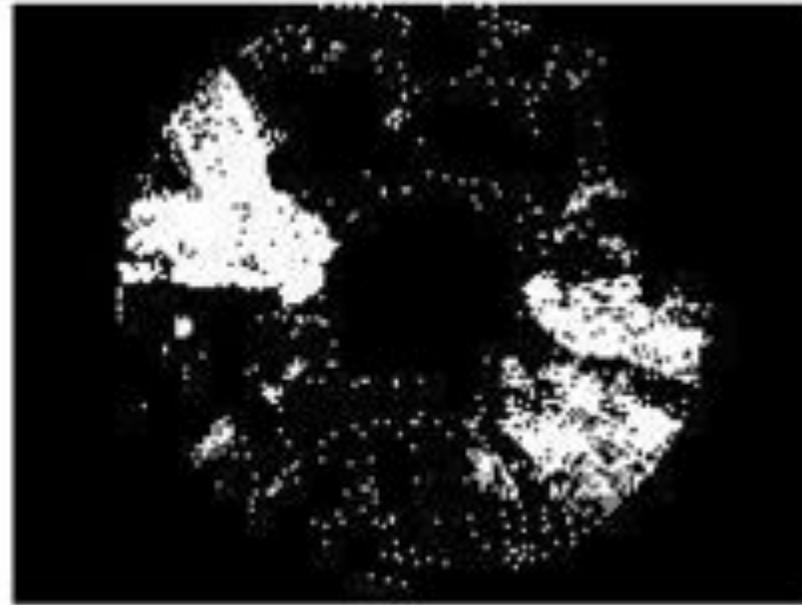
Détection par seuillage

## 4.5.2. Détection de mouvement

$$\lambda = 0.6$$



Voisinage classique



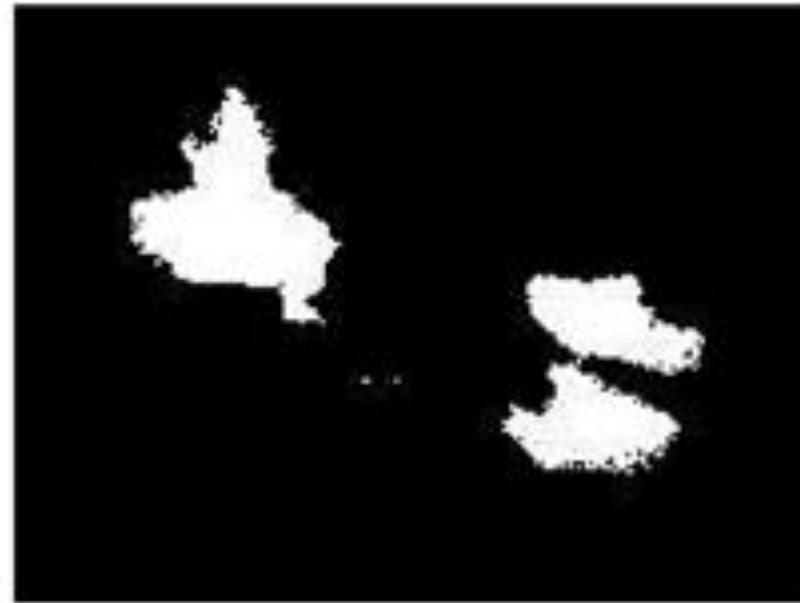
Voisinage adapté

## 4.5.2. Détection de mouvement

$$\lambda = 1.2$$

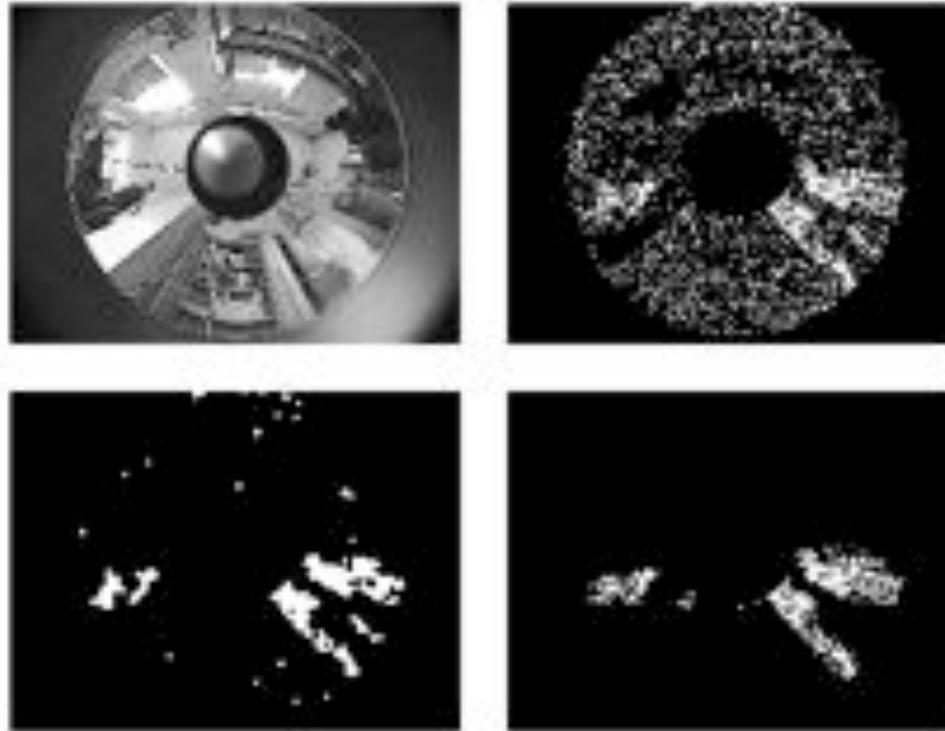


Voisinage classique



Voisinage adapté

## 4.5.2. Détection de mouvement



## 4.5.3. Restauration d'images omni

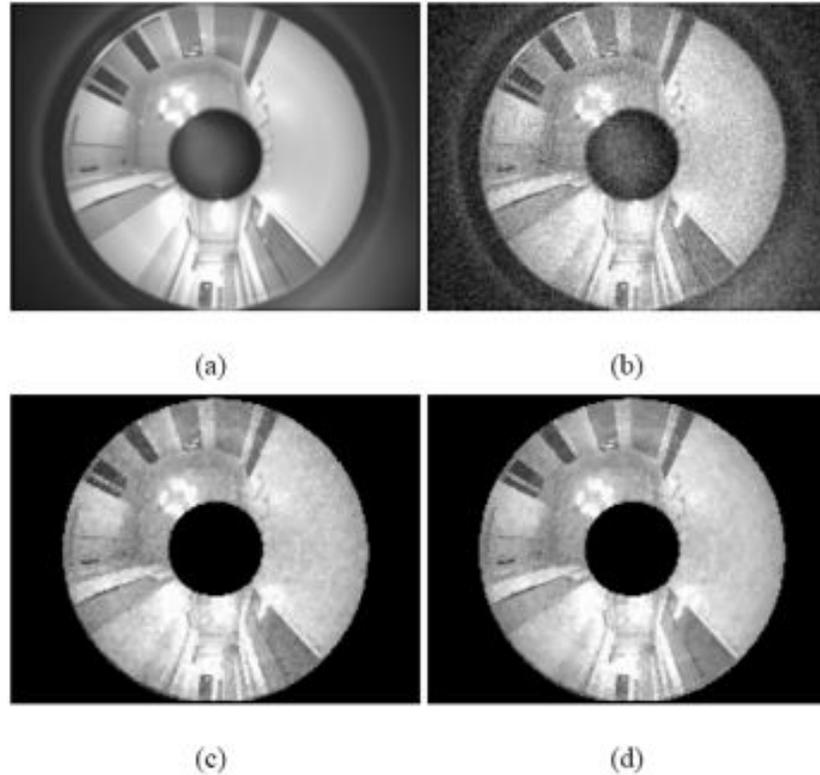


Fig. 10. Catadioptric image restoration. (a) original image, (b) Image with white noise  $\sigma = \sqrt{200}$ , restored image with a markovian formulation ( $\lambda = 3$ ) (c) classical neighborhood, (d) adapted neighborhood.

## 4.5.3. Restauration d'images omni

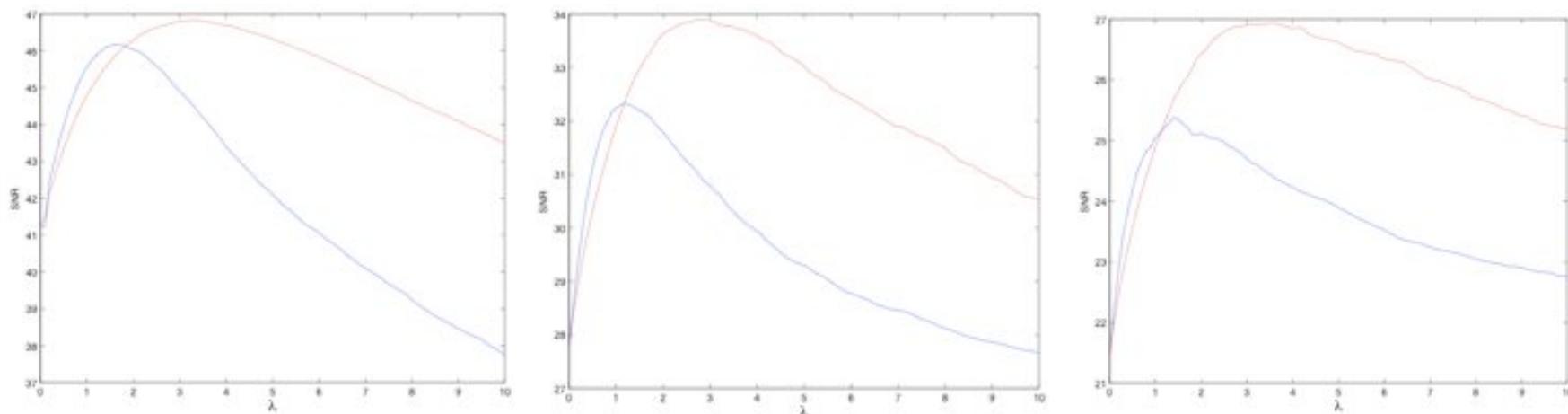
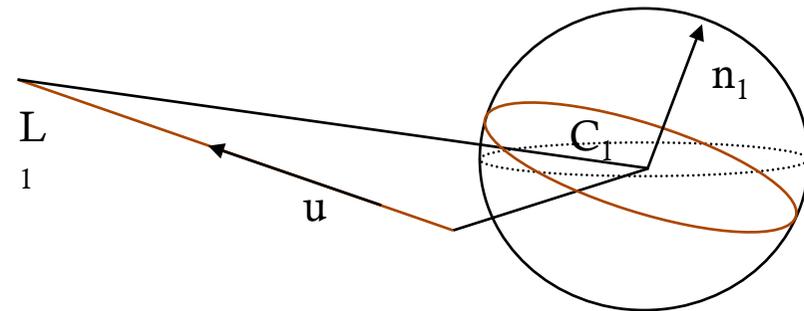


Fig. 11. Signal to noise ratio for different values of noise in function of penalization term  $\lambda$ . (a)  $\sigma = 5$ , (b)  $\sigma = 10$ , (c)  $\sigma = \sqrt{200}$ . Classical neighborhood in blue line and adapted neighborhood in red line.

## 4.6 Détection de droites

$L_i$  droite 3D de direction  $u_i$   
 $C_i$  cercle associé à  $L_i$   
 $n_i$  normale au cercle.



Principe : détection des contours puis recherche des plans passant par ces points.

## 4.6 Détection de droites

Soit  $(X_i, Y_i, Z_i) \in S^2, i = 1 \dots n$ , les  $n$  points d'une chaîne. Si cette chaîne est une droite:

$$\exists a, b, c \in \mathbb{R} \quad \forall i, \quad aX_i + bY_i + cZ_i = 0.$$

On cherche donc  $\Theta = (a, b, c)^T$  solution de :

$$\arg \min_{\Theta} \|M\Theta\|, \quad \|\Theta\| = 1.$$

avec

$$M = \begin{pmatrix} X_1 & Y_1 & Z_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ X_n & Y_n & Z_n \end{pmatrix}$$

# Détection de droites

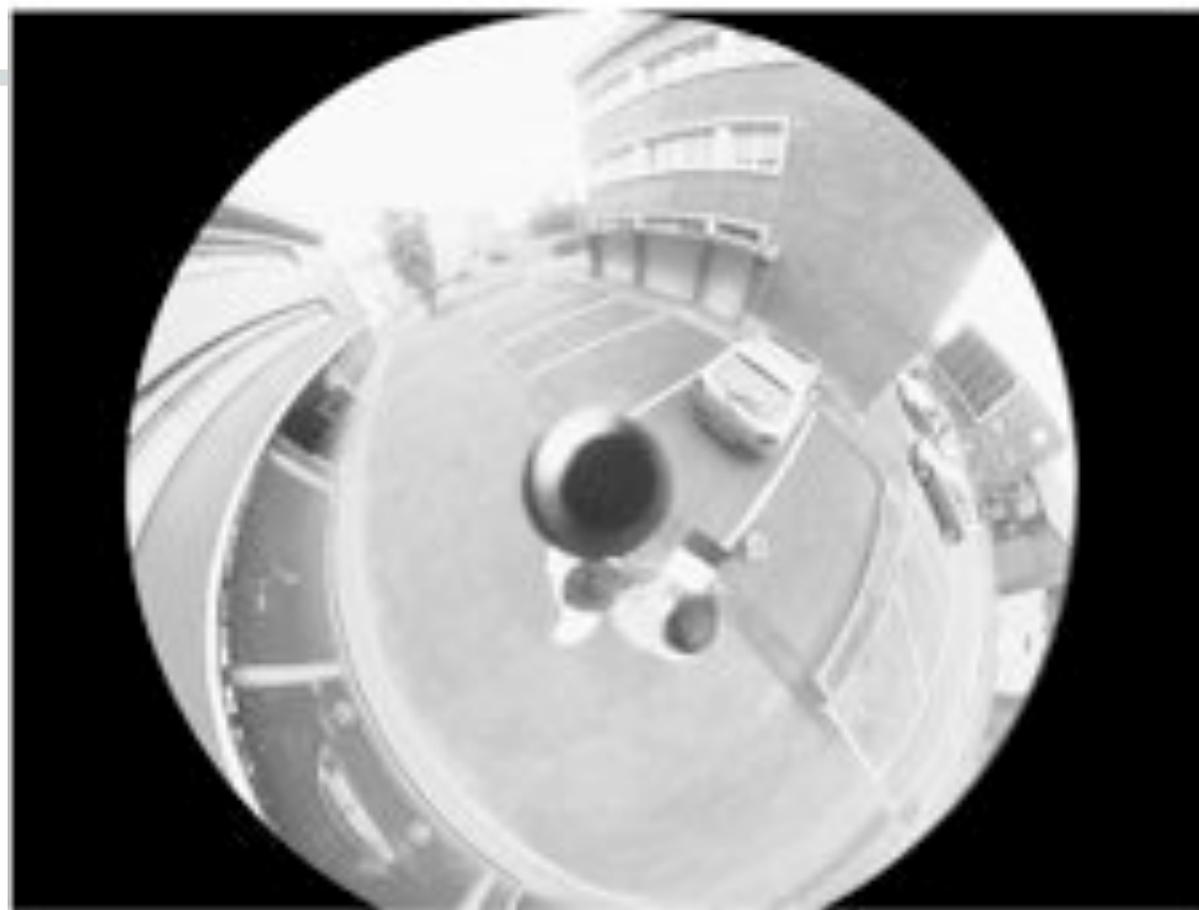
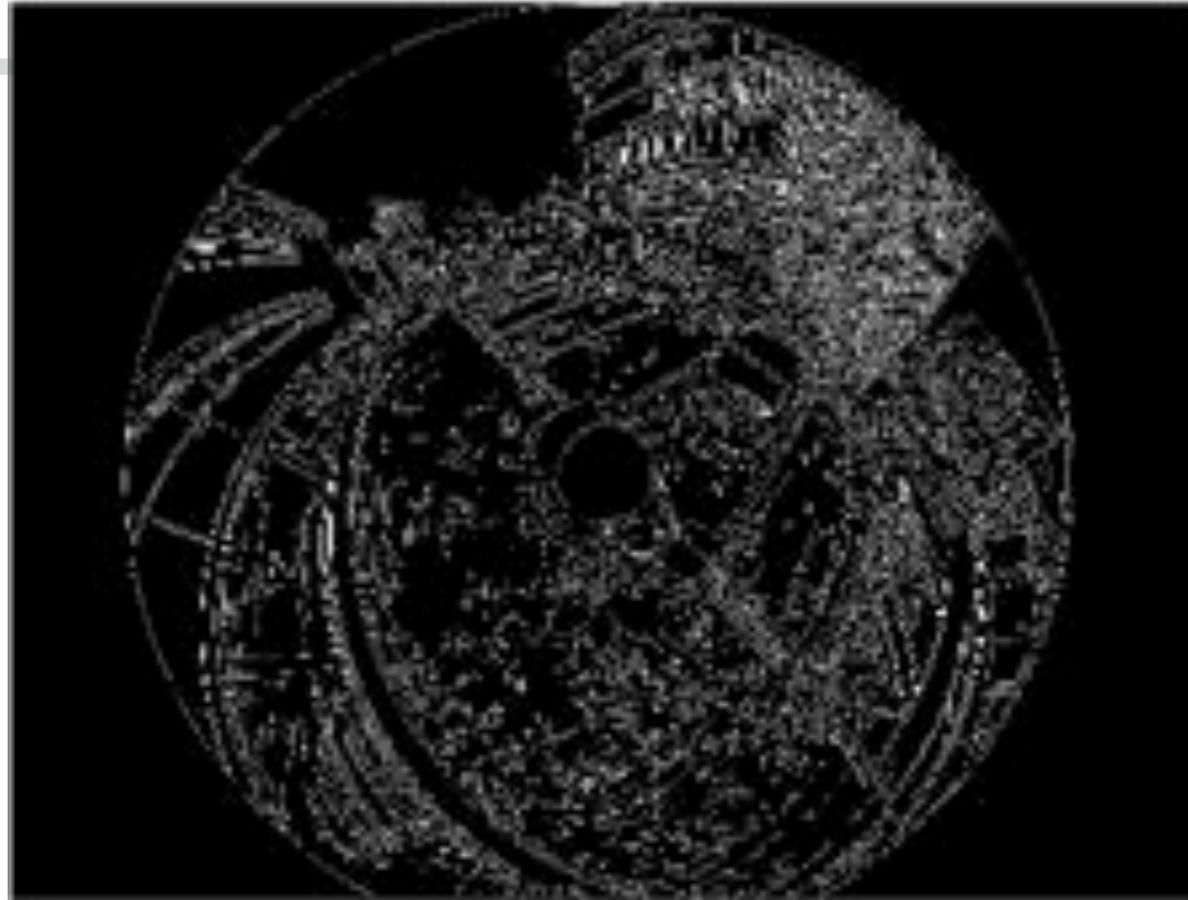


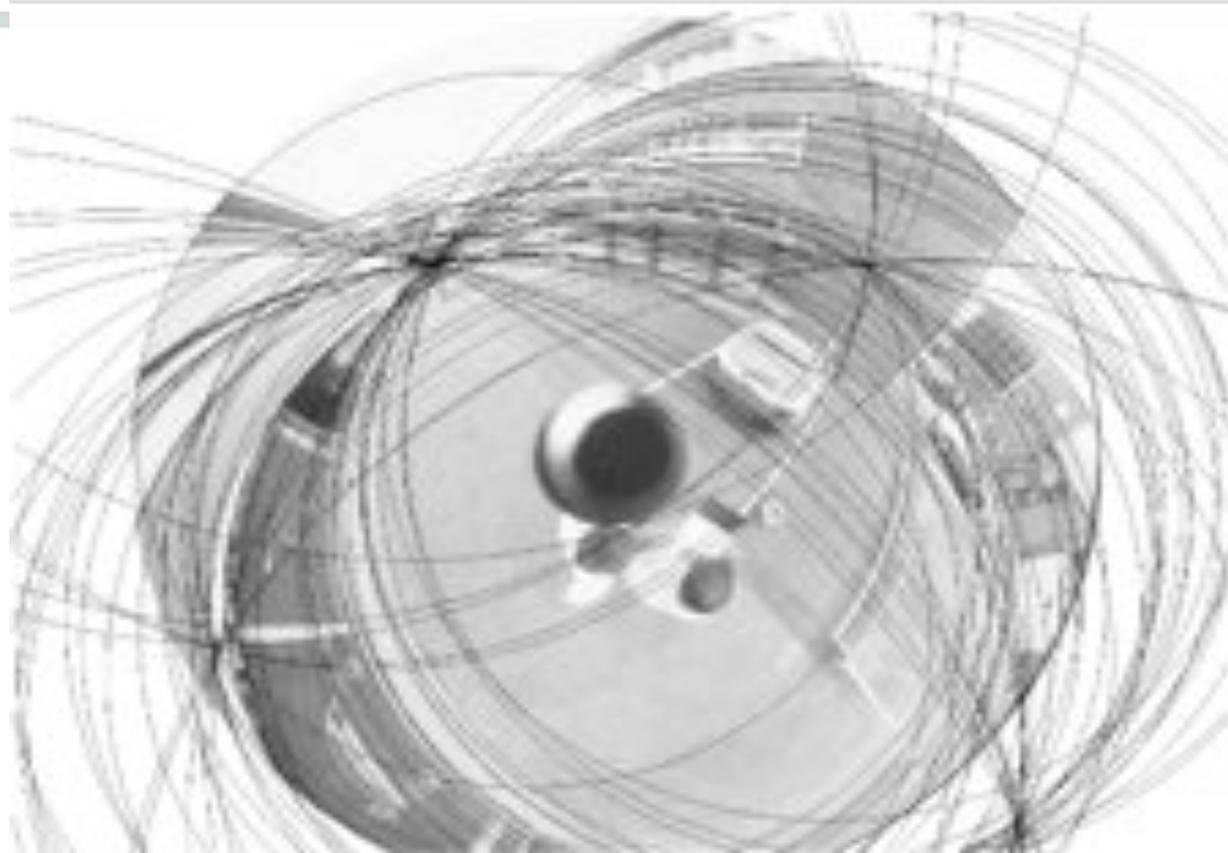
Image Originale

# Détection de droites



Détection de Contours

# Détection de droites



Droites détectées

# Chapitre 5

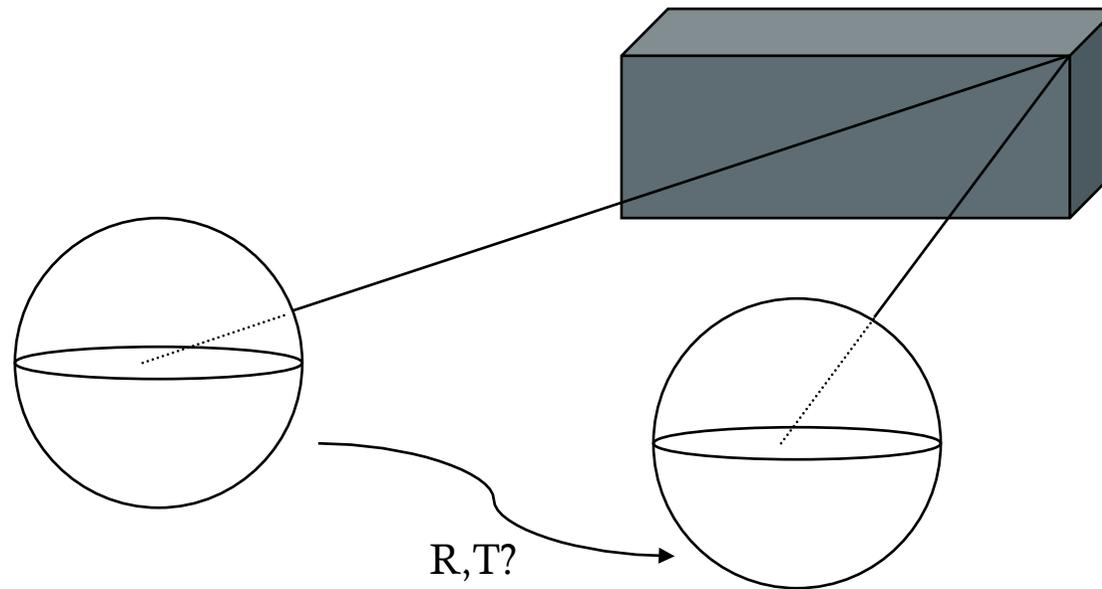
## Estimation du déplacement de caméras catadioptriques

# Chapitre 5 : Estimation du déplacement de caméras catadioptriques

- Estimation du déplacement d'une caméra omnidirectionnelle
  - Droites + points
  - Ego-motion
- Cas stéréoscopique
  - Droites

## 5.1 Estimation du déplacement

- Estimation du déplacement d'un robot à partir d'une caméra omnidirectionnelle.
- Déplacement = 6 dof



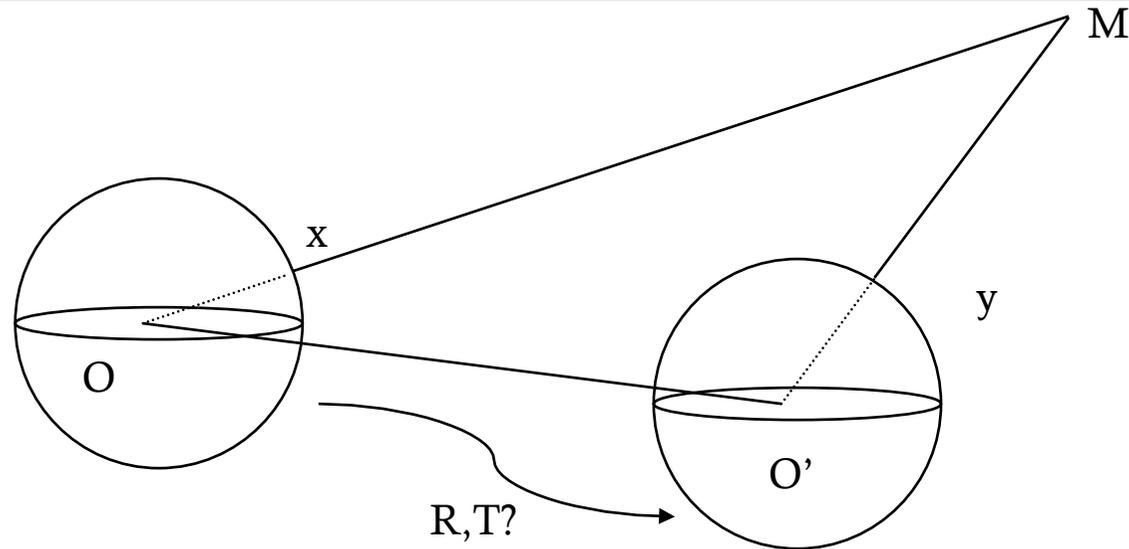
## 5.1 Estimation du déplacement

- Grâce à l'équivalence sphérique, les outils de géométrie perspective restent valides pour les images omnidirectionnelles dès que celles-ci sont considérées comme des images sphériques.
  - ✓ Calcul homographie
  - ✓ Géométrie épipolaire
  - ✓ Algorithme des 8 points ou des 5 points

Richard Hartley and Andrew Zisserman (2003). *Multiple View Geometry in computer vision*. Cambridge University Press

D.Nister, An efficient solution to the five-point relative pose problem, in Proc. IEEE-CVPR-2003, 2003.

## 5.1 Estimation du déplacement



$$O'M = R \cdot OM + T \quad \Leftrightarrow \quad y \sim Rx + T/d$$

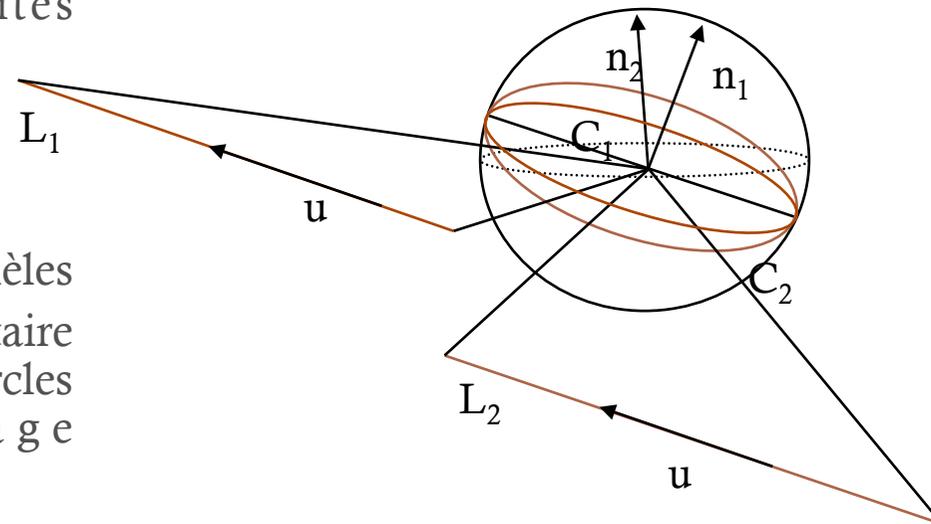
$$(Rx + T/d) \wedge y = 0, \quad Rx \wedge y = -T/d \wedge y$$

$$(Rx \wedge y)' \cdot T = 0$$

## 5.2 Estimation du déplacement : droites+points

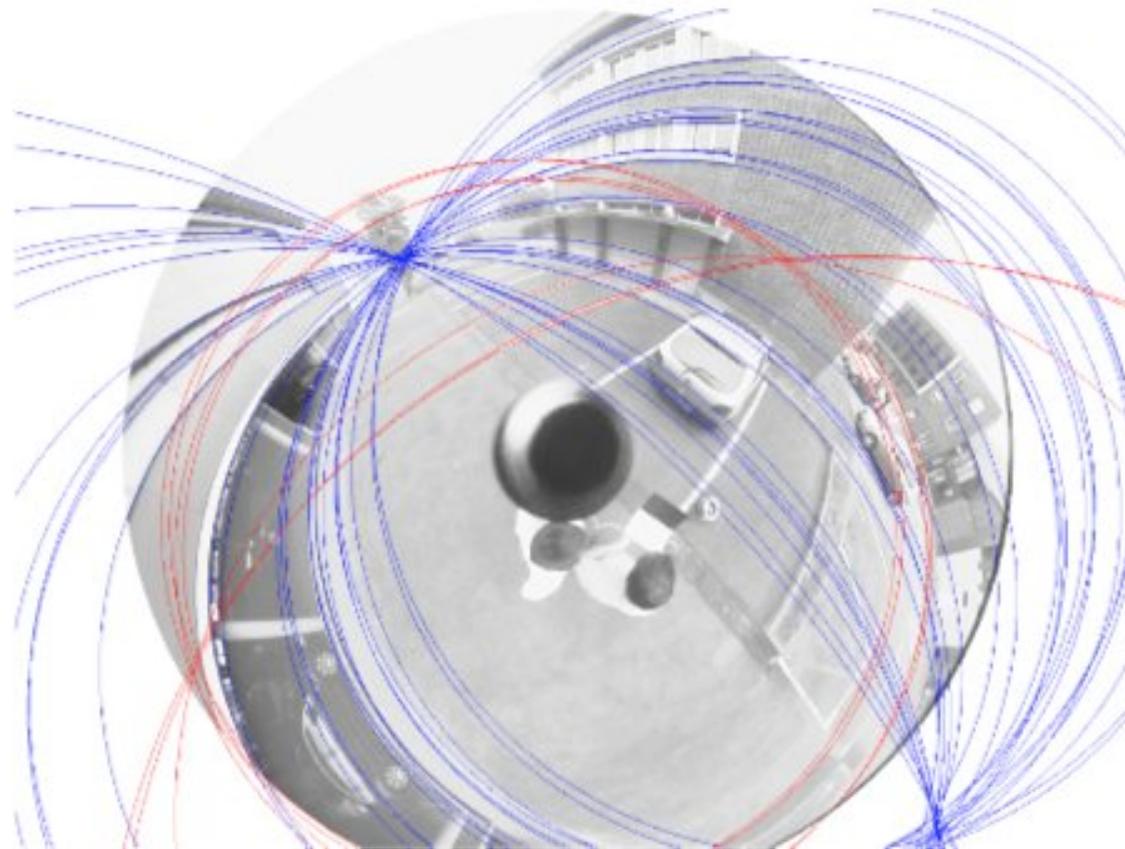
- Hypothèse : La scène est composée d'au moins 2 jeux de droites parallèles.

- Propriété : Soient 2 droites parallèles  $L_1$  et  $L_2$  de vecteur directeur unitaire  $u$ . Soient  $C_1$  et  $C_2$  leurs grands cercles associés dans l'image omnidirectionnelle, on a :



$$C_1 \vee C_2 = 2 \cdot u \text{ et par dualité, } n_1 \wedge n_2 \sim u$$

## 5.2 Estimation du déplacement : droites+points



## 5.2 Estimation du déplacement : droites+points

Estimation de la rotation :

Soient  $u_1$  et  $u_2$  (resp.  $u'_1$  et  $u'_2$ ) les directions de 2 faisceaux dans l'image 1 (resp. image 2).

On a  $u'_i = Ru_i$   $i=1,2$ .

On décompose  $R$  par un axe de rotation  $N$  et un angle  $\varphi$  (Formule de Rodrigues)

$$v = Ru \Leftrightarrow v = \cos \varphi \cdot u + (1 - \cos \varphi)(u \cdot N)N + \sin \varphi [N \wedge u]$$

## 5.2 Estimation du déplacement : droites+points

Si  $u_1 = u'_1$  et  $u_2 = u'_2$   
 $R=I$ .

Si  $u_1 = u'_1$  et  $u_2 \neq u'_2$  (idem pour  $u_1 \neq u'_1$  et  $u_2 = u'_2$ )

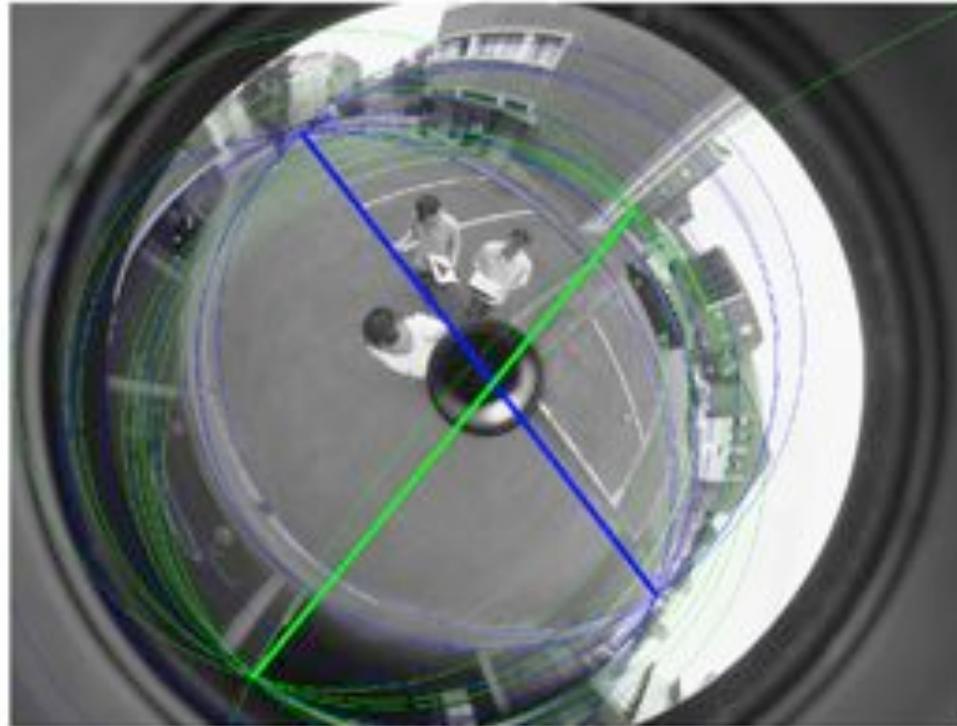
$$N = u_1 \quad \cos \varphi = \frac{u'_2 \cdot u_2 - (u_2 \cdot N)^2}{1 - (u_2 \cdot N)^2} \quad \text{et} \quad \sin \varphi = \frac{u'_2 \cdot (N \wedge u_2)}{\|N \wedge u_2\|^2}$$

Sinon

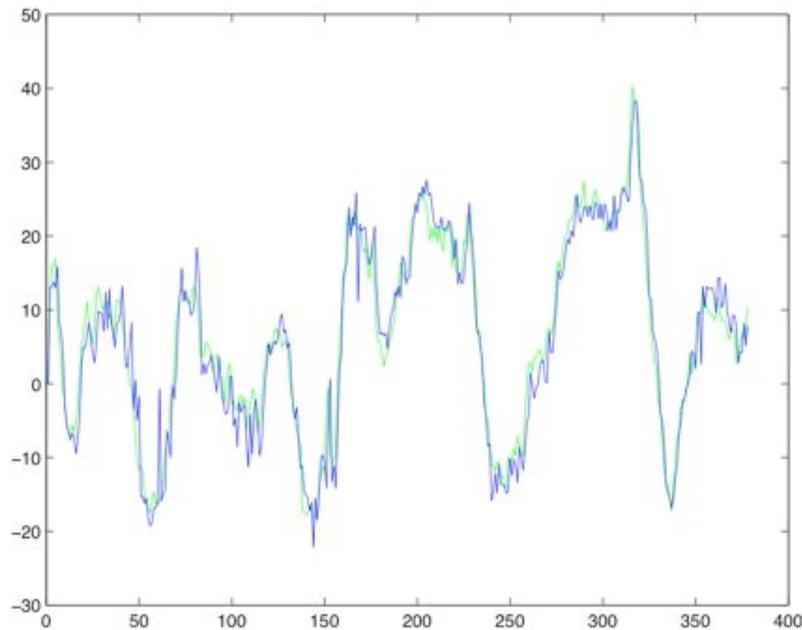
$$N = (u_1 - u'_1) \wedge (u_2 - u'_2),$$

$$\cos \varphi = \frac{u'_2 \cdot u_2 - (u_2 \cdot N)^2}{1 - (u_2 \cdot N)^2} \quad \text{et} \quad \sin \varphi = \frac{u'_2 \cdot (N \wedge u_2)}{\|N \wedge u_2\|^2}$$

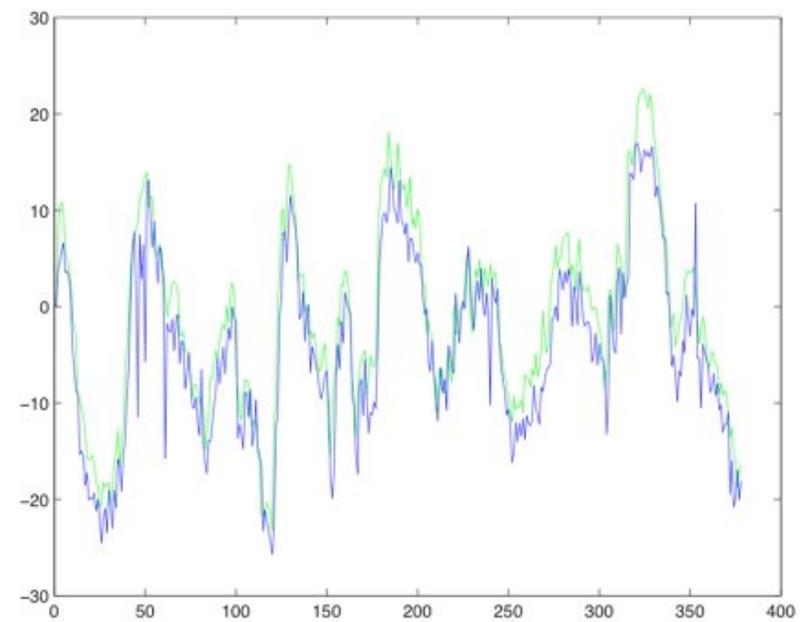
## 5.2 Estimation du déplacement : droites+points



## 5.2 Estimation du déplacement : droites+points



Roulis

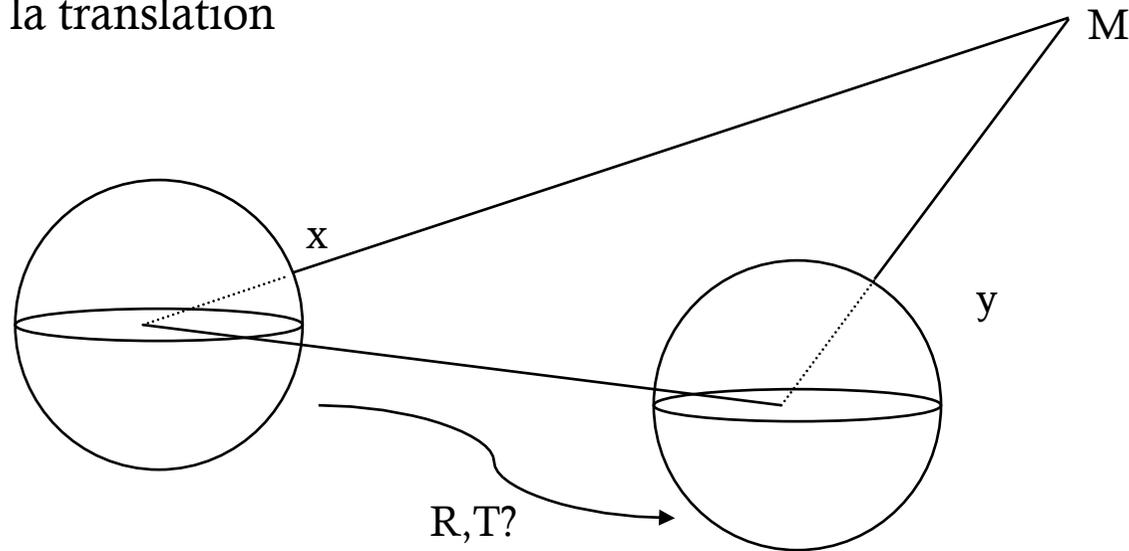


Tangage

Erreur moyenne :  $2.5^\circ$

## 5.2 Estimation du déplacement : droites+points

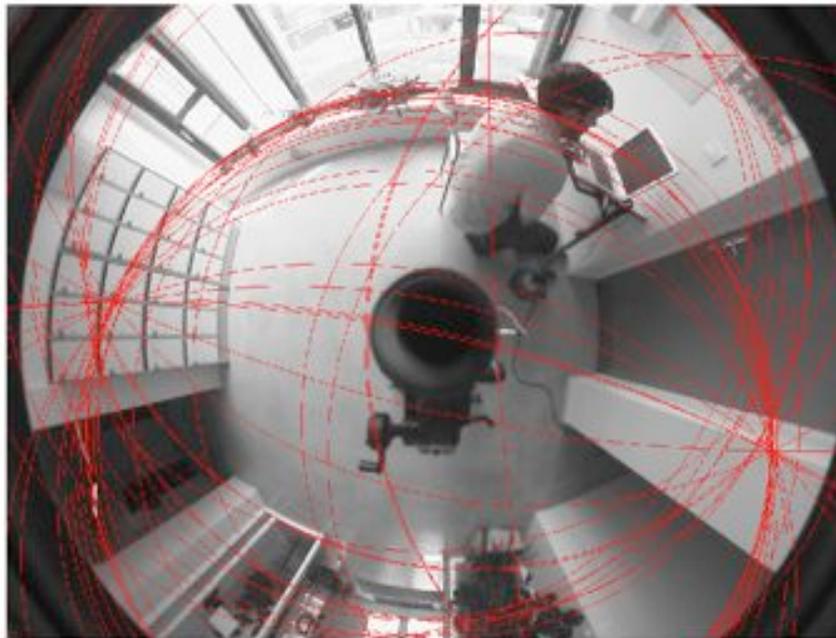
Estimation de la translation



$$(R_{x \wedge y})' \cdot T = 0$$

## 5.2 Estimation du déplacement : droites+points





$$(R_{x\wedge y})'.T=0$$

## 5.2 Estimation du déplacement : droites+points

- Considérons N points mis en correspondance entre les deux images.

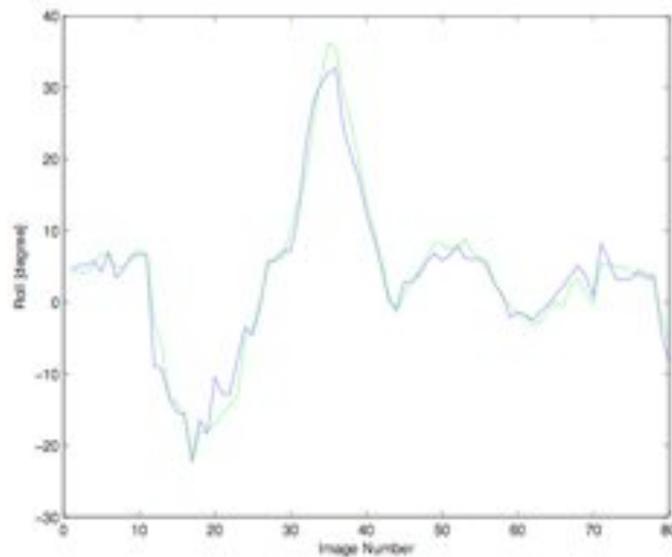
$$\hat{T} = \arg \min_T \sum_{i=1}^N \psi((Rx_i \wedge x'_i)' \cdot T, C)$$

Où  $\psi$  est un estimateur robuste.

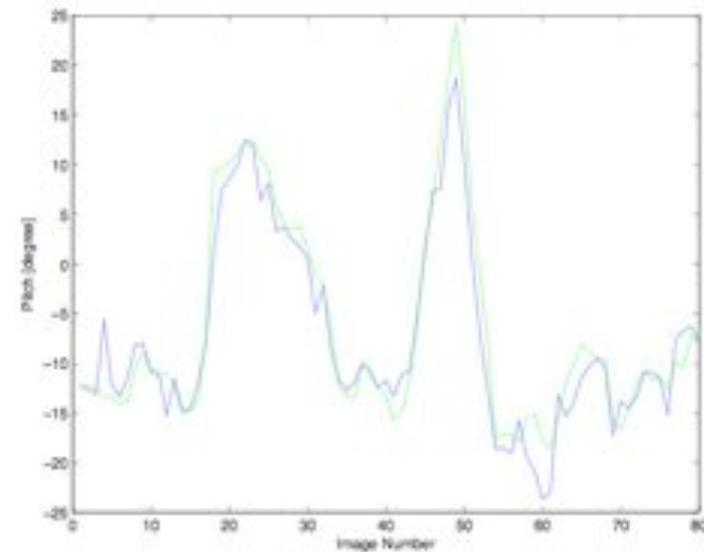
## 5.2 Estimation du déplacement : droites+points



## 5.2 Estimation du déplacement : droites+points



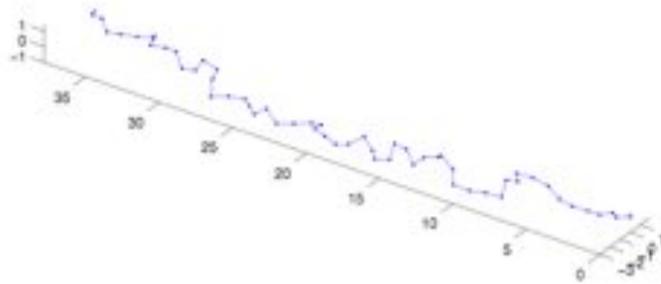
Roulis



Tangage

Erreur moyenne :  $1.8^\circ$

## 5.2 Estimation du déplacement : droites+points



Estimation de la trajectoire

## 5.3 Estimation du déplacement : Ego-motion

Ego-motion : Estimation du déplacement 3D de la caméra à partir des informations photométriques.

2 étapes :

- Estimation du flot optique dans les images
- Projection de ce flot dans l'espace 3D

Attention ici : les méthodes classiques d'estimation du flot optique ne sont pas valident.

- K. Daniilidis, A. Makadia, T. Bulow. Image Processing in Catadioptric Planes: Spatiotemporal Derivatives and Optical Flow Computation, in Proc. Omnivis 02.
- I. Tosic, I. Bogdanova, P. Frossard, P. Vandergheynst. Multiresolution Motion Estimation for Omnidirectional Images, in Proc EUSIPCO 05
- C. Demonceaux, D. Kachi . Optical flow estimation in omnidirectional images using wavelet approach, in Proc Omnivis 03
- A. Radgui, C. Demonceaux, E. Mouaddib, D. Aboutajdine, M. Rziza. An adapted Lucas-Kanade's method for optical flow estimation in catadioptric images, in Proc. Omnivis 08

## 5.3 Estimation du déplacement : Ego-motion

- Problème : estimer le déplacement des points physiques dans l'image entre 2 prises consécutives.
  - Conservation de l'intensité des points entre 2 instants

$$I(x, y, t + 1) = I(x + V_x, y + V_y, t)$$

$$\Rightarrow \nabla I \cdot V + \frac{\partial I}{\partial t} = 0$$

**Equation du flot optique**

## 5.3 Estimation du déplacement : Ego-motion

Dans le plan image

⇒ hypothèse : mouvement localement circulaire

$$V_x(\Theta) = A[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2] + C$$

$$V_y(\Theta) = B[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2] + D$$

$$\Theta = (A, B, C, D)$$

⇒ Le flot est solution de

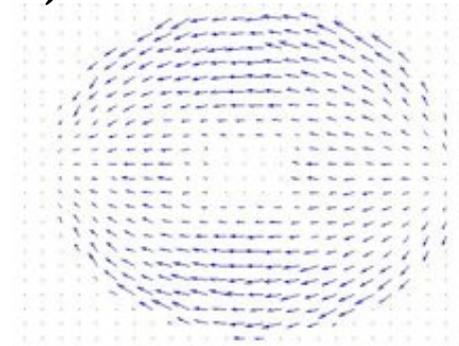
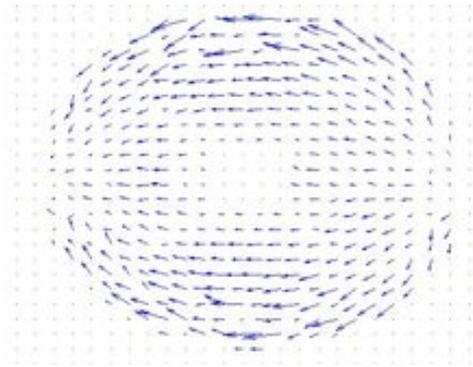
$$V(x, y) = \arg \min_{\Theta} \sum_{x', y' \in V_{x, y}} \left[ \frac{\partial I}{\partial x} V_x(\Theta) + \frac{\partial I}{\partial y} V_y(\Theta) + \frac{\partial I}{\partial t} \right]$$

Voisinage adapté à la géométrie de l'image omnidirectionnelle

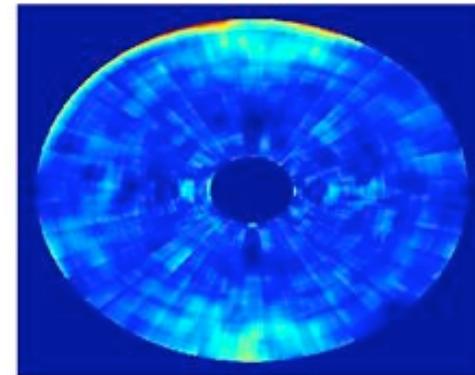
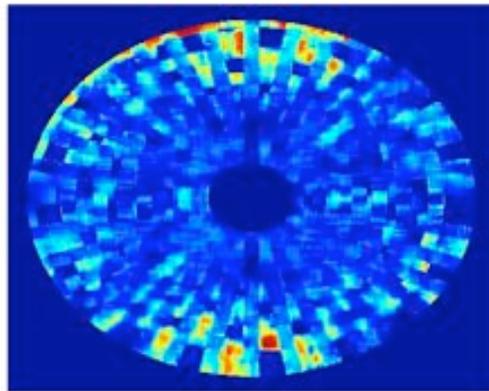
## 5.3 Estimation du déplacement : Ego-motion

Translation pure suivant (X-axis)

Champ FO



Erreur angulaire



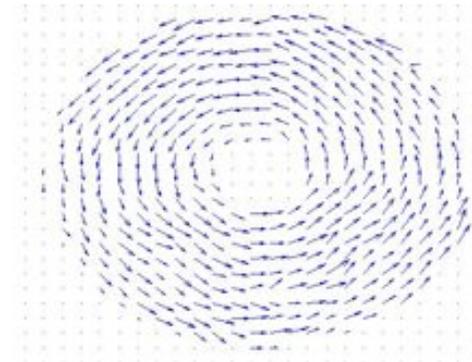
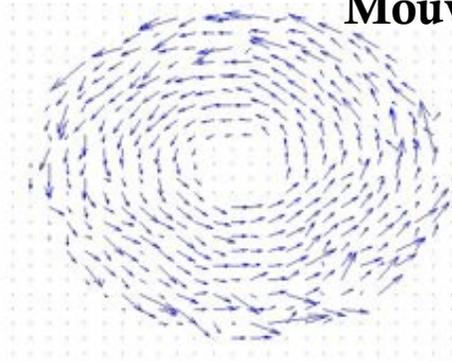
Méthode classique

Méthode adapté

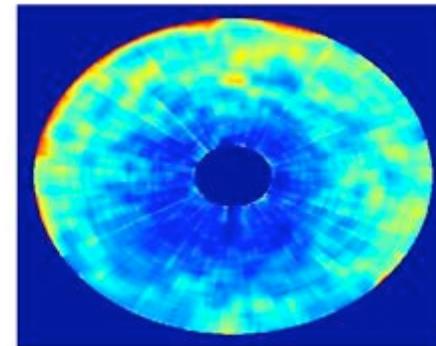
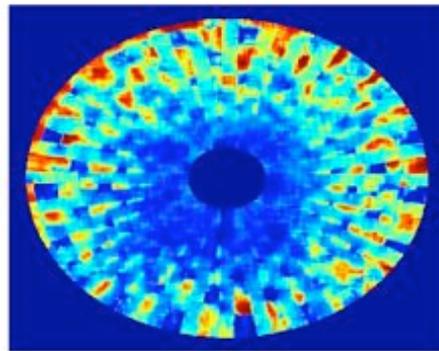
## 5.3 Estimation du déplacement : Ego-motion

Mouvement combiné

Champ FO



Erreur angulaire



Méthode classique

Méthode adapté

## 5.3 Estimation du déplacement : Ego-motion

Sur la sphère d'équivalence

$$\frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial I_S}{\partial\varphi} p_\varphi + \frac{\partial I_S}{\partial\theta} p_\theta + \frac{\partial I}{\partial t} = 0$$

- ⇒ Utilisation d'outils adaptés aux signaux sphériques :  
analyse d'ondelettes sphériques
- ⇒ Résolution d'un système linéaire sur-déterminé à 2  
inconnues et N équations :

$$\left\langle \Psi_M, \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial I_S}{\partial\varphi} \right\rangle p_\varphi + \left\langle \Psi_M, \frac{\partial I_S}{\partial\theta} \right\rangle p_\theta + \frac{\partial}{\partial t} \langle \Psi_M, I_S \rangle = 0$$

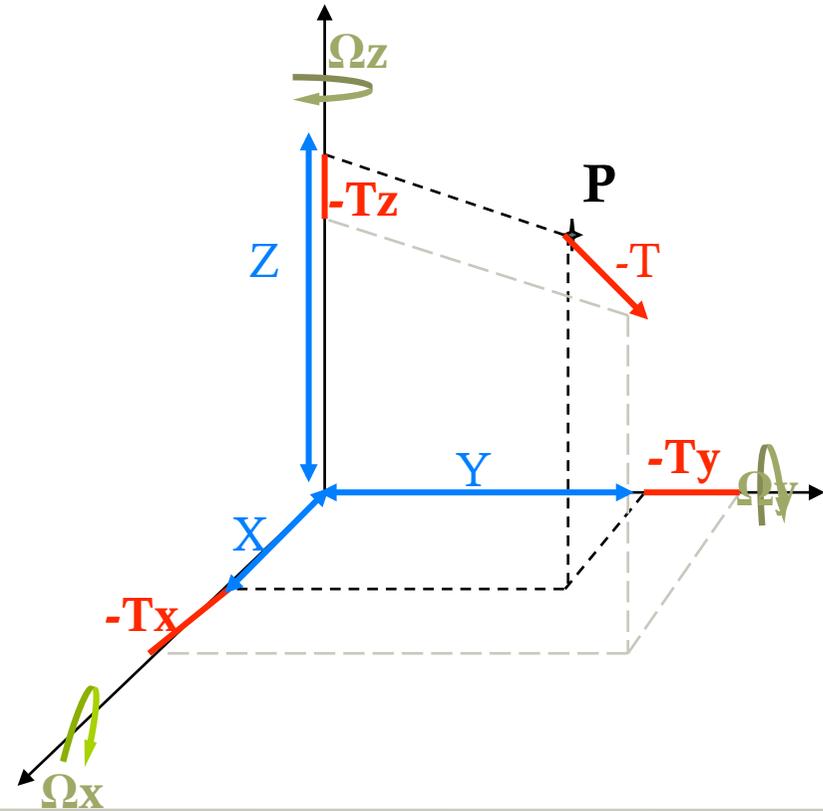
## 5.3 Estimation du déplacement : Ego-motion

|                   |              | <i>Méthode classique</i> | <i>Méthode adaptée</i> |
|-------------------|--------------|--------------------------|------------------------|
| Translation       | X1n          | 5.68°                    | <b>4.54°</b>           |
|                   | Y3           | 3.92°                    | <b>2.18°</b>           |
|                   | X5Y3         | 19.77°                   | <b>2.45°</b>           |
| Rotation          | R1           | 3.23°                    | <b>2.46°</b>           |
|                   | R2           | 14.69°                   | <b>2.13°</b>           |
|                   | R05          | 5.38°                    | <b>3.34°</b>           |
| Mouvement combiné | R05X03       | 5.36°                    | <b>3.91°</b>           |
|                   | R1X2         | 8.69°                    | <b>3.66°</b>           |
|                   | R1X05        | 3.43°                    | <b>2.66°</b>           |
|                   | R1X05Y0<br>2 | 3.45°                    | <b>2.78°</b>           |
|                   | R2X2Y1n      | 15.32°                   | <b>3.08°</b>           |

## 5.3 Estimation du déplacement : Ego-motion

- Estimer le déplacement 3D de la caméra

$$\dot{P} = \begin{pmatrix} -T_x \\ -T_y \\ -T_z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{pmatrix} \wedge P$$



## 5.3 Estimation du déplacement : Ego-motion

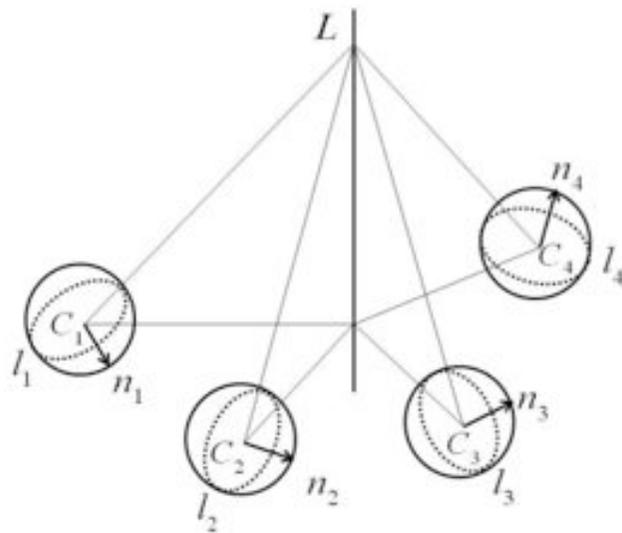
- Soit  $U$  le flot estimé, le problème de l'ego-motion consiste à estimer  $\Omega$  et  $T$  solution de :

$$T.(P \wedge (U + (\Omega \wedge P))) = 0$$

|                                   |       | Méthode classique | Méthode adaptée |
|-----------------------------------|-------|-------------------|-----------------|
| Rotation Pure                     | $e_r$ | 0.60°             | <b>0.51°</b>    |
| Translation Pure                  | $e_t$ | 1.15°             | <b>0.42°</b>    |
| Mouvement combiné                 | $e_r$ | 1.05°             | <b>0.99°</b>    |
|                                   | $e_t$ | 3.29°             | <b>1.27°</b>    |
| Translation Pure (images réelles) | $e_t$ | 6.40°             | <b>0.39°</b>    |

# 5.4 Estimation du déplacement d'un banc stéréo

Introduction à la géométrie tri-focal/quadri-focal :



$$n_1^T L = 0$$

$$n_2^T (R_2 L + t_2) = 0$$

$$n_3^T (R_3 L + t_3) = 0$$

$$n_4^T (R_4 L + t_4) = 0$$

# 5.4 Estimation du déplacement d'un banc stéréo

Géométrie trifocale

$$A\hat{L} = 0$$

$$A = \begin{bmatrix} n_1^T & 0 \\ n_2^T R_2 & n_2^T t_2 \\ n_3^T R_3 & n_3^T t_3 \end{bmatrix}$$

Ce système de taille  $3 \times 4$  admet au moins une solution non nulle  $\Rightarrow A$  est de rang 2.

On a donc une relation de dépendance entre les lignes :

$$R_2^T n_2 n_3^T t_3 - R_3^T n_3 n_2^T t_2 + \hat{k} n_1 = 0$$

# 5.4 Estimation du déplacement d'un banc stéréo

Géométrie quadrifocale

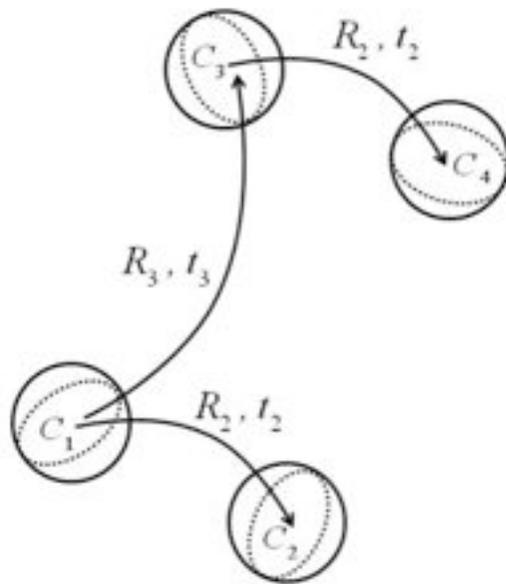
$$B\hat{L} = 0$$

Ce système de taille 4×4 admet au moins une solution non nulle => le déterminant de B est nul.

On a donc la relation :

$$B = \begin{bmatrix} n_1^T & 0 \\ n_2^T R_2 & n_2^T t_2 \\ n_3^T R_3 & n_3^T t_3 \\ n_4^T R_4 & n_4^T t_4 \end{bmatrix} \quad \left| \begin{array}{c} n_1^T \\ n_3^T R_3 \\ n_4^T R_4 \end{array} \right| n_2^T t_2 - \left| \begin{array}{c} n_1^T \\ n_2^T R_2 \\ n_4^T R_4 \end{array} \right| n_3^T t_3 + \left| \begin{array}{c} n_1^T \\ n_2^T R_2 \\ n_3^T R_3 \end{array} \right| n_4^T t_4 = 0$$

## 5.4 Estimation du déplacement d'un banc stéréo



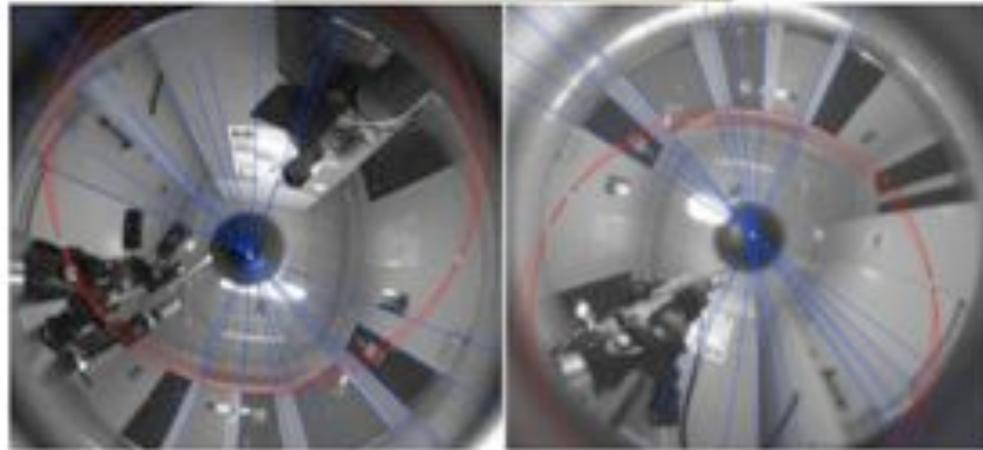
Dans le cas d'un banc stéréo rigide :

$$R_4 = R_2 R_3$$

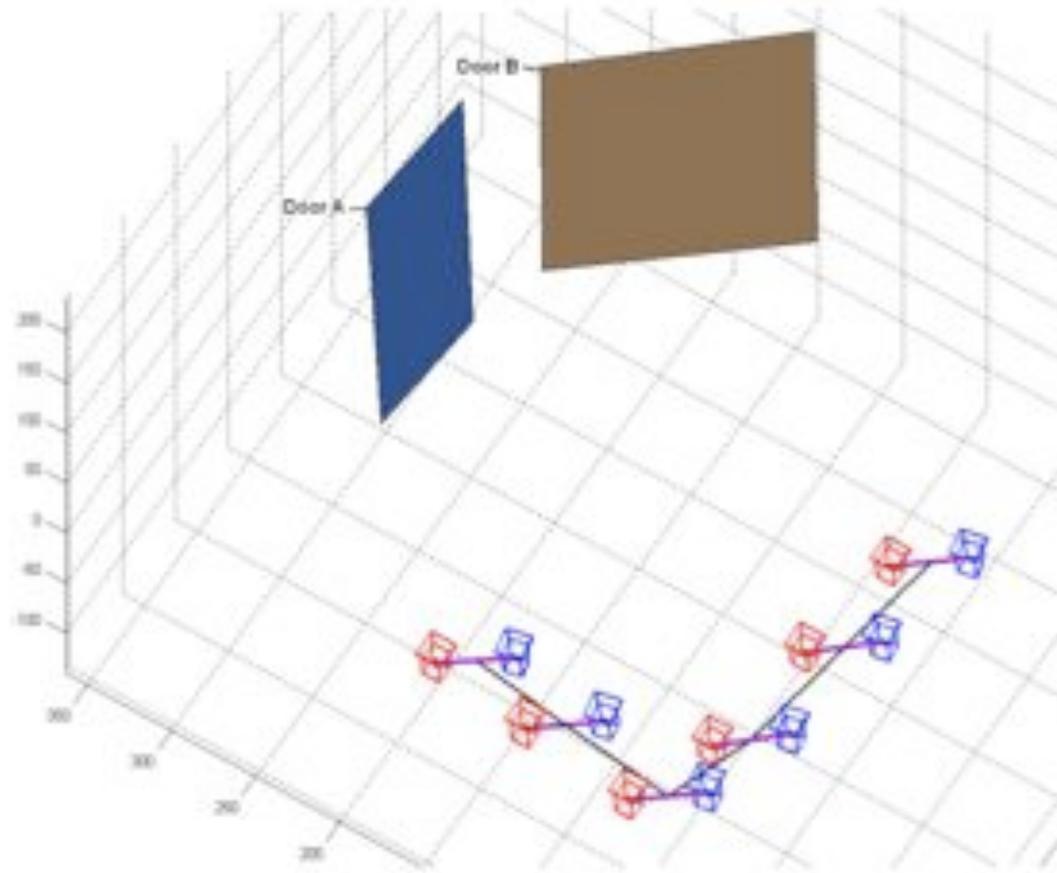
$$t_4 = t_2 + R_2 t_3$$

$$\begin{cases} R_2^T n_2 n_3^T t_3 - R_3^T n_3 n_2^T t_2 + \hat{k} n_1 = 0 \\ R_2^T n_2 n_4^T t_4 - R_4^T n_4 n_2^T t_2 + \tilde{k} n_1 = 0 \\ R_3^T n_3 n_4^T t_4 - R_4^T n_4 n_3^T t_3 + \check{k} n_1 = 0 \end{cases}$$

## 5.4 Estimation du déplacement d'un banc stéréo



## 5.4 Estimation du déplacement d'un banc stéréo



# Conclusion et perspectives

- Les capteurs de vision omnidirectionnelle sont de plus en plus utilisés.
- Applications : Télésurveillance, robotique aérienne/terrestre, localisations.

# Conclusion et perspectives



# Conclusion et perspectives

- Grâce à la sphère d'équivalence, les méthodes classiques basées sur la géométrie projective restent valides
- L'utilisation de capteurs catadioptriques permet d'obtenir des méthodes d'estimation du déplacement plus robustes
  - point de fuite toujours visible dans la scène
  - Pas d'ambiguïté dans l'estimation du flot

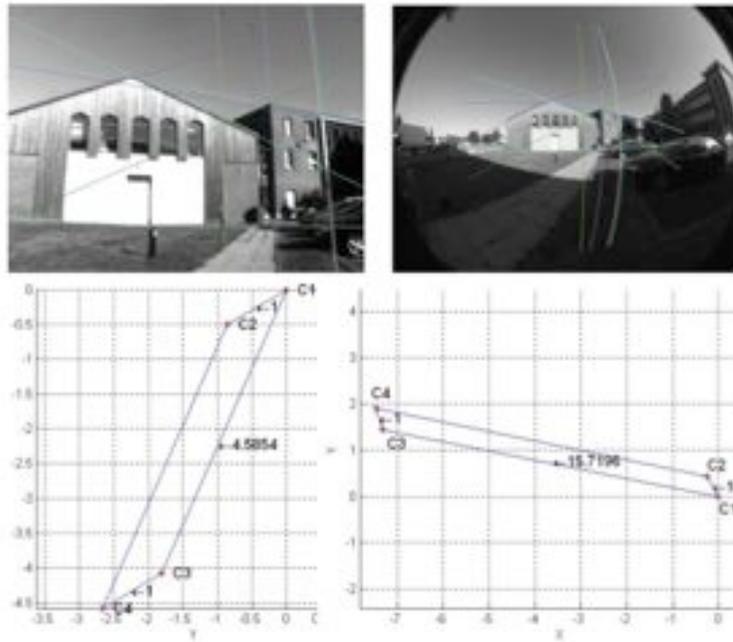
# Conclusion et perspectives

- 2004, Ying<sup>(1)</sup> montre que l'on peut considérer un fisheye comme une caméra sphérique
- La sphère peut donc modéliser un grand nombre de caméras différentes (perspective, catadioptrique, fisheye, lady bug...)
- Utiliser la représentation sphérique permet donc de développer des algorithmes hybrides pour différents types de caméras

<sup>(1)</sup>X. Ying, Z. Hu, Can We Consider Central Catadioptric Cameras and Fisheye Cameras within a Unified Imaging Model, ECCV 2004

# Conclusion et perspectives

- Développement d'algorithmes hybrides.
  - Ex : stéréo mixte



# Conclusion et perspectives

- Ex : Estimation de l'altitude d'un drone

## Planesweeping

- Algorithme de mise en correspondance sur caméras de différents types ?
- Etude d'un réseau de caméras hybrides ?
  - Positionnement optimal
  - Calibrage
  - Algorithme de détection/reconnaissance hybride

?

[cedric.demonceaux@u-picardie.fr](mailto:cedric.demonceaux@u-picardie.fr)

[www.mis.u-picardie.fr/~demonceaux](http://www.mis.u-picardie.fr/~demonceaux)