



Tomographie 2D

♦ Imagerie médicale Modélisations analytique algébrique Théorème de Radon Rétroprojection filtrée Algorithmes itératifs Régularisation Artefacts Quantification











① Imagerie médicale

Exemples TEMP γ











$$(\mathbf{R}^* \mathbf{p}) \left(\vec{\mathbf{x}} \right) = \int_{\theta=0}^{\pi} \mathbf{p} \left(\vec{\theta}, \vec{\theta}. \vec{\mathbf{x}} \right) d\theta$$





S₃













Projection / Rétroprojection





Problème d'Hadamard bien posé

R surjectif

- existence de la solution
- A = ^tRR symétrique, définie positive ^tR. $\vec{R}\vec{f} = A\vec{f} = {}^{t}R.\vec{p} = \vec{q}$

• Revient à minimiser l'équation normale $\|\vec{r} - \vec{p}\|^2$

R injectif

unicité de la solution (initialisation)

Mais aussi || R⁻¹|| limitée



Théorème de Radon 2D



















Rétroprojection filtrée (V)







Algebraic Reconstruction Technique (I)



Algebraic Reconstruction Technique (II)





















APPROCHE EXPERIMENTALE (II)











Approche théorique

Hadamard : R bijectif, R⁻¹ continue

Mais:
$$\kappa(\mathbf{R}) = \|\mathbf{R}\| \|\mathbf{R} - \mathbf{I}\| = \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}}$$

Зн

$$\frac{\delta \vec{f}}{\left\|\vec{f}\right\|} \leq \frac{\kappa(R)}{1 - \kappa(R)} \left[\frac{\left\|\delta \vec{p}\right\|}{\left\|\vec{p}\right\|} + \frac{\left\|\delta R\right\|}{\left\|R\right\|} \right]$$








Erreur inverse (backward error):



D. M-Goulart et al. CMIG 07







Gradient conjugué









Analyse numérique matricielle appliquée à l'art de l'ingénieur. P. Lascaux & R. Théodor (II). MASSON







Stratégies de régularisation

Régularisation algorithmique

Utiliser un information statistique a priori















Régularisation algorithmique (III)





Régularisation algorithmique (IV)



(MN 99)





Régularisation statistique (I)



$P(\vec{f} / \vec{p}) = P(\vec{p}/\vec{f}) \cdot P(\vec{f})/P(\vec{p}) = P(\vec{p}/\vec{f}) \cdot P(\vec{f})$

$\vec{\tilde{f}} = \arg \min_{\vec{f}} \left[-\log P(\vec{p}/\vec{f}) - \log P(\vec{f}) \right]$













Régularisation par contrainte













FRECT (V)







- Arrêt par seuil sur résidu (car convergence)

© Régularisation





Comparaison RPF-FRECT





Comparaison MLEM-GC-FRECT





Artefacts en SPECT

- Réponses impulsionnelles du collimateur
 - Prise en compte dans les opérateurs R et ^tR
 - Relation fréquence-distance

Kohli et al. PMB. 1998

- Auto-atténuation
 - Source externe ou TDM
 - Prise en compte dans les opérateurs R et ^tR

Rayonnement diffusé

Soustraction de fenêtres hors du pic PE



Relation fréquence-distance





Déconvolution en TEMP





Comparaison de ROIs en TEMP

S = (R*R + H*H)⁻¹ R* (TF⁻¹ B TF)





Projections Sup et Inf





Quantification intervalliste



A. Rico, O. Strauss, D. Mariano-Goulart. Fuzzy sets & Systems. 2008

Tomographie 3D

Tomographie par émission de positons Théorème de Radon 3D Synthèse des projections manquantes Reconstructions 3D vraies Corrections des artefacts Visualisation volumique



Tomographie en coïncidence 3D





Exemples de TEP





Reconstruction en TEP

Reconstruction 2D de données 2D (septa)

• Faible statistique de comptage

Réarrangement 2D de données 3D

- Algorithmes de «rebinning » (single, multi, FORE)
- S/B 7 mais approximation

Reconstruction 3D de données 3D

- S/B 7 mais temps de calcul 77
- Techniques analytiques ou algébriques








. plutôt difficile à appliquer...

1- Condition d'Orlov

2 - si les projections ne sont pas tronquées (projections complètes)



② Radon 3D

Conditions pour une reconstruction analytique



③ Projections manquantes



- I-Se limiter aux données complètes
 - Reconstruction 2D avec septa
 - Re-arrangement* puis reconstruction 2D











③ Projections manquantes



A l'ordre 1 sur $\alpha = \frac{\delta}{\omega} \zeta$:

$$\hat{p}(\omega, k, \zeta, \delta) \approx e^{-ik\alpha} \hat{p}(\omega, k, \zeta, 0)$$

$$\hat{p}(\omega, k, z, \delta) \approx \hat{p}(\omega, k, z-k\frac{\delta}{\omega}, 0)$$
$$\hat{p}(\omega, k, z, 0) \approx \hat{p}(\omega, k, z+k\frac{\delta}{\omega}, \delta)$$

Pas TF(z) : invariance inutile Interpolation en z seulement

Réf: M. Defrise et al. IEEE Trans Med Imaging 1997. 16:2; 145-158





Modélisations de la projection

④ Reconstructions 3D





D. Mariano-Goulart & JF. Crouzet, CR Physique 2005; 6:133-137 et Comput Med Imaging Graphics 2008.















Interactions Photons-Matière

















⑤ Quantification en TEP







© Quantification en TEP Fusion TEP-CT



© Quantification en TEP **« L'imagerie moléculaire »**

Hémi Parkinson cliniquement gauche











© Visualisation 3D MLEM puis MIP



TED	10	
ICF	(Г	E)

TDM

© Visualisation 3D Lymphome et Hodgkin





1






© Visualisation 3D MIP EN IRM









The Mathematics of Computerized Tomography. F. Natterer. 2001. SIAM.

Positron Emission Tomography. Basic Sciences and Clinical Practice. PE Valk, DL Bailey, DW Towsend, MN Maisey. 2003. Springer.

Merci de votre attention...

d-mariano_goulart@chu-montpellier.fr