

# Signatures de formes 3D par dépliage de cartes de Reeb

Julien Tierny<sup>1</sup>, Jean-Philippe Vandeborrel<sup>1,2</sup> et Mohamed Daoudi<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire d'Informatique Fondamentale de Lille (UMR USTL/CNRS 8022)

<sup>2</sup> GET / INT / TELECOM Lille 1

{*tierny, vandeborrel, daoudi*}@lifl.fr

## Résumé

*Cet article présente une nouvelle technique basée sur la paramétrisation de surface pour la signature insensible à la pose de modèles surfaciques de genre quelconque.*

*Tout d'abord, un graphe de Reeb de la surface d'entrée est calculé pour la segmenter en cartes de topologie contrôlée, appelées cartes de Reeb, ayant soit la topologie d'un disque, soit celle d'un anneau. Ensuite, pour chaque carte de Reeb, une application vers le domaine planaire canonique est définie. La signature d'étirement de chaque application est ensuite calculée, en se basant sur une estimation de distorsion d'aire. Au final, la surface d'entrée est représentée par l'ensemble de ses signatures d'étirement. Une application à l'évaluation de similarité insensible à la pose est proposée en comparant les signatures des différentes cartes de Reeb.*

*Des résultats expérimentaux prometteurs sont présentés et comparés aux techniques de l'état de l'art. Le gain apporté par cette nouvelle signature ainsi que son intérêt pour l'évaluation de similarité partielle sont mis en évidence.*

## Mots clefs

Analyse de forme, signature de forme, graphe de Reeb, paramétrisation de surface.

## 1 Introduction

Les signatures de forme sont des représentations compactes qui encodent la plupart des caractéristiques d'une forme. Elles sont l'ingrédient clé des moteurs de recherche basés sur le contenu [1]. De tels systèmes tirent parti de la concision des signatures pour accélérer le processus d'évaluation de similarité, profitant à de nombreuses applications, comme la modélisation par l'exemple [2].

Une caractéristique fondamentale d'une signature de forme est sa stabilité face aux transformations de la forme représentée, permettant aux moteurs de recherche de retrouver des formes similaires modulo ces transformations.

La conception de signatures de formes 3D robustes aux transformations rigides et *non-rigides* (comme l'articulation de personnages ou le pliage de forme) est un défi résolument ouvert. Par exemple, de telles signatures permettent aux moteurs de recherche de retrouver des humanoïdes qu'ils soient couchés, assis ou debouts. Les signatures orientées structure [3, 4] constituent une piste

intéressante, en particulier parce qu'elles permettent de répondre à une seconde problématique qui est l'évaluation de similarité partielle [5]. Cependant, dans ce genre d'approches, il reste encore à définir une signature appropriée pour chaque sous-partie. Parmi les signatures existantes de formes 3D *insensibles à la pose* (basées sur les distributions de distances géodésiques [6], sur les anneaux de points topologiques [7] ou l'analyse spectrale [8]), les techniques basées sur la paramétrisation de surface paraissent particulièrement prometteuses étant donné qu'elles ont déjà donné de très bons résultats pour la reconnaissance de visages [9]. Celles-ci visent à décrire l'information intrinsèquement 2D portée par la surface sous-jacente indépendamment de sa disposition dans l'espace 3D (ou de sa pose). Cependant, un inconvénient majeur de ce type de techniques est que la topologie des surfaces à comparer doit être complètement contrôlée (les surfaces doivent être de topologie équivalente).

Dans cet article, nous proposons une nouvelle technique basée sur la paramétrisation de surface pour le calcul de signatures de formes 3D insensibles à la pose. Ce travail apporte les contributions suivantes. Il améliore les précédentes techniques utilisant la paramétrisation par sa capacité à traiter des surfaces de genre quelconque. Il améliore également les techniques orientées décomposition en proposant des signatures de sous-parties plus efficaces. Il est basé sur l'idée selon laquelle deux modèles sont similaires si leurs sous-parties, ou *cartes de Reeb*, sont similaires (en particulier, si leurs dépliages dans le domaine planaire canonique introduisent des distorsions similaires).

Après un bref résumé de notre méthode, nous définissons les cartes de Reeb et introduisons les signatures par dépliage de cartes de Reeb. Finalement, nous proposons une application à l'estimation de similarité insensible à la pose. Nous présentons des résultats expérimentaux qui attestent du gain de la signature proposée pour l'estimation de similarité globale et donnons des premiers résultats montrant son intérêt pour l'estimation de similarité partielle.

## 2 Résumé de la méthode

Soit  $V$  une 2-variété fermée de genre quelconque plongée dans  $\mathbb{R}^3$ . D'abord, nous calculons le graphe de Reeb de  $V$  pour la segmenter en un ensemble de cartes  $C_i$  de topologie

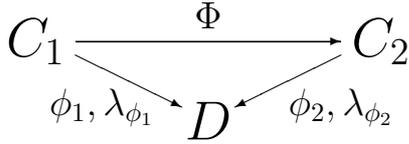


Figure 1 – *Processus d’estimation de similarité entre cartes de Reeb : chaque carte  $C_i$  est dépliée par  $\phi_i$  sur le domaine planaire canonique  $D$  et sa signature d’étirement  $\lambda_{\phi_i}$  est calculée selon la distorsion d’aire introduite par  $\phi_i$ .*

contrôlée, que nous appelons *cartes de Reeb*, ayant soit la topologie d’un disque, soit celle d’un anneau.

Pour évaluer la similarité entre deux cartes  $C_1$  et  $C_2$  de topologie équivalente, nous essayons de caractériser une application  $\Phi : C_1 \rightarrow C_2$ . Cependant, dans cet article, nous traitons le calcul de signature. Donc, nous caractérisons  $\Phi$  en utilisant les applications de transition  $\phi_1$  et  $\phi_2$  vers un domaine de référence, le domaine planaire canonique  $D$  (soit un disque unitaire, soit un anneau unitaire), comme illustré figure 1 :  $\Phi := \phi_2^{-1} \circ \phi_1$ . Ensuite, la similarité entre  $C_1$  et  $C_2$  est évaluée en comparant les applications  $\phi_1$  et  $\phi_2$ . En particulier, nous caractérisons  $\phi_1$  et  $\phi_2$  par leur *signature d’étirement* ( $\lambda_{\phi_1}$  et  $\lambda_{\phi_2}$ ), une fonction de la distorsion d’aire qu’elles introduisent.

Ensuite, pour l’estimation de similarité, nous introduisons une distance entre les signatures d’étirement  $\lambda_{\phi_1}$  et  $\lambda_{\phi_2}$ . Enfin, la distance entre deux 2-variétés fermées de genre quelconque est une fonction des distances de signature d’étirement de leurs différentes cartes de Reeb.

### 3 Segmentation en cartes de Reeb

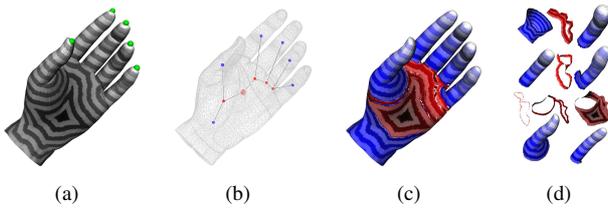


Figure 2 – *Segmentation d’un modèle surfacique de main en ses cartes de Reeb.*

Pour traiter des surfaces de genre quelconque, nous utilisons une stratégie “diviser pour régner” basée sur les graphes de Reeb [10] (cf. définition 1), comme cela a été proposé dans le cadre du ré-échantillonnage de triangulation [11] ou du plaquage de texture [12].

**Définition 1 (Graphe de Reeb)** Soit  $f : V \rightarrow \mathbb{R}$  une fonction de Morse définie sur une variété compacte  $V$ . Le graphe de Reeb  $R(f)$  est l’espace quotient sur  $M \times \mathbb{R}$  par la relation d’équivalence  $(p_1, f(p_1)) \sim (p_2, f(p_2))$ , valable si  $f(p_1) = f(p_2)$  et si  $p_1, p_2$  appartiennent à la même composante connexe de  $f^{-1}(f(p_1))$ .

Pour assurer l’invariance aux transformations rigides et la robustesse aux transformations non-rigides, nous calculons le graphe de Reeb de la variété d’entrée (représentée par une triangulation notée  $T$ ) en utilisant une fonction de Morse basée sur les distances géodésiques. En particulier, pour introduire une certaine *sémantique visuelle* dans la décomposition, nous extrayons automatiquement les *points caractéristiques* [13] de la triangulation (sommets situés aux extrémités des composantes proéminentes). Pour chaque sommet  $s \in T$ ,  $f(s) = \delta(s, s_c)$  où  $\delta$  représente la distance géodésique et  $s_c$  le point caractéristique le plus proche de  $s$ . La figure 2(a) montre les lignes de niveau de  $f$  et les points caractéristiques de  $T$  (en vert). Pour de plus amples détails sur l’algorithme de construction de graphe de Reeb, nous renvoyons le lecteur à [14].

**Définition 2 (Carte de Reeb)** Soit  $\Psi : V \rightarrow R(f)$  une application qui à tout point  $p$  de  $V$  associe sa classe d’équivalence dans  $R(f)$ . Soit  $E = \{E_0, E_1 \dots E_n\}$  l’ensemble des arêtes du graphe de Reeb  $R(f)$  (une arête étant l’union maximale connexe de classes d’équivalence ne contenant que des points réguliers de  $f$ ). Nous appelons *carte de Reeb*  $C_i$  l’image inverse par  $\Psi$  d’une arête  $E_i$  du graphe de Reeb  $R(f)$  :  $C_i = \Psi^{-1}(E_i)$ .

La figure 2(b) montre un graphe de Reeb dual (où chaque arête  $E_i$  est regroupée en un noeud de couleur). Les figures 2(c) et 2(d) montrent la segmentation du modèle de main en ses cartes de Reeb. Concrètement, les cartes de Reeb sont les partitions de la surface correspondant aux noeuds du graphe de Reeb dual.

**Énoncé 1 (Topologie des cartes de Reeb)** Les cartes de Reeb d’une 2-variété compacte fermée et orientable ont soit la topologie d’un disque, soit celle d’un anneau, ce quelque soit le genre de la variété.

Cet énoncé peut être brièvement argumenté comme suit. Par définition, une arête  $E_i$  a deux extrémités, dont les images inverses par  $\Psi$  sont des cercles, formant les bords de la carte  $C_i$  ( $C_i$  est de genre nul). Donc, les cartes ont deux bords et sont donc de topologie équivalente à celle d’un anneau. Cependant, dans le cas d’une carte adjacente à un extremum local de  $f$ , le bord associé se réduit à un point (l’extremum). On considérera donc que ces cartes ont la topologie d’un disque.

Sur la figure 2(d), les cartes de Reeb de type disque ont été coloriées en bleu tandis que celles de type anneau l’ont été en rouge. Notez que la décomposition proposée apporte une certaine *sémantique visuelle* : chacun des doigts forme une carte distincte.

### 4 Signatures par dépliage des cartes de Reeb

Pour calculer une signature insensible à la pose de chacune des cartes  $C_i$  identifiées dans l’étape précédente, nous

proposons de les caractériser par leur dépliage dans le domaine planaire canonique. Une telle application introduit presque toujours de la distorsion [15]. En particulier, nous nous intéressons dans cet article à la distorsion d'aire introduite, que nous caractérisons par la *signature d'étirement*.

#### 4.1 Dépliage des cartes de Reeb de type disque

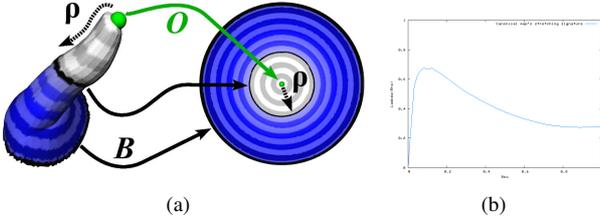


Figure 3 – Calcul d'une signature par dépliage d'une carte de type disque.

Étant donnée la segmentation produite par le graphe de Reeb, une application directe et naturelle vers le domaine planaire canonique est utilisée, sans coût de calcul supplémentaire, en se basant sur la fonction de Morse représentée par le graphe de Reeb. En effet, pour une carte  $C_i$  de type disque, soit  $O$  l'extrémum local qu'elle contient et  $B$  son bord. Nous définissons  $\phi_i$  telle qu'elle associe  $O$  au centre du disque planaire unitaire,  $B$  à son bord et les lignes de niveau de  $f$  à des cercles concentriques, comme indiqué sur la figure 3, où le pouce du modèle de main de la figure 2 a été associé au domaine planaire  $D$ .

Soit  $\rho(p) \in ]0, 1]$  la différence de valeur de  $f$  (normalisée et en valeur absolue) entre  $O$  et un point  $p \in C_i$ , comme indiqué sur la figure 3. Par conséquence de la définition des cartes de Reeb, les sous-ensembles de niveau de  $\rho$  ( $\{p_1, p_2 \dots p_n\} | \rho(p_1, p_2, \dots p_n) \leq \rho_0$ ) ont aussi la topologie d'un disque, comme illustré par le sous-ensemble de niveau en blanc sur la figure 3. En particulier, quand  $\rho$  augmente, la forme des sous-ensembles de niveau varie. Cela induit donc une évolution dans la distorsion introduite par leur dépliage sur  $D$ . Par conséquent, pour capturer l'évolution de forme des cartes, nous introduisons la *signature d'étirement*  $\lambda_{\phi_i}$  de  $\phi_i$  comme suit :

$$\lambda_{\phi_i}(\rho) = \frac{A_{C_i}(\rho)}{A_D(\rho)} = \frac{A_{C_i}(\rho)}{\pi\rho^2} \quad (1)$$

où  $A_{C_i}(\rho)$  représente l'aire du sous-ensemble de niveau pour le paramètre  $\rho$  sur  $C_i$  et  $A_D(\rho)$  représente l'aire du sous-ensemble de niveau sur  $D$ .  $A_{C_i}(\rho)$  est calculée en sommant l'aire des triangles de  $T$  associés au sous-ensemble de niveau (après avoir normalisé la longueur des arêtes par  $f$ , comme pour  $\rho$ ). Intuitivement,  $\lambda_{\phi_i}(\rho)$  décrit l'étirement à produire pour plaquer la carte quand  $\rho$  augmente.

La figure 4 montre quelques exemples de signatures d'étirement pour diverses primitives de cartes de type

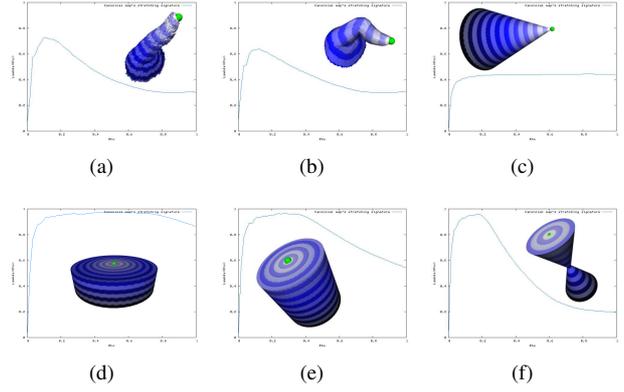


Figure 4 – Exemples de signatures d'étirement pour des versions altérées du pouce et pour d'autres cartes primitives.

disque. Comme  $f$  est basée sur des distances géodésiques, elle est invariante aux transformations rigides et robuste aux transformations non rigides, comme illustré sur la figure 4(b), où une version pliée du pouce donne une signature quasiment identique à celle de l'original. De plus, la signature est également robuste au bruit surfacique, comme le montre la figure 4(a).

La relation entre la signature d'étirement et la forme représentée peut être soulignée par les remarques suivantes. Sur la figure 4(d),  $C_i$  est planaire jusqu'à ce que  $\rho = 0.65$ , donc  $\lambda_{\phi_i}(\rho)$  tend vers 1 quand  $\rho$  tend vers 0.65. Dans le cas d'un cône,  $\lambda_{\phi_i}(\rho) = \sin(\alpha)$  où  $\alpha = \text{atan}(\frac{r}{h})$  et où  $r$  et  $h$  représentent le rayon et la hauteur du cône. Donc  $\lambda_{\phi_i}(\rho)$  tend vers un terme constant, comme indiqué figure 4(c). Finalement, lorsqu'un goulot d'étranglement est présent sur la carte (figure 4(f)), la signature décrit une inflexion.

#### 4.2 Dépliage des cartes de Reeb de type anneau

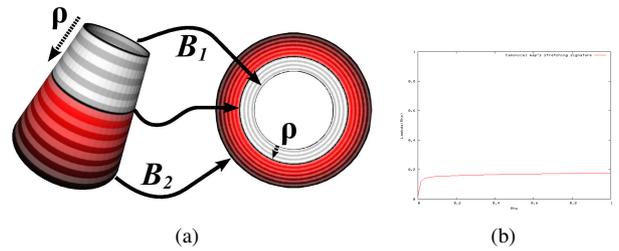


Figure 5 – Signature par dépliage d'une carte de type anneau.

Un raisonnement analogue peut être appliqué pour les cartes de type anneau. Soit  $B_1$  le bord de plus petit périmètre d'une carte  $C_j$  de type anneau et  $B_2$  son autre bord. Dans ce cas, nous définissons  $\phi_j$  telle qu'elle associe  $B_1$  au bord interne de l'anneau planaire unitaire et  $B_2$  à son bord externe, comme illustré sur la figure

5. En définissant le paramètre  $\rho$  de manière similaire au paragraphe précédent, nous pouvons dire que les sous-ensembles de niveau de  $\rho$  ont également la topologie d'un anneau, comme illustré par le sous-ensemble de niveau en blanc sur la figure 5. Donc nous introduisons la signature d'étirement  $\lambda_{\phi_j}$  de  $\phi_j$  comme suit, (l'anneau planaire unitaire a pour rayon interne 1) :

$$\lambda_{\phi_j}(\rho) = \frac{A_{C_j}(\rho)}{A_D(\rho)} = \frac{A_{C_j}(\rho)}{\pi(\rho+1)^2 - \pi} \quad (2)$$

Notez que sur la figure 5, la carte est une version tronquée d'un cône ; donc sa signature est similaire à celle du cône figure 4(c) (modulo un rapport de proportionnalité, fonction de l'ouverture du cône).

## 5 Application à l'estimation de similarité insensible à la pose

Pour évaluer l'efficacité de la signature proposée, nous l'utilisons pour l'estimation de similarité de forme sur le jeu de données ISDB de l'Université de Tel-Aviv, qui est composé de personnages et d'animaux articulés (106 modèles surfaciques, 9 classes : chats, chevaux, chiens, dinosaures, grenouilles, humains, lions, loups et mains).

### 5.1 Similarité globale de forme

Pour comparer deux signatures, nous utilisons une distance  $L_1$ , normalisée par le nombre d'échantillons dans la signature (typiquement 64).

Pour calculer la distance entre deux modèles, nous utilisons un algorithme de mise en correspondance bipartite [7] qui associe les paires de cartes de topologie équivalente, minimisant leur distance, tout en minimisant la somme globale des distances, notée  $d$ . Au final, la distance entre les deux modèles est donnée par la somme  $d$  des distances associées aux appariements.

Grâce à la concision des signatures, une fois que le graphe de Reeb du modèle requête a été calculé, la comparaison de formes entre la requête et l'ensemble du jeu de données est achevée après environ **100 millisecondes** (sur un PC type P4).

La figure 6 montre une requête typique et les résultats retournés par le système, par ordre de similarité. Les cartes qui ont été mises en correspondance ont été coloriées de manière identique. Notez qu'à l'exception d'un cas, la queue du cheval en requête a été mise en correspondance avec la queue de chacun des modèles retournés. Des commentaires similaires peuvent être faits concernant les pattes, ou le coup, ce qui atteste de l'efficacité de la signature d'étirement. De plus, cette figure montre que cette signature est clairement insensible à la pose puisque des chevaux dans des poses différentes ont été retournés en tête de liste.

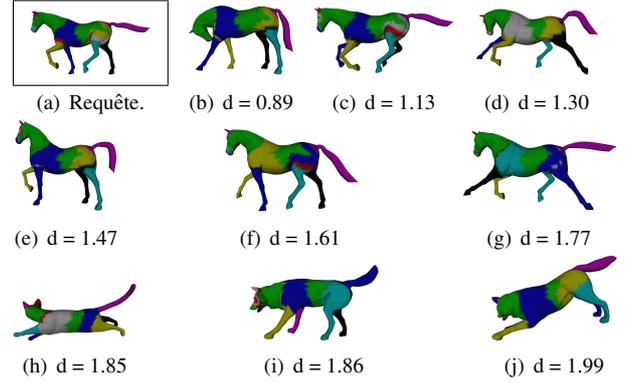


Figure 6 – Appariements des cartes entre un modèle requête et les résultats retournés.

Le tableau 1 donne une évaluation plus quantitative du système, en le comparant à d'autres techniques (plus haut sont les scores, meilleurs ils sont [16]). La première ligne reporte les scores de notre algorithme de comparaison, en utilisant les signatures par dépliage des cartes de Reeb. La deuxième ligne reporte les scores du même algorithme, utilisant comme attribut de sous-partie les attributs proposés dans [3] (ratio d'aire et largeur de l'intervalle sur la fonction de Morse). Par exemple, pour le score dit du 1<sup>st</sup> Tiers (pourcentage des résultats appartenant à la classe de la requête et apparaissant dans les  $K$  premiers résultats, où  $K$  est fonction de la taille de la classe), le gain apporté par les signature par dépliage de carte de Reeb est proche de **9 %**. Notez que les scores de la méthode décrite dans [6] ne pouvaient pas être reportés puisqu'ils ont été obtenus sur un sous-ensemble non spécifié de 80 objets du jeu de données ISDB.

Méthodes	NN	1 <sup>er</sup> T.	2 <sup>nd</sup> T.	E-M	DCG
<b>DCR</b>	<b>94.3 %</b>	<b>79.2 %</b>	<b>89.4 %</b>	<b>59.1 %</b>	<b>92.1 %</b>
HBA	88.7 %	70.6%	85.7 %	54.0 %	89.1 %
[17]	67.9 %	44.0 %	60.6 %	39.4 %	71.7 %

Tableau 1 – Scores d'estimation de similarité sur le jeu de données ISDB.

### 5.2 Similarité partielle de forme

La figure 7 fait un zoom sur les appariements entre les cartes d'un modèle de main et celui d'un humanoïde, où certaines des cartes mises en correspondance ont été affichées de la même couleur. Notez que le pouce a été mis en correspondance avec le bon pouce sur l'humanoïde et que les doigts restants ont été mis en correspondance avec d'autres doigts, malgré leurs différences de pose.

À l'avenir, en se basant sur ces résultats encourageants, nous souhaitons concevoir des algorithmes de mise en correspondance de sous-graphes de sorte que, par exemple, la main soit mise en correspondance avec la totalité de la main correspondante dans l'humanoïde, permettant l'évaluation de similarité partielle [2, 5].

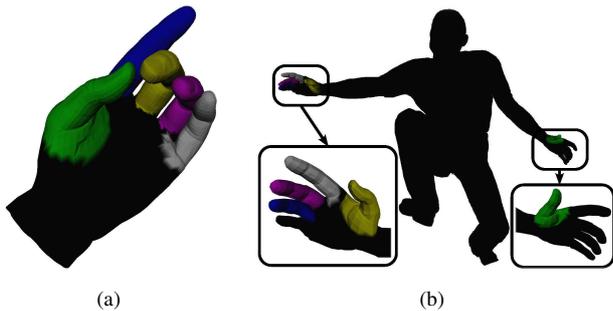


Figure 7 – Appariements de cartes entre une main et un humanoïde.

## 6 Conclusion et perspectives

Dans cet article, nous avons proposé une nouvelle technique basée sur la paramétrisation de surface pour le calcul de signature de formes 3D insensible à la pose. Dans un premier temps, elle décompose la surface en cartes de topologie contrôlée. Puis elle caractérise chaque carte par une fonction d'évaluation de la distorsion introduite par son dépliage dans le domaine planaire.

Cette méthode améliore les techniques précédentes basées sur la paramétrisation par sa capacité à traiter des surfaces de genre quelconque. Elle améliore également les précédentes méthodes orientées décomposition, en proposant des signatures pour les sous-parties plus efficaces, donnant de meilleurs scores sur le jeu de données ISDB (voir tableau 1).

Cependant, lors de l'estimation de similarité entre signatures, nous n'avons pas tiré parti de l'information intrinsèquement structurelle apportée par le graphe de Reeb, ce pour mettre en valeur le gain seul de la signature proposée. À l'avenir, nous tenterons de développer des algorithmes de mise en correspondance de sous-graphes pour répondre à la problématique de l'estimation de similarité partielle [2, 5], bénéficiant de la description efficace proposée par le dépliage de carte de Reeb (figure 7).

## Références

- [1] Johan W H Tangelder et Remco C Veltkamp. A survey of content based 3D shape retrieval methods. Dans *IEEE Shape Modeling International*, pages 145–156, 2004.
- [2] Thomas Funkhouser, Michael Kazhdan, Philip Shilane, Patrick Min, William Kiefer, Ayellet Tal, Szymon Rusinkiewicz, et David Dobkin. Modeling by example. *ACM Transactions on Graphics*, 23 :652–663, 2004.
- [3] Masaki Hilaga, Yoshihisa Shinagawa, Taku Kohmura, et Toshiyasu Kunii. Topology matching for fully automatic similarity estimation of 3D shapes. Dans *SIGGRAPH*, pages 203–212, 2001.
- [4] H Sundar, Deborah Silver, Nikhil Gagvani, et Sven J Dickinson. Skeleton based shape matching and retrieval.

val. Dans *IEEE Shape Modeling International*, pages 130–142, 2003.

- [5] Silvia Biasotti, Simone Marini, Michela Spagnuolo, et Bianca Falcidieno. Sub-part correspondence by structural descriptors of 3D shapes. *Computer-Aided Design Journal*, 38 :1002–1019, 2006.
- [6] Ran Gal, Ariel Shamir, et Daniel Cohen-Or. Pose oblivious shape signature. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 13 :261–271, 2007.
- [7] Gary K L Tam et Rynson W H Lau. Deformable model retrieval based on topological and geometric signatures. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 13 :470–482, 2007.
- [8] Varun Jain et Hao Zhang. A spectral approach to shape-based retrieval of articulated 3D models. *Computer-Aided Design Journal*, page To appear, 2007.
- [9] Sen Wang, Yang Wang, Miao Jin, Xianfeng Gu, et Dimitris Samaras. 3D surface matching and recognition using conformal geometry. Dans *IEEE CVPR*, pages 2453–2460, 2006.
- [10] Georges Reeb. Sur les points singuliers d'une forme de Pfaff complètement intégrable ou d'une fonction numérique. *Comptes-rendus des Séances de l'Académie des Sciences*, 222 :847–849, 1946.
- [11] Giuseppe Patanè, Michela Spagnuolo, et Bianca Falcidieno. Para-graph : Graph-based parameterization of triangle meshes with arbitrary genus. *Computer Graphics Forum*, 23 :783–797, 2004.
- [12] Eugene Zhang, Konstantin Mischaikow, et Greg Turk. Feature-based surface parametrization and texture mapping. *ACM Transactions on Graphics*, 24 :1–27, 2005.
- [13] Sagi Katz, George Leifman, et Ayellet Tal. Mesh segmentation using feature point and core extraction. *The Visual Computer*, 21 :865–875, 2005.
- [14] Julien Tierny, Jean-Philippe Vandeborre, et Mohamed Daoudi. Graphes de Reeb de haut niveau de maillages polygonaux 3D. Dans *CORESA*, pages 172–177, 2006.
- [15] M S Floater et K Hormann. Surface parameterization : a tutorial and survey. Dans *Advances in Multi-resolution for Geometric Modelling*, pages 157–186, 2004.
- [16] Philip Shilane, Patrick Min, Michael Kazhdan, et Thomas Funkhouser. The Princeton shape benchmark. Dans *IEEE Shape Modeling International*, pages 167–178, 2004.
- [17] Thomas Funkhouser, Patrick Min, Michael Kazhdan, Joyce Chen, Alex Halderman, et David Dobkin. A search engine for 3D models. *ACM Transactions on Graphics*, 22 :83–105, 2003.