Stabilité d'un algorithme distribué de gradient local pour le routage dynamique de paquets

Florian Huc[1] Christelle Molle[2] Nicolas Nisse[3]
Stéphane Pérennes[3] Hervé Rivano[4]

[1]TCS-sensor lab, Université de Genève

[2]DRAKKAR, LIG, Grenoble

[3]MASCOTTE, I3S/INRIA, Sophia Antipolis

[4]SWING, CITI, Lyon

JGA 2009 - 05/11/2009

Introduction

Dynamique dans les réseaux

- Utilisateurs/Infrastructure bougent $\longrightarrow$ routage localisé
- Trafic : flot $\neq$ paquets $\longrightarrow$ gestion des files d'attente
- Medium imparfait $\longrightarrow$ perte de paquets

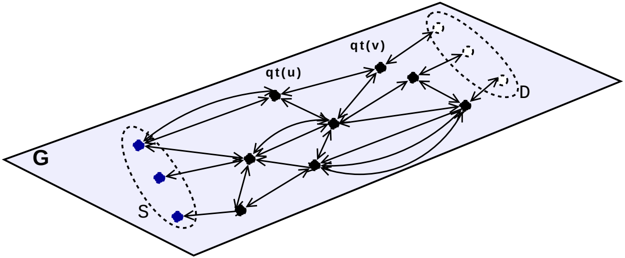
Notre étude

- Réseau à file d'attente
- Algorithme distribué simple
- Routage dynamique de proche en proche suivant un gradient local
- Pertes éventuelles de paquets
- Stabilité $=$ taille des files d'attente bornée

$\mathcal{S}$-$\mathcal{D}$-réseau à file d'attente

Multigraphe $G = (V, E)$:

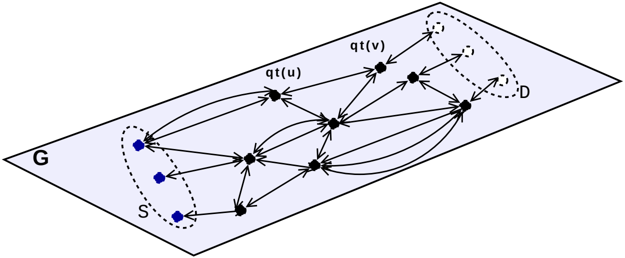
- $\mathcal{S} \subset V$: ensemble de sources
- $\mathcal{D} \subset V \setminus \mathcal{S}$: ensemble de destinations
- $q_t(v)$: nombre de paquets stockés par le nœud v à l'instant t



$\mathcal{S}$-$\mathcal{D}$-réseau à file d'attente

A chaque étape :

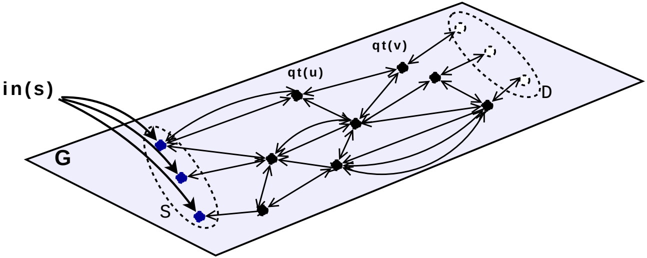
1. chaque $s \in \mathcal{S}$ injecte $in(s)$ paquets dans sa file d'attente.
2. chaque lien peut transmettre au plus 1 paquet, qui peut être perdu sans que l'émetteur n'en soit informé.
3. chaque $d \in \mathcal{D}$ extrait $\min\{q_t(d), out(d)\}$ paquets de sa file d'attente.



$\mathcal{S}$-$\mathcal{D}$-réseau à file d'attente

A chaque étape :

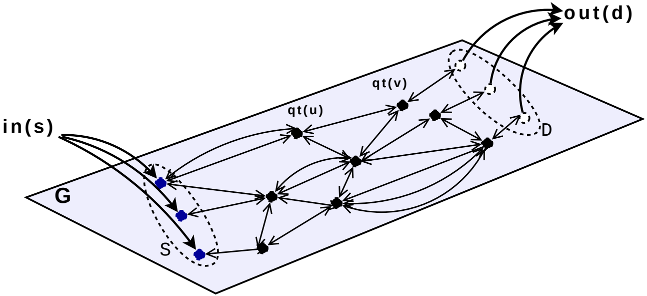
1. chaque $s \in \mathcal{S}$ injecte $in(s)$ paquets dans sa file d'attente.
2. chaque lien peut transmettre au plus 1 paquet, qui peut être perdu sans que l'émetteur n'en soit informé.
3. chaque $d \in \mathcal{D}$ extrait $\min\{q_t(d), out(d)\}$ paquets de sa file d'attente.



$\mathcal{S}$-$\mathcal{D}$-réseau à file d'attente

A chaque étape :

1. chaque $s \in \mathcal{S}$ injecte $in(s)$ paquets dans sa file d'attente.
2. chaque lien peut transmettre au plus 1 paquet, qui peut être perdu sans que l'émetteur n'en soit informé.
3. chaque $d \in \mathcal{D}$ extrait $\min\{q_t(d), out(d)\}$ paquets de sa file d'attente.



LGG : algorithme distribué de gradient local

Hypothèses

- Réseau synchrone, full-duplex
- Informations locales : files des voisins
- Tourne indépendamment en chaque nœud

Au cours d'une étape t :

1. $q_t(s) = q_{t-1}(s) + in(s), \ \forall s \in \mathcal{S}$
2. $\forall u \in V, \ v \in \Gamma(u)$:
   - si $q_t(v) < q_t(u)$, u envoie 1 paquet à v
   - si u n'a pas assez de paquets : envoie à ses $|q_t(u)|$ petits voisins
   - si le paquet est perdu : non ajouté à la file de v
3. $q_t(d) = q_t(d) - min\{out(d), q_t(d)\}, \ \forall d \in \mathcal{D}$

Introduction à la stabilité

Etat du $\mathcal{S}$-$\mathcal{D}$-réseau

$$P_t = \sum_{v \in V} q_t^2(v)$$

Stabilité de LGG sur G

Si l'état du réseau reste borné au cours du temps : $(P_t)_{t \in \mathbb{N}}$ bornée.

Etat de l'art

- Stabilité si taux d'arrivée $<$ flot max
  [Tassiulas et Ephremides, IEEE Trans. Aut. Con. 1992]
- Stabilité si taux d'arrivée $\leq$ flot max pour 1 destination
  [Awerbuch et *al*, FOCS 2001]

Introduction à la stabilité

Etat du $\mathcal{S}$-$\mathcal{D}$-réseau

$$P_t = \sum_{v \in V} q_t^2(v)$$

Stabilité de LGG sur G

Si l'état du réseau reste borné au cours du temps : $(P_t)_{t \in \mathbb{N}}$ bornée.

Etat de l'art

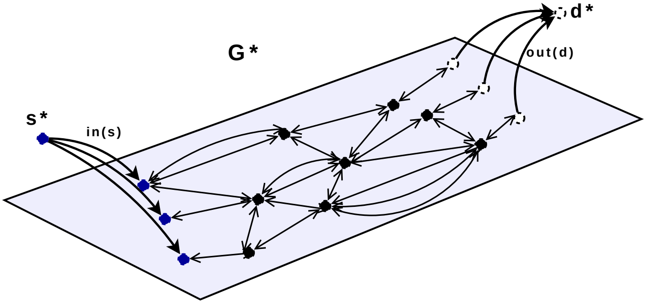
- Stabilité si taux d'arrivée $<$ flot max
  [Tassiulas et Ephremides, IEEE Trans. Aut. Con. 1992]
- Stabilité si taux d'arrivée $\leq$ flot max pour 1 destination
  [Awerbuch et *al*, FOCS 2001]

$\Rightarrow$ Stabilité $\forall$ $\#$ sources/destinations et perte aléatoire des paquets

Graphe associé

$G^* = (V^*, E^*)$ avec :

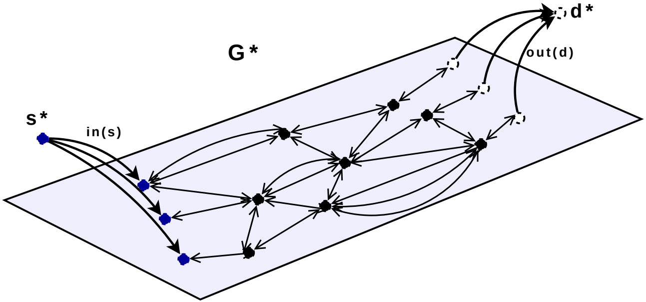
- $V^* = V \cup \{s^*, d^*\}$
- $E^* = E \cup \{(s^*, s),\ \forall s \in \mathcal{S}\} \cup \{(d, d^*),\ \forall d \in \mathcal{D}\}$



Graphe associé

$G^* = (V^*, E^*)$ avec :

- $V^* = V \cup \{s^*, d^*\}$
- $E^* = E \cup \{(s^*, s),\ \forall s \in \mathcal{S}\} \cup \{(d, d^*),\ \forall d \in \mathcal{D}\}$



$\mathcal{S}$-$\mathcal{D}$-réseau réalisable

$\exists$ s^*-d^*-flot réalisable Φ dans G^* tel que $\Phi(s^*, s) = in(s)$ pour tout $s \in \mathcal{S}$.

Stabilité du protocole

Théorème

Si G est un $\mathcal{S}$-$\mathcal{D}$-réseau réalisable, alors LGG est stable sur G.
Sinon, le nombre de paquets en transit peut diverger avec le temps quel que soit l'algorithme utilisé.

$\mathcal{S}$-$\mathcal{D}$-réseau non saturé

$\exists\ \epsilon > 0$ et s^*-d^*-flot réalisable Φ dans G^* tel que $\Phi(s^*, s) \geq (1+\epsilon) in(s)$ pour tout $s \in \mathcal{S}$.

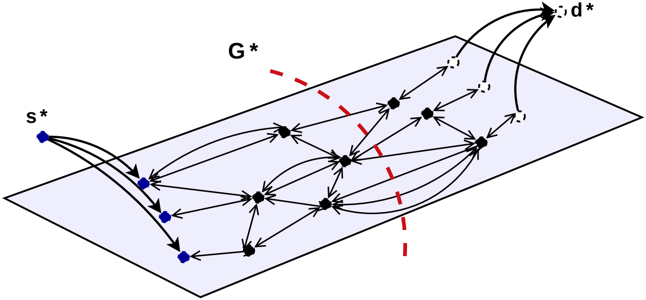
- Correspond à la région de stabilité [Tassiulas et Ephremides, IEEE Trans. Aut. Con. 1992]
- Preuve de stabilité :
  - Etude évolution état du réseau au cours d'une étape :

$$P_{t+1} \leq P_t + 2\delta_t + n\Delta^2$$

  - Comparaison liens de LGG et flot max

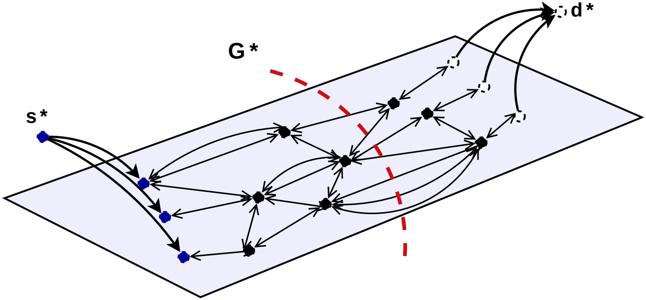
Stabilité dans le cas saturé

- Techniques précédentes insuffisantes
- $\Rightarrow$ **Preuve par induction sur** $|V|$
- Etude des s^*-d^*-coupes minimum dans G^*



Stabilité dans le cas saturé

- Techniques précédentes insuffisantes
- $\Rightarrow$ **Preuve par induction sur** $|V|$
- Etude des s^*-d^*-coupes minimum dans G^*



$\Rightarrow$ Généralisation du comportement du réseau

$\mathcal{S}$-$\mathcal{D}$-réseau R-généralisé

Comportement

- $\mathcal{S}/\mathcal{D}$: sources/destinations R-généralisées
- $\forall v \in (\mathcal{S} \cup \mathcal{D})$:
  - injecte au plus $in(v)$ dans sa file
  - extrait au plus $out(v)$ de sa file
  - si $q_t(v) > R$, extrait au moins $\min\{out(v), q_t(v) - R\}$
  - si $q_t(v) \leq R$, v peut mentir à ses voisins sur la hauteur de sa file : $q'_t(v) \leq R$
- si $in(v) \leq out(v)$: $v \in \mathcal{D}$, sinon $v \in \mathcal{S}$

$\mathcal{S}$-$\mathcal{D}$-réseau R-généralisé

Comportement

- $\mathcal{S}/\mathcal{D}$: sources/destinations R-généralisées
- $\forall v \in (\mathcal{S} \cup \mathcal{D})$:
  - injecte au plus $in(v)$ dans sa file
  - extrait au plus $out(v)$ de sa file
  - si $q_t(v) > R$, extrait au moins $\min\{out(v), q_t(v) - R\}$
  - si $q_t(v) \leq R$, v peut mentir à ses voisins sur la hauteur de sa file : $q'_t(v) \leq R$
- si $in(v) \leq out(v)$: $v \in \mathcal{D}$, sinon $v \in \mathcal{S}$

Correspondance

Tout $\mathcal{S}$-$\mathcal{D}$-réseau est un $\mathcal{S}$-$\mathcal{D}$-réseau 0-généralisé.

Principe de l'induction

Théorème

$\forall R \geq 0$, $\mathcal{S}$-$\mathcal{D}$-réseau R-généralisé réalisable, LGG est stable.

Hypothèse d'induction

LGG est stable sur tout $\mathcal{S}'$-$\mathcal{D}'$-réseau R'-généralisé de n nœuds,
$\forall R' \geq 0, \; n < |V|, \; |V| > 1$.

Principe de l'induction

Théorème

$\forall R \geq 0$, $\mathcal{S}$-$\mathcal{D}$-réseau R-généralisé réalisable, LGG est stable.

Hypothèse d'induction

LGG est stable sur tout $\mathcal{S}'$-$\mathcal{D}'$-réseau R'-généralisé de n nœuds, $\forall R' \geq 0, \ n < |V|, \ |V| > 1$.

1. s^*-d^*-coupe minimum aux sommets virtuels $\rightarrow$ bases de l'induction

Principe de l'induction

Théorème

$\forall R \geq 0$, $\mathcal{S}$-$\mathcal{D}$-réseau R-généralisé réalisable, LGG est stable.

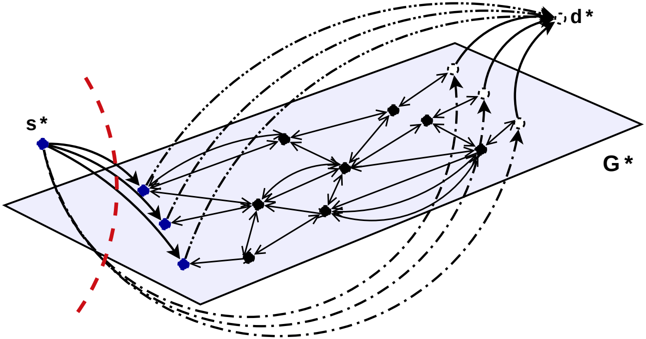
Hypothèse d'induction

LGG est stable sur tout $\mathcal{S}'$-$\mathcal{D}'$-réseau R'-généralisé de n nœuds, $\forall R' \geq 0,\ n < |V|,\ |V| > 1$.

1. s^*-d^*-coupe minimum aux sommets virtuels $\longrightarrow$ bases de l'induction
2. s^*-d^*-coupe minimum dans G $\longrightarrow$ étape d'induction

Base de l'induction (1)

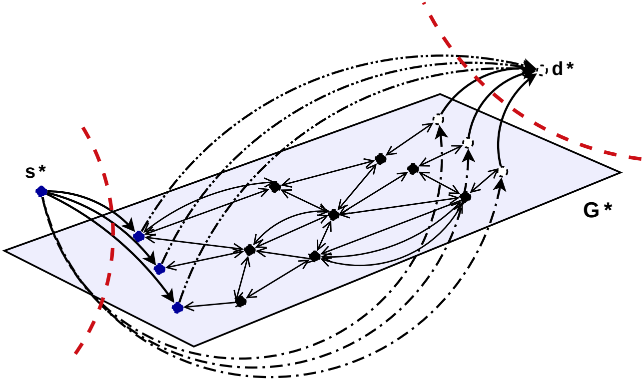
$\Rightarrow$ s^*-d^*-coupe minimum unique aux sources



- $\mathcal{S}$-$\mathcal{D}$-réseau R-généralisé non saturé
- adaptation preuve dans les $\mathcal{S}$-$\mathcal{D}$-réseaux

Base de l'induction (2)

$\Rightarrow$ 2nde s^*-d^*-coupe minimum aux destinations



- perte de paquets $\Rightarrow$ hypothèse d'induction inapplicable

Base de l'induction (2)

Conjecture

Si LGG stable lorsque exactement $in(s)$ paquets injectés et sans perte de paquets $\Rightarrow$ LGG stable lorsque au plus $in(s)$ paquets injectés et avec pertes.

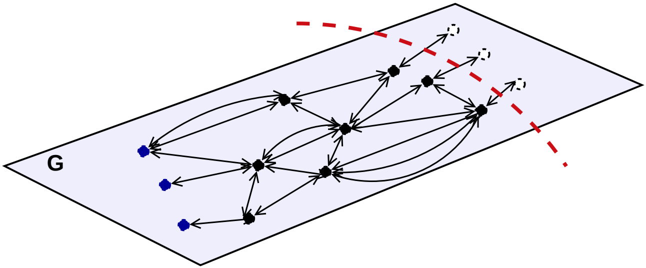
- si $v \in (\mathcal{S} \cup \mathcal{D})$ tels que $q_t(v) \geq R + \max_{u \in (\mathcal{S} \cup \mathcal{D})} out(u)\ \forall t \geq t_0$:

$$\sum_{v \in V} q_t(v) \leq \sum_{v \in V} q_{t_0}(v)$$

- sinon $\exists M > 0$ et une infinité de t tel que $q_t(v) \leq M$, $\forall v \in V$

Etape d'induction

$\Rightarrow \exists\ s^*$-d^*-coupe minimum (A, B) dans G



- $B = \mathcal{S}'$-$\mathcal{D}'$-réseau R-généralisé $\Rightarrow$ stable par induction
- $A = \mathcal{S}''$-$\mathcal{D}''$-réseau R_B-généralisé $\Rightarrow$ stable par induction

Conclusion

- Algorithme simple distribué localisé
- Pas d'interférences

Réseau half-duplex

Ensembles d'appels sans routage $\Rightarrow$ files bornées
[Wu et Srikant, CDC-ECC 2005]

Perspectives

- Prouver la conjecture
- Impact calcul des ensembles d'appels sur la stabilité de LGG
- Valider insensibilité aux pertes de paquets

Merci de votre attention.

?