$2K_2$-partition de quelques classes de graphes

G-SCOP, UJF

Ana Silva   Frédéric Maffray   Simone Dantas

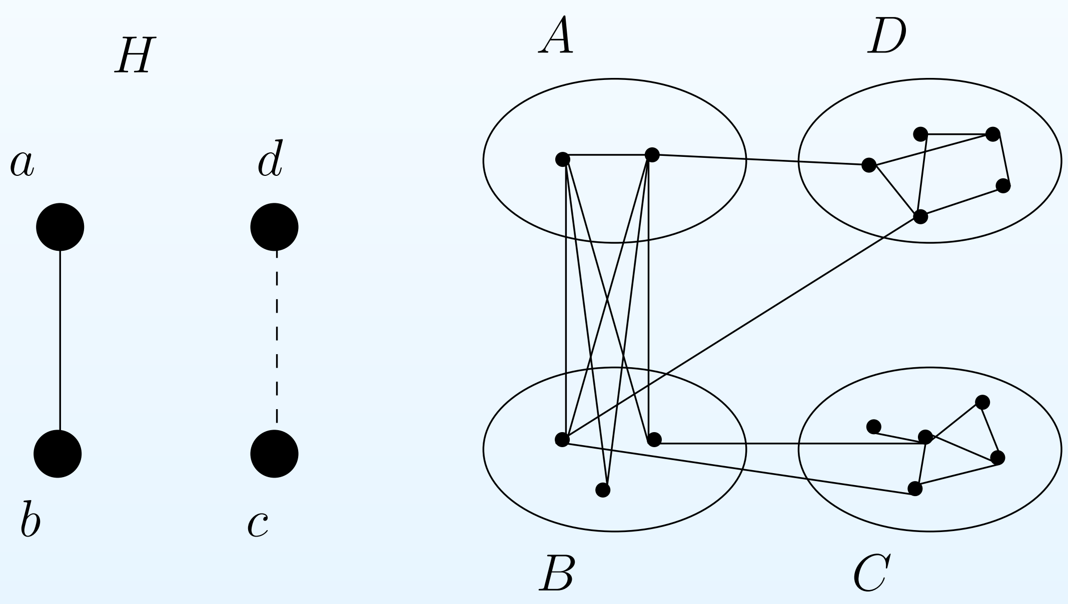
H-partition

graphe modèle $H = (\{a, b, c, d\}, E)$
H-partition: partition de $V(G)$ en $\{A, B, C, D\}$ dont les adjacences satisfont les contraintes definies par E

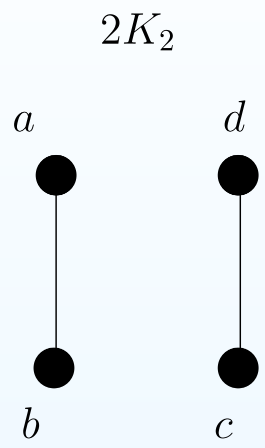
H-partition

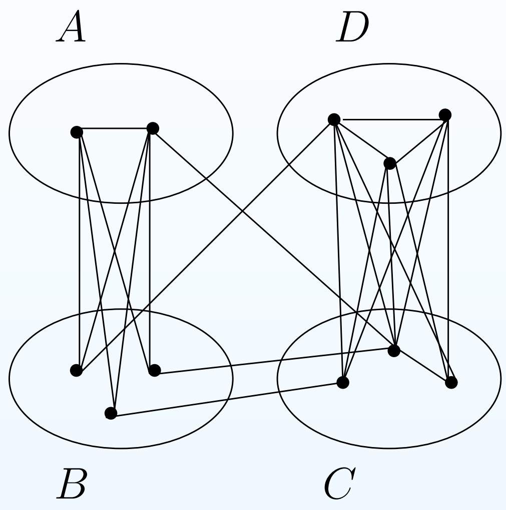
graphe modèle $H = (\{a, b, c, d\}, E)$

H-partition: partition de $V(G)$ en $\{A, B, C, D\}$ dont les adjacences satisfont les contraintes definies par E

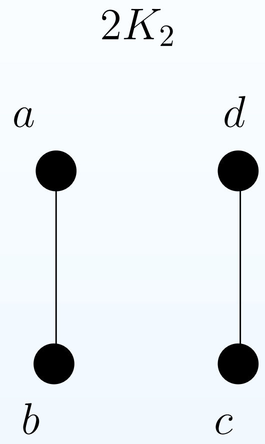


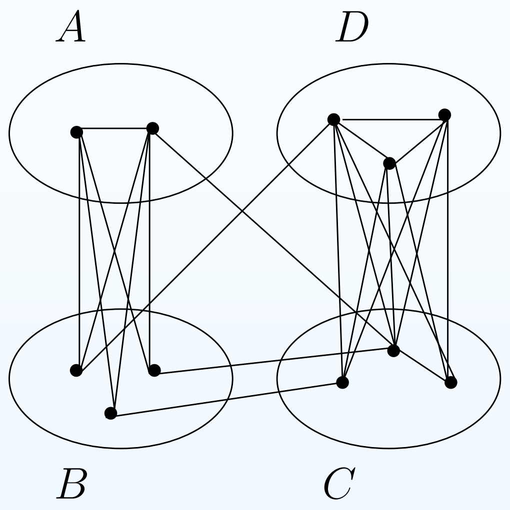
$2K_2$-partition





$2K_2$-partition





On peut trouver si G a une H-partition ou pas en temps polinomial, pour tout H, sauf pour $H = 2K_2$.

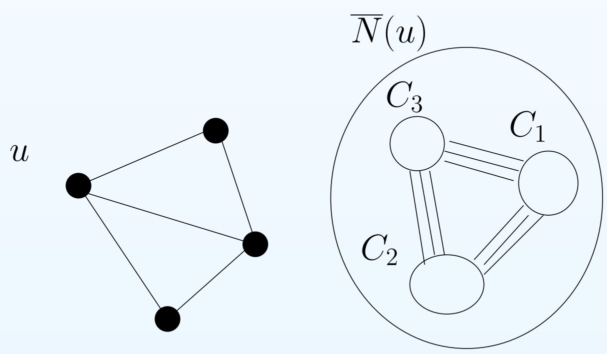
Quelques assumptions

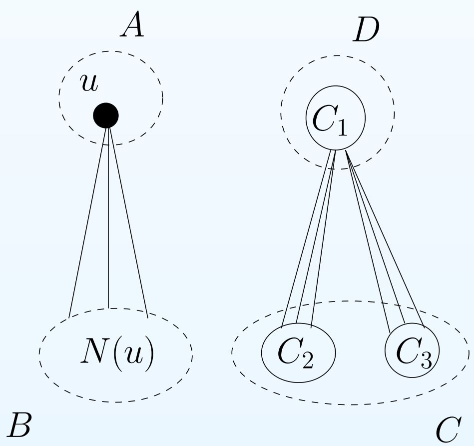
- $|V(G)| \geq 4$;

● H-partition
● $2K_2$-partition
● Graphes sans K_4 et graphes sans diamant
● Graphes sans Griffe ($K_{1,3}$)
● Nous savons que
● Et alors?

Quelques assumptions

- $|V(G)| \geq 4$;
- Il n'existe pas un sommet u tel que $\overline{N}(u)$ est non-connexe dans le complément de G;

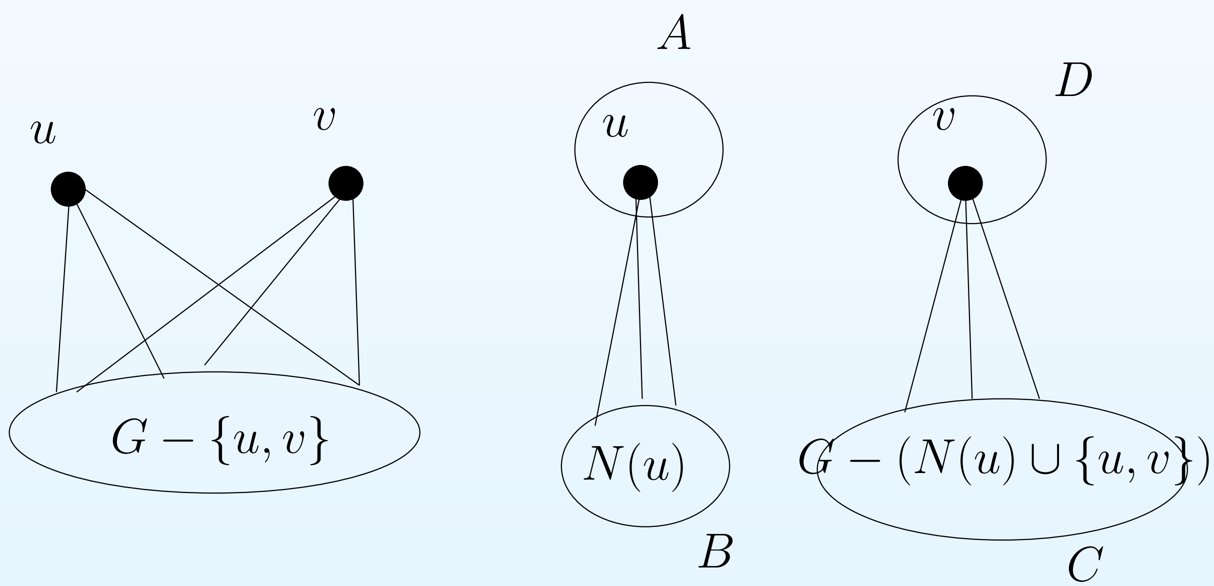




$\overline{G}[\overline{N}(u)]$ disconnexe

Quelques assumptions

- $|V(G)| \geq 4$;
- Il n'existe pas un sommet u tel que $\overline{N}(u)$ est non-connexe dans le complément de G;
- Il n'existe pas une paire universelle;



pair universel u, v

Quelques assumptions

- $|V(G)| \geq 4$;
- Il n'existe pas un sommet u tel que $\overline{N}(u)$ est non-connexe dans le complément de G;
- Il n'existe pas une paire universelle;
- Il n'existe pas une $2K_2$-partition telle que un des ensembles est une clique.

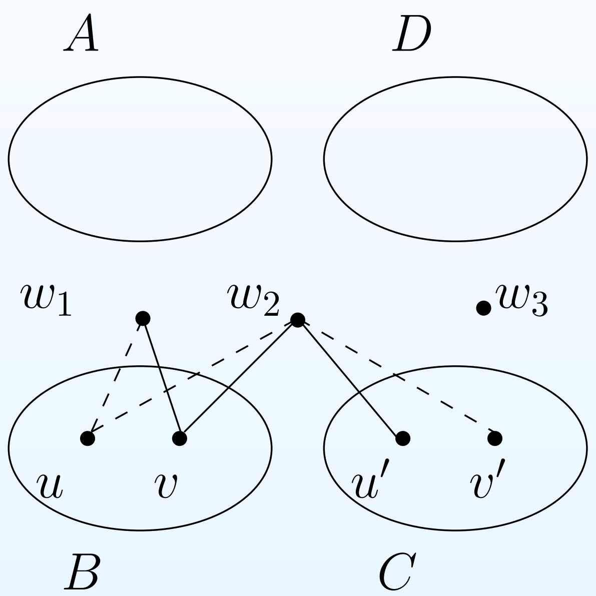
Graphes sans K_4 et graphes sans diamant

Graphes sans K_4 et graphes sans diamant

Trouver une $2K_2$-partition, A, B, C, D, telle que B et C sont stables.

Graphes sans K_4 et graphes sans diamant

Trouver une $2K_2$-partition, A, B, C, D, telle que B et C sont stables.



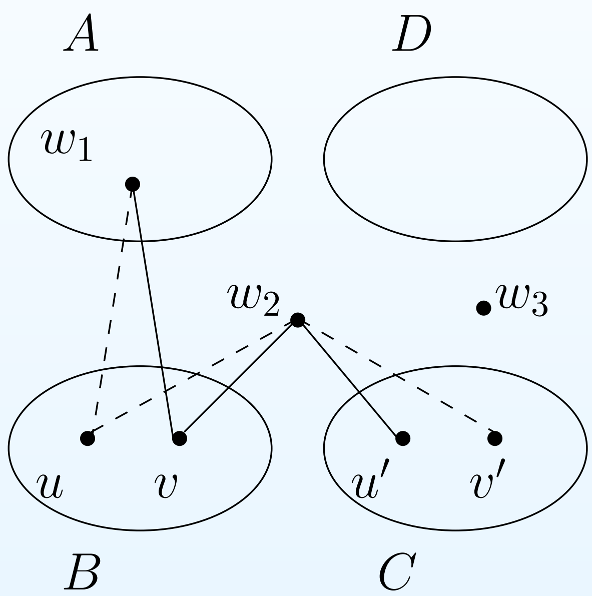
$$L(w_1) = \{A, B, C, D\}$$

$$L(w_2) = \{A, B, C, D\}$$

$$L(w_3) = \{A, B, C, D\}$$

Graphes sans K_4 et graphes sans diamant

Trouver une $2K_2$-partition, A, B, C, D, telle que B et C sont stables.



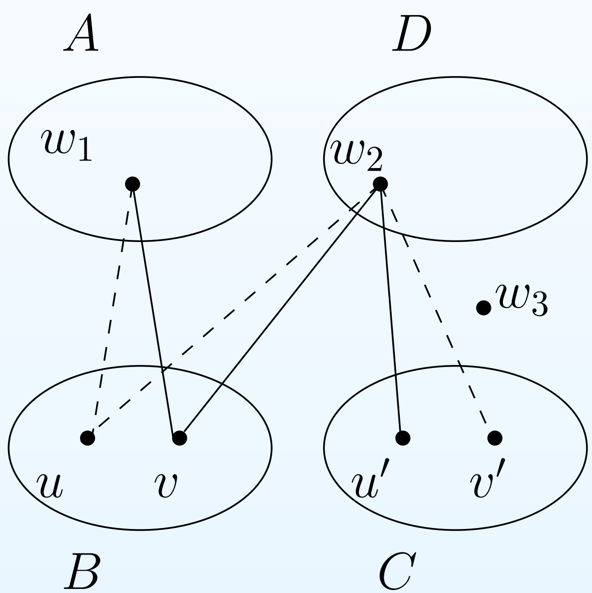
$$L(w_1) = \{A, C\}$$

$$L(w_2) = \{A, B, C, D\}$$

$$L(w_3) = \{A, B, C, D\}$$

Graphes sans K_4 et graphes sans diamant

Trouver une $2K_2$-partition, A, B, C, D, telle que B et C sont stables.



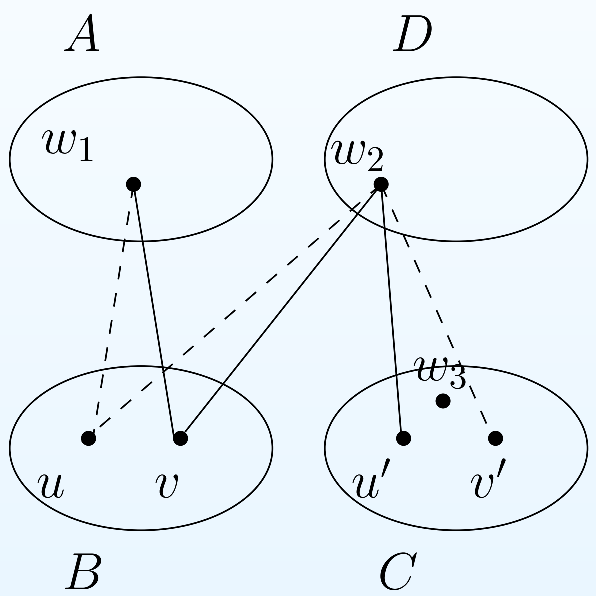
$L(w_1) = \{A, C\}$

$L(w_2) = \{A, D\}$

$L(w_3) = \{A, B, C, D\}$

Graphes sans K_4 et graphes sans diamant

Trouver une $2K_2$-partition, A, B, C, D, telle que B et C sont stables.



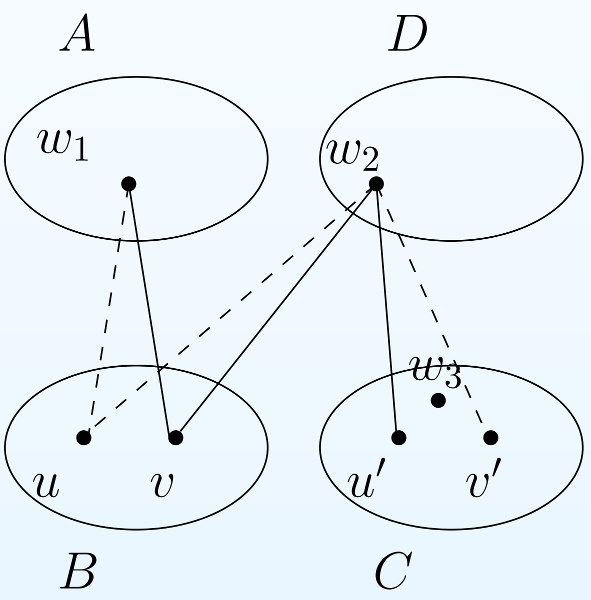
$L(w_1) = \{A, C\}$

$L(w_2) = \{A, D\}$

$L(w_3) = \{B, C\}$

Graphes sans K_4 et graphes sans diamant

Trouver une $2K_2$-partition, A, B, C, D, telle que B et C sont stables.

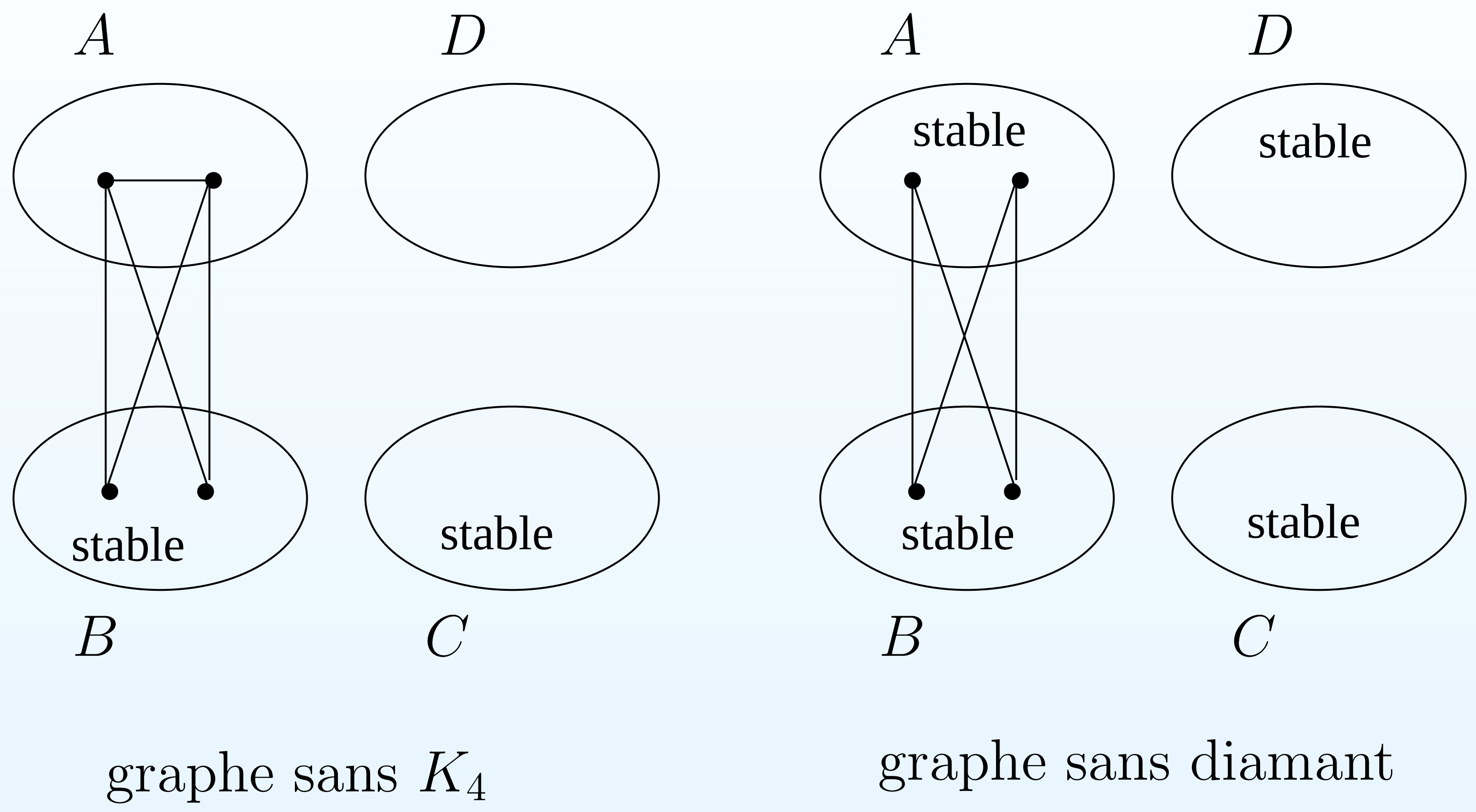


$L(w_1) = \{A, C\}$

$L(w_2) = \{A, D\}$

$L(w_3) = \{B, C\}$

Graphes sans K_4 et graphes sans diamant



Graphes sans Griffe ($K_{1,3}$)

- $\alpha(G) \geq 5 \Rightarrow G$ n’a pas une $2K_2$-partition;

Graphes sans Griffe ($K_{1,3}$)

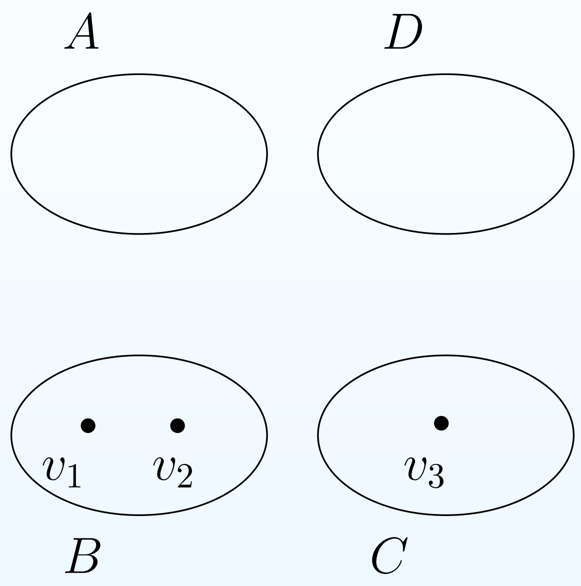
- $\alpha(G) \geq 5 \Rightarrow G$ n'a pas une $2K_2$-partition;
- $\alpha(G) \leq 2 \Rightarrow$ il existe une paire universelle.

Graphes sans Griffe ($K_{1,3}$)

- $\alpha(G) \geq 5 \Rightarrow G$ n'a pas une $2K_2$-partition;
- $\alpha(G) \leq 2 \Rightarrow$ il existe une paire universelle.

$$2 < \alpha(G) < 5?$$

Graphes sans Griffe ($K_{1,3}$)



N_1

N_2

N_3

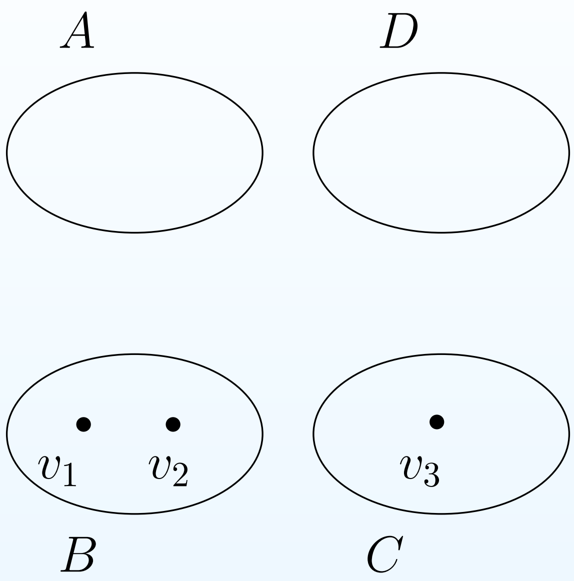
$N_{1,2}$

$N_{1,3}$

$N_{2,3}$

$\overline{N}$

Graphes sans Griffe ($K_{1,3}$)



$N_1 \subseteq B \cup C$

$N_2 \subseteq B \cup C$

N_3

$N_{1,2}$

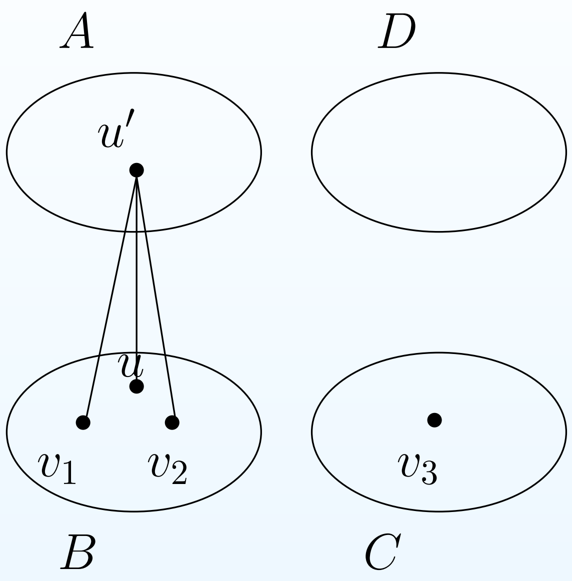
$N_{1,3}$

$N_{2,3}$

$\overline{N} \subseteq B \cup C$

Graphes sans Griffe ($K_{1,3}$)

- H-partition
- $2K_2$-partition
- Graphes sans K_4 et graphes sans diamant
- Graphes sans Griffe ($K_{1,3}$)
- Nous savons que
- Et alors?



$N_1 \subseteq B \cup C$

$N_2 \subseteq B \cup C$

N_3

$N_{1,2}$

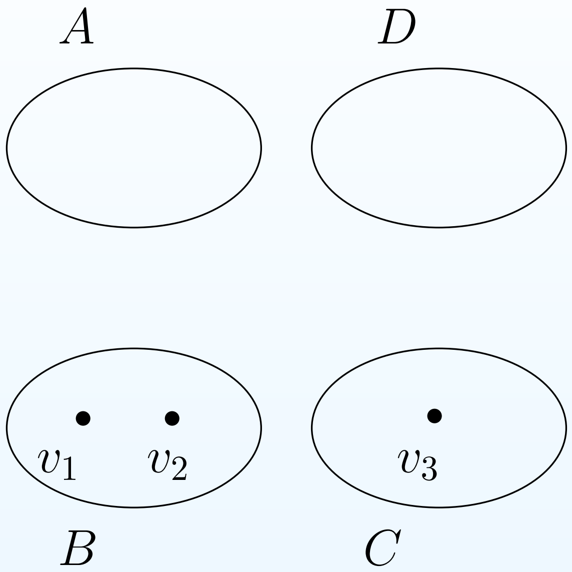
$N_{1,3}$

$N_{2,3}$

$\overline{N} \subseteq B \cup C$

$$u \in N_3 \cap B$$

Graphes sans Griffe ($K_{1,3}$)



$N_1 \subseteq B \cup C$

$N_2 \subseteq B \cup C$

$N_3 \subseteq C \cup D$

$N_{1,2}$

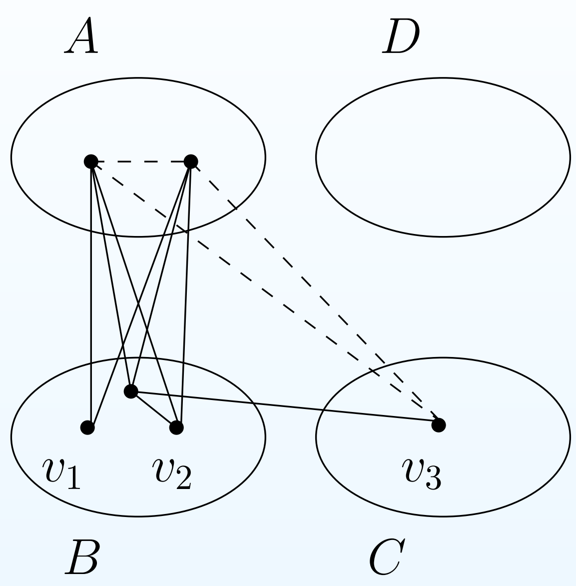
$N_{1,3}$

$N_{2,3}$

$\overline{N} \subseteq B \cup C$

Graphes sans Griffe ($K_{1,3}$)

- H-partition
- $2K_2$-partition
- Graphes sans K_4 et graphes sans diamant
- Graphes sans Griffe ($K_{1,3}$)
- Nous savons que
- Et alors?



$N_1 \subseteq B \cup C$

$N_2 \subseteq B \cup C$

$N_3 \subseteq C \cup D$

$N_{1,2}$

$N_{1,3}$

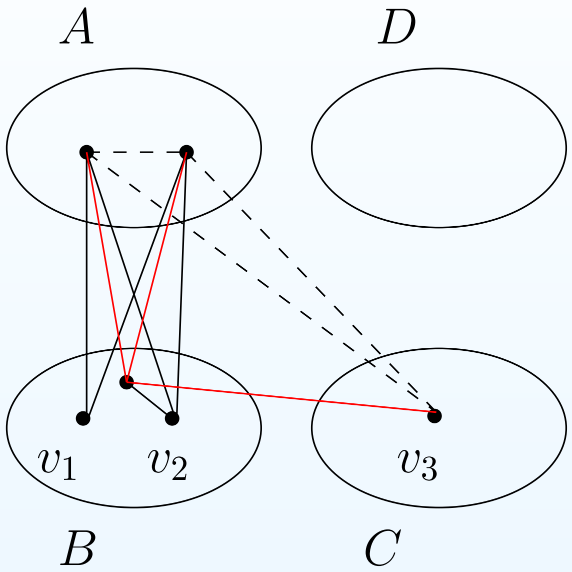
$N_{2,3}$

$\overline{N} \subseteq B \cup C$

$$u \in N_{2,3} \cap B$$

Graphes sans Griffe ($K_{1,3}$)

- H-partition
- $2K_2$-partition
- Graphes sans K_4 et graphes sans diamant
- Graphes sans Griffe ($K_{1,3}$)
- Nous savons que
- Et alors?



$N_1 \subseteq B \cup C$

$N_2 \subseteq B \cup C$

$N_3 \subseteq C \cup D$

$N_{1,2}$

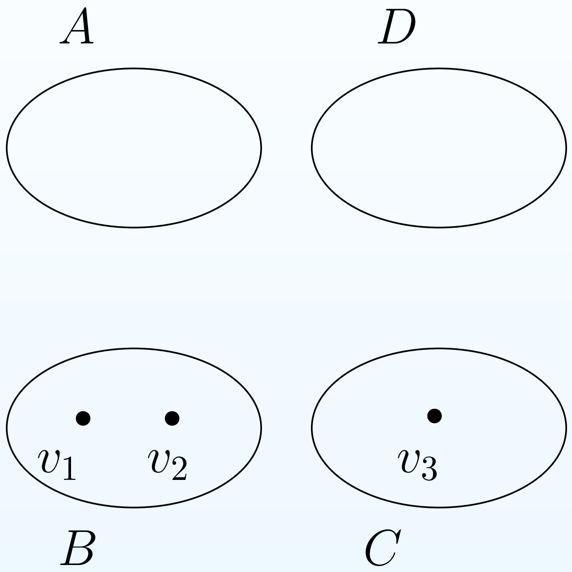
$N_{1,3}$

$N_{2,3}$

$\overline{N} \subseteq B \cup C$

$$u \in N_{2,3} \cap B$$

Graphes sans Griffe ($K_{1,3}$)



$N_1 \subseteq B \cup C$

$N_2 \subseteq B \cup C$

$N_3 \subseteq C \cup D$

$N_{1,2}$

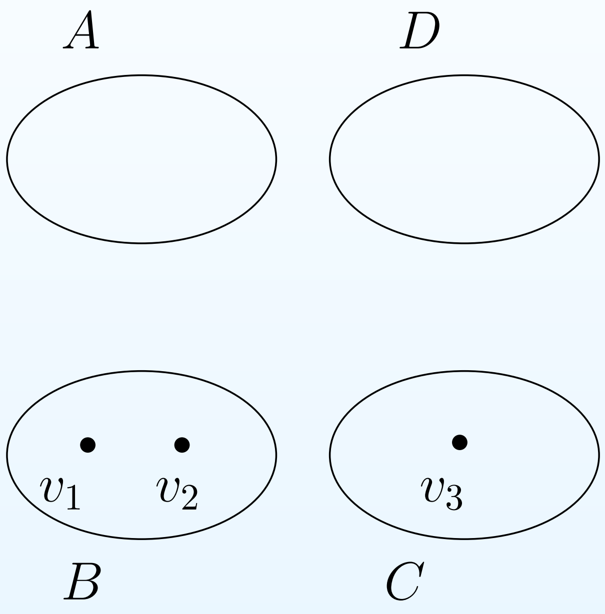
$N_{1,3} \subseteq C \cup D$

$N_{2,3} \subseteq C \cup D$

$\overline{N} \subseteq B \cup C$

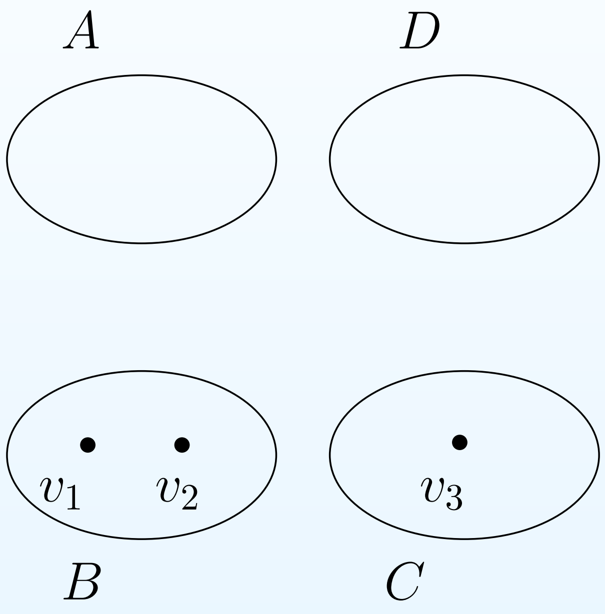
Graphes sans Griffe ($K_{1,3}$)

$$N_{1,2} \subseteq A \cup B \cup C$$



Graphes sans Griffe ($K_{1,3}$)

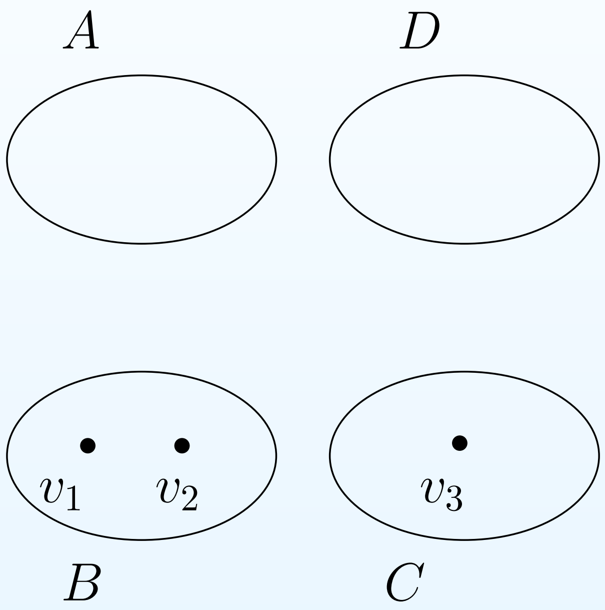
$$N_{1,2} \subseteq A \cup B \cup C$$



$q = |N_{1,2} \cap (B \cup C)|$ est maximum

Graphes sans Griffe ($K_{1,3}$)

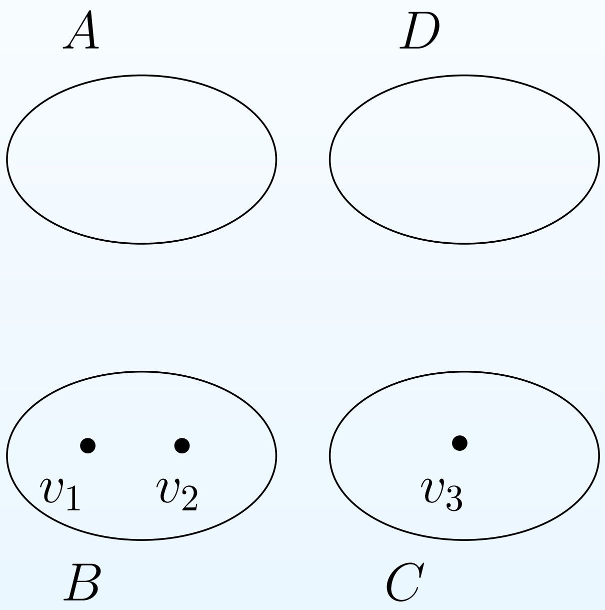
$$N_{1,2} \subseteq A \cup B \cup C$$



$q = |N_{1,2} \cap (B \cup C)|$ est maximum
$p = |N_{1,2} \cap B|$ est maximum

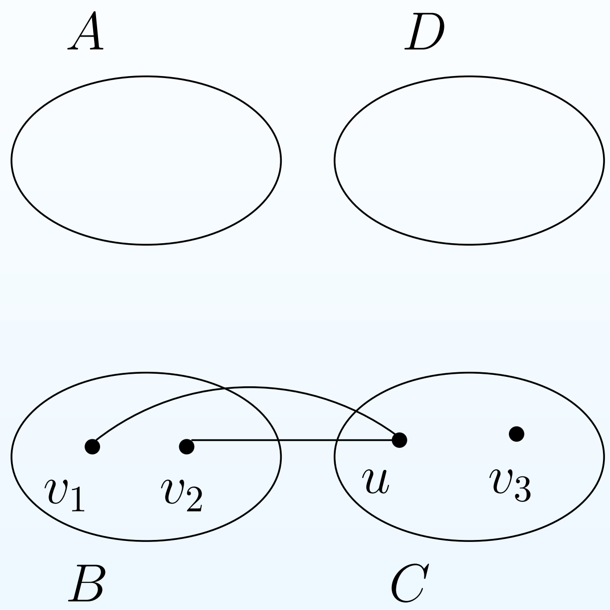
Graphes sans Griffe ($K_{1,3}$)

$N_{1,2} \subseteq A \cup B \cup C$



$q = |N_{1,2} \cap (B \cup C)|$ est maximum
$p = |N_{1,2} \cap B|$ est maximum
S'il existe une $2K_2$-partition de G, alors $p = q$ (i.e., $N_{1,2} \subseteq A \cup B$).

Graphes sans Griffe ($K_{1,3}$)

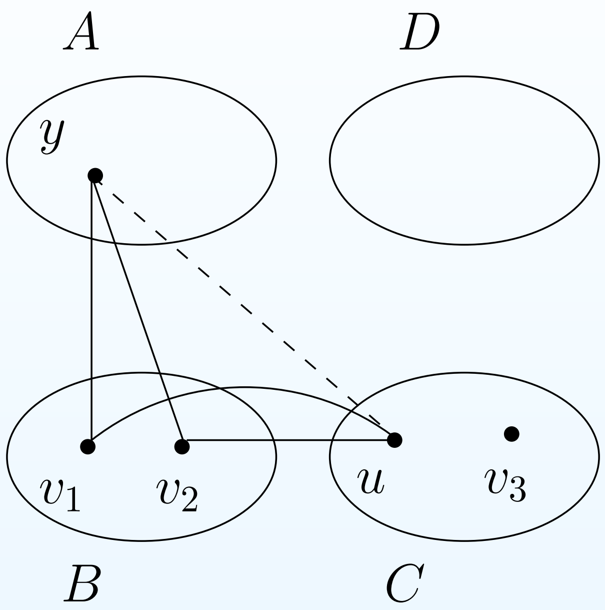


$q = |N_{1,2} \cap (B \cup C)|$ est maximum

$p = |N_{1,2} \cap B|$ est maximum

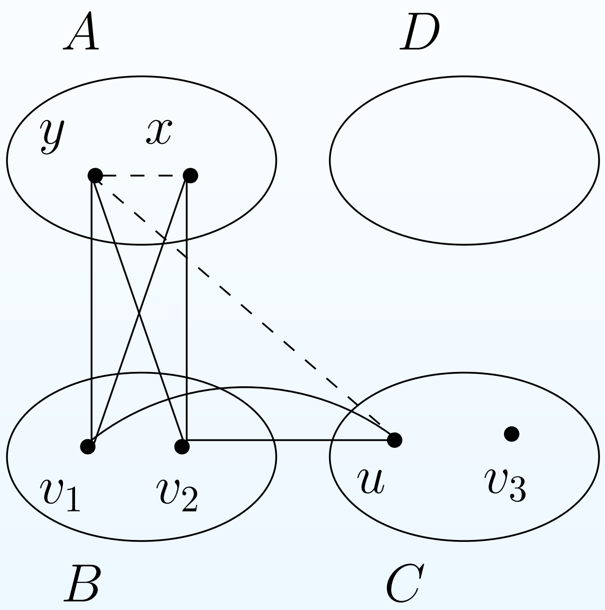
Supposez $u \in C \cap N_{1,2}$.

Graphes sans Griffe ($K_{1,3}$)



$q = |N_{1,2} \cap (B \cup C)|$ est maximum
$p = |N_{1,2} \cap B|$ est maximum
Supposez $u \in C \cap N_{1,2}$.

Graphes sans Griffe ($K_{1,3}$)

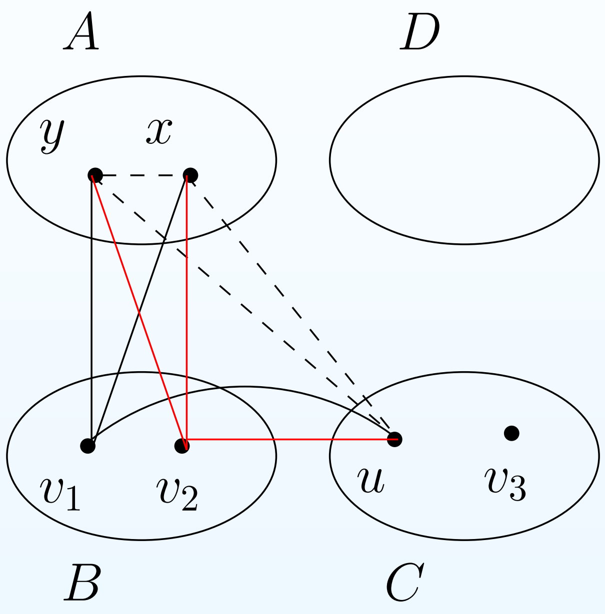


$q = |N_{1,2} \cap (B \cup C)|$ est maximum

$p = |N_{1,2} \cap B|$ est maximum

Supposez $u \in C \cap N_{1,2}$.

Graphes sans Griffe ($K_{1,3}$)

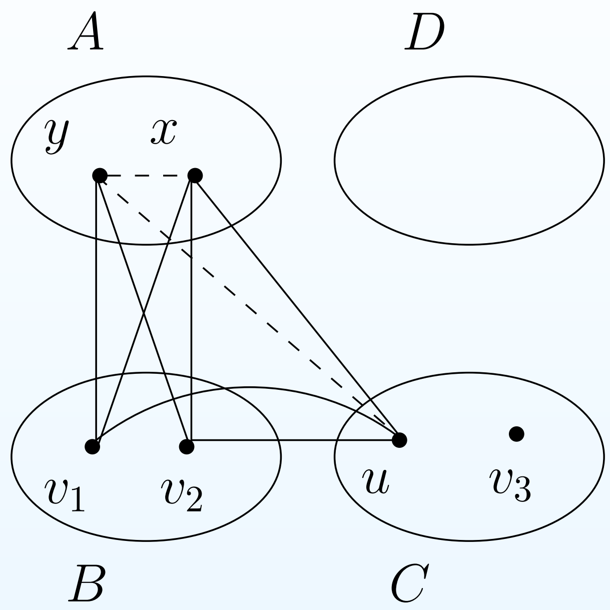


$q = |N_{1,2} \cap (B \cup C)|$ est maximum

$p = |N_{1,2} \cap B|$ est maximum

Supposez $u \in C \cap N_{1,2}$.

Graphes sans Griffe ($K_{1,3}$)

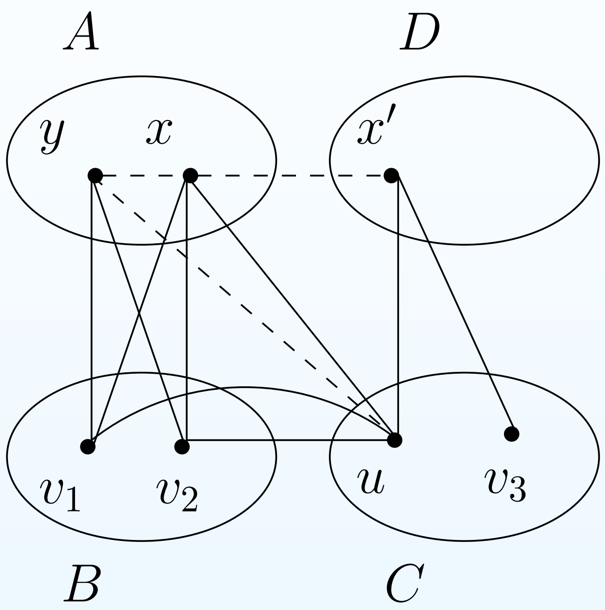


$q = |N_{1,2} \cap (B \cup C)|$ est maximum

$p = |N_{1,2} \cap B|$ est maximum

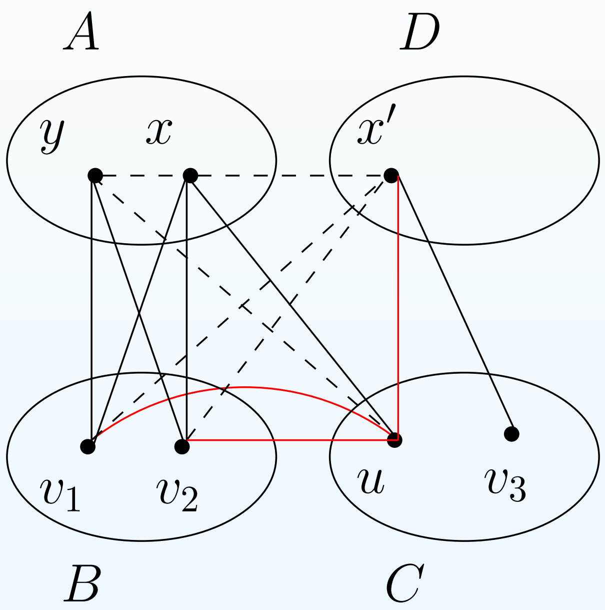
Supposez $u \in C \cap N_{1,2}$.

Graphes sans Griffe ($K_{1,3}$)



$q = |N_{1,2} \cap (B \cup C)|$ est maximum
$p = |N_{1,2} \cap B|$ est maximum
Supposez $u \in C \cap N_{1,2}$.

Graphes sans Griffe ($K_{1,3}$)



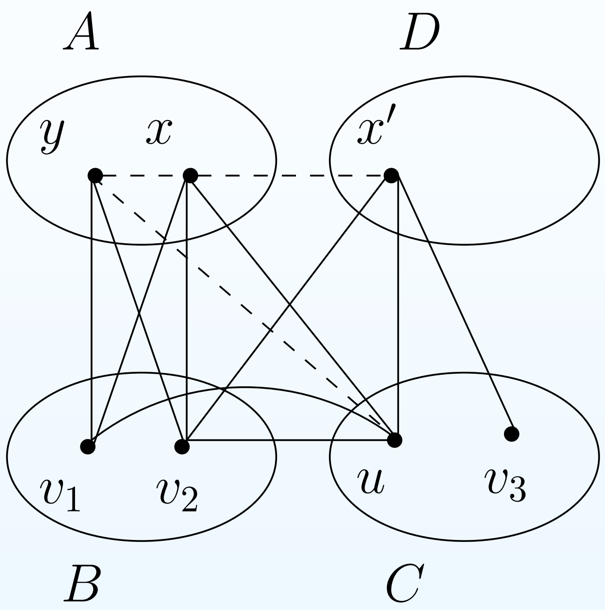
$q = |N_{1,2} \cap (B \cup C)|$ est maximum

$p = |N_{1,2} \cap B|$ est maximum

Supposez $u \in C \cap N_{1,2}$.

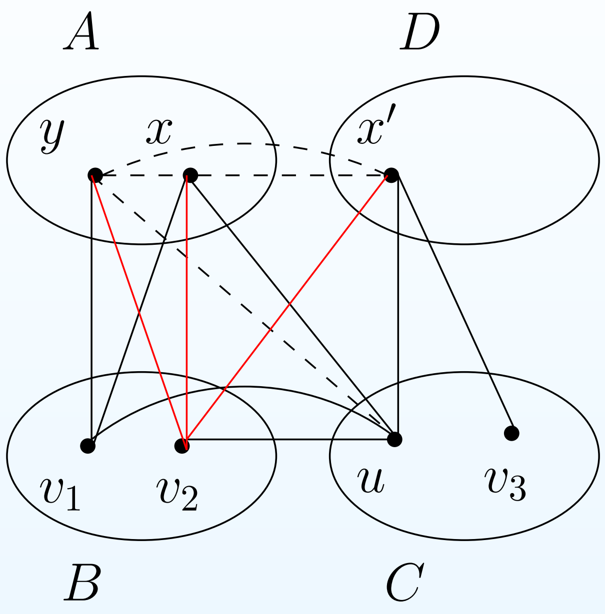
Graphes sans Griffe ($K_{1,3}$)

- H-partition
- $2K_2$-partition
- Graphes sans K_4 et graphes sans diamant
- Graphes sans Griffe ($K_{1,3}$)
- Nous savons que
- Et alors?



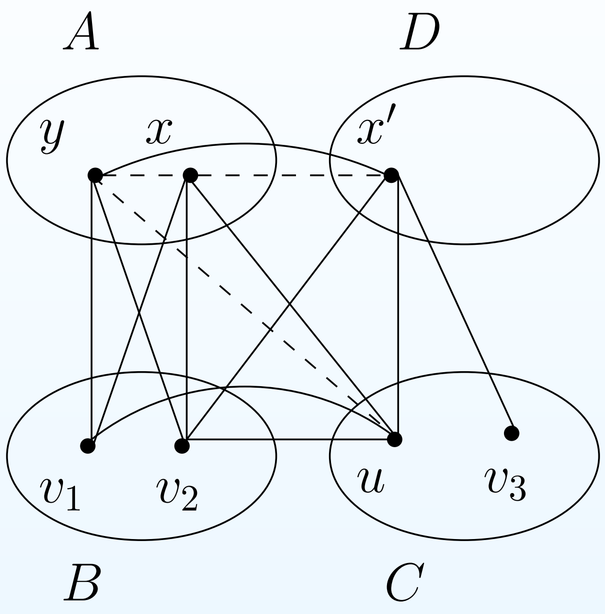
$q = |N_{1,2} \cap (B \cup C)|$ est maximum
$p = |N_{1,2} \cap B|$ est maximum
Supposez $u \in C \cap N_{1,2}$.

Graphes sans Griffe ($K_{1,3}$)



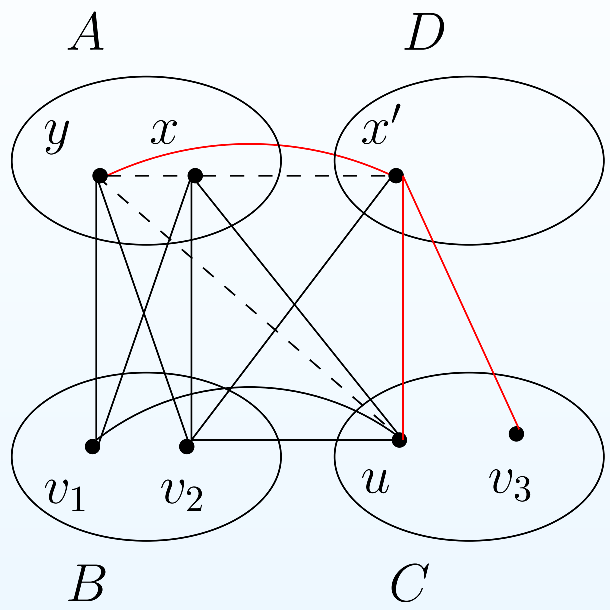
$q = |N_{1,2} \cap (B \cup C)|$ est maximum
$p = |N_{1,2} \cap B|$ est maximum
Supposez $u \in C \cap N_{1,2}$.

Graphes sans Griffe ($K_{1,3}$)



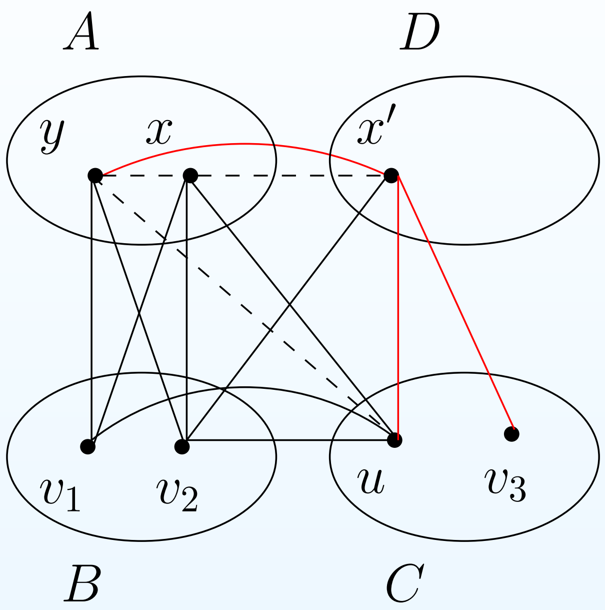
$q = |N_{1,2} \cap (B \cup C)|$ est maximum
$p = |N_{1,2} \cap B|$ est maximum
Supposez $u \in C \cap N_{1,2}$.

Graphes sans Griffe ($K_{1,3}$)



$q = |N_{1,2} \cap (B \cup C)|$ est maximum
$p = |N_{1,2} \cap B|$ est maximum
Supposez $u \in C \cap N_{1,2}$.

Graphes sans Griffe ($K_{1,3}$)



$q = |N_{1,2} \cap (B \cup C)|$ est maximum
$p = |N_{1,2} \cap B|$ est maximum
Supposez $u \in C \cap N_{1,2}$.

Nous savons que

- C'est facile pour:
  - graphes planaires
  - graphes sans K_4
  - graphes sans diamant
  - graphes avec largeur en arbre bornée
  - graphes sans griffes
  - graphes sans P_5 et sans C_5
  - graphes bipartis
  - graphes P_4-sparse
  - graphes sans C_4
  - graphes arc-circulaire

Nous savons que

- C'est facile pour:
  - graphes planaires
  - graphes sans K_4
  - graphes sans diamant
  - graphes avec largeur en arbre bornée
  - graphes sans griffes
  - graphes sans P_5 et sans C_5
  - graphes bipartis
  - graphes P_4-sparse
  - graphes sans C_4
  - graphes arc-circulaire
- Le problème par liste est NP-difficile même si $L(a) = \{A\}$, $L(b) = \{B\}$, $L(c) = \{C\}$, $L(d) = \{D\}$ et $L(v) = \{A, B, C, D\}$, pour tout $v \in V(G) \setminus \{a, b, c, d\}$.

Et alors?

- Facile pour un graphe quelconque?

Et alors?

- Facile pour un graphe quelconque?
- Il faut utiliser d'autres méthode que par des listes? Lequel?