

Session : 2

Durée de l'épreuve : 2 heures

Mars 2022

Master Informatique

Théorie des bases de connaissances (HAI933I)

Document autorisé : 1 feuille A4 manuscrite recto-verso

Toutes vos réponses doivent être justifiées. Une réponse sans justification ne sera pas prise en compte. Le barème est donné à titre indicatif et peut varier légèrement.

Exercice 1 (Règles existentielles) - 6 pts

On considère la base de connaissances $\mathcal{K} = (F, \mathcal{R})$ avec $F = \{r(a)\}$, où a est une constante, et $\mathcal{R} = \{R_1, R_2\}$, où :

$R_1 : r(x) \rightarrow \exists z p(x, z)$

$R_2 : p(x, y) \rightarrow \exists z p(x, z) \wedge q(z)$

Nous allons considérer trois variantes du chase :

- l'oblivious chase, qui effectue toutes les applications de règles possibles ;
- le restricted chase, qui n'effectue l'application d'une règle $R = B \rightarrow H$ selon un homomorphisme h de B dans la base de faits courante F que si h ne s'étend pas à un homomorphisme de H dans F ;
- le core chase, qui applique les règles comme le restricted chase, mais calcule le *core* de la base de faits obtenue après chaque application de règle.

Question 1 Définir la base de faits saturée (éventuellement infinie) obtenue à partir de F et $\mathcal{R}$ selon ces 3 variantes de *chase*.

Question 2 On considère l'interprétation I dont le domaine est $D = \{a, z\}$ (avec la simplification adoptée en cours : chaque constante est interprétée par un élément du domaine de même nom) et telle que :

$$I(r) = \{a\} \quad I(q) = \{z\} \quad I(p) = \{(a, z)\}$$

- Montrer que I est un modèle de $\mathcal{K} = (F, \mathcal{R})$.
- Est-ce un modèle universel de $\mathcal{K}$? Justifier.
- Une base de connaissances peut-elle avoir plusieurs modèles universels? En particulier, combien la base $\mathcal{K}$ de cet exercice a-t-elle de modèles universels?

Question 3

- Donner un modèle de $\mathcal{K}$ ayant le plus petit domaine possible.
- Montrer que ce modèle n'est pas un modèle universel de $\mathcal{K}$.

Question 4

(a) On rappelle qu'un modèle universel joue le rôle de "représentant" de tous les modèles d'une base de connaissances lorsqu'on cherche à répondre à des requêtes conjonctives. En effet, étant donnée une requête conjonctive booléenne q , on a : $\mathcal{K} \models q$ si et seulement si l'un quelconque des modèles *universels* de $\mathcal{K}$ est un modèle de q . Donner une requête

conjonctive qui montre que le modèle que vous avez construit en 3.(a) n'est pas universel.
 (b) La propriété " $\mathcal{K} \models q$ si et seulement si l'un quelconque des modèles universels de $\mathcal{K}$ est un modèle de q " est-elle conservée si q est une requête booléenne *avec négation par défaut* (ou : *négation du monde clos*) ? Illustrer votre réponse sur la base de connaissances $\mathcal{K}$ de l'exercice.

Exercice 2 (Contraintes négatives) - 3 pts

On considère maintenant des *contraintes négatives*, c'est-à-dire des connaissances de la forme $\forall \vec{x} (B(\vec{x}) \rightarrow \perp)$, où $\vec{x}$ est une liste de variables, $B(\vec{x})$ est une conjonction d'atomes dont les variables sont exactement celles de $\vec{x}$, et $\perp$ est le symbole absurde. Dans la forme simplifiée d'une contrainte, on omet les quantificateurs universels (comme pour les règles).

Question 1. Rappeler ce que signifie qu'une base de faits F *satisfait* une contrainte négative C .

Question 2. La base de connaissances suivante $\mathcal{K} = (F, \{R_1, R_2\}, \{C\})$ est-elle satisfiable ? Comment le vérifiez-vous ?

$F = \{r(a), s(a, b), s(b, a), r(b)\}$

$R_1 : r(x) \rightarrow \exists z p(x, z)$

$R_2 : p(x, y) \wedge s(x, z) \wedge p(z, t) \rightarrow s(y, t)$

$C : s(x, y) \wedge s(y, x) \rightarrow \perp$.

Question 3. Etant données deux contraintes négatives C_1 et C_2 , on dit que C_1 est *plus forte* que C_2 si toute base de faits qui satisfait C_1 satisfait aussi C_2 . Comment vérifier si une contrainte est plus forte qu'une autre ?

Exercice 3. XXX - 3 pts

Exercice 4. Modèles stables - 8 pts

Question 1 On se donne les règles propositionnelles $R_1 = a, \text{not}(b, c) \rightarrow d$ et $R_2 = a, \text{not } b, \text{not } c \rightarrow d$ (où la virgule correspond au $\wedge$) Si tu veux, mais c'est ce que j'ai utilisé pendant tout le cours, j'espère qu'ils ont compris au moins ça. Exhibez un ensemble d'atomes A , une dérivation persistante et complète D_1 du programme $\Pi_1 = A \cup \{R_1\}$ et une dérivation persistante et complète D_2 de $\Pi_2 = A \cup \{R_2\}$ tels que le résultat de D_1 et celui de D_2 sont différents. Vous justifierez soigneusement votre réponse.

Question 2 Utilisez des théorèmes du cours pour montrer que les résultats de dérivations persistantes et complètes que vous avez exhibés à la question 1 sont les seuls possibles à partir d'un ensemble d'atomes A ? Si tu veux préciser, on peut même mettre "quel que soit l'ensemble d'atomes A que vous avez choisi".

Question 3 On se donne maintenant les règles $R_3 = a, \text{not } b \rightarrow d$ et $R_4 = a, \text{not } c \rightarrow d$. Montrez que pour un programme quelconque Π , les modèles stables de $\Pi' = \Pi \cup \{R_1\}$ (où R_1 est la règle de la question 1) et ceux de $\Pi'' = \Pi \cup \{R_3, R_4\}$ sont les mêmes. Une façon de procéder est de considérer un ensemble d'atomes quelconque E , et de construire les programmes réduits de Π' et de Π'' suivant la présence ou pas de a, b et c dans E .

Question 4 Nous avons vu à la question 3 que, dans un programme propositionnel, on pouvait remplacer une règle de la forme R_1 (question 1) par deux règles avec négation atomique R_3 et R_4 sans changer la sémantique du programme. Montrez avec un contre-exemple judicieusement choisi que ce n'est pas vrai si les règles ne sont plus propositionnelles, mais que les atomes sont construits comme en logique du premier ordre. **ML : pas clair, comment sont quantifiées les variables ?** C'est la définition de l'applicabilité dans le cours : $p(X), not q(X, Y) \rightarrow r(X)$ veut dire $\forall X((p(X) \wedge not \exists Y q(X, Y)) \rightarrow r(X))$. Je n'ai pas donné la transformation en FOL en cours, mais la définition de l'applicabilité "il existe un homomorphisme du corps positif qui ne s'étend pas à un homomorphisme d'un des corps négatifs" me semble claire.

Question 5 Mettez la règle $R_5 = p(X), not q(X, Y) \rightarrow r(X)$ sous forme normale **oups, j'avais oublié le not !!!**. Vous obtenez un ensemble de règles $\mathcal{R}_5$. Pour un ensemble d'atomes A que vous devrez judicieusement choisir, vous allez :

1. construire le grounding Π_5 de $A \cup \{R_5\}$;
2. construire le grounding Π'_5 de $A \cup \mathcal{R}_5$;
3. exhiber un ensemble d'atomes E qui est un modèle stable de l'un des deux programmes Π_5, Π'_5 mais pas de l'autre. Vous justifierez votre réponse par la définition par point fixe, en utilisant le programme réduit.

Vous êtes maintenant convaincus de l'intérêt de mettre les règles sous forme normale avant d'en faire le grounding !

Question 6 Nous avons vu dans l'algorithme ASPERIX que, dès qu'il y avait une violation d'une contrainte OUT, on pouvait arrêter la branche courante qui ne peut pas mener à un modèle stable. Ceci n'est pas vrai pour les contraintes MBT, qui doivent être vérifiées à la fin de la branche (en supposant que cette branche soit finie). Supposons maintenant que la non-application de la règle crée un nouveau sommet α de l'arbre ASPERIX tel que $IN = F$, et $MBT = MBT' \cup \{A_1 \vee \dots \vee A_k\}$ (avec MBT' la partie "must be true" du sommet père). Nous supposons également que nous disposons du graphe de dépendance GRD des versions positives des règles (la version positive d'une règle est cette même règle à laquelle on a enlevé tous les corps négatifs ; et le graphe de dépendance d'un ensemble de règles existentielles est le graphe orienté dont les sommets sont les règles et donc chaque arc (R, R') traduit le fait qu'une application de R peut créer une nouvelle application de R'). Montrez comment, à la création du sommet α , vous pouvez enrichir GRD de façon à y lire que la nouvelle contrainte de MBT ne sera jamais satisfaite dans aucun successeur de α , ce qui vous permettra de couper immédiatement le sous-arbre de α . Vous justifierez soigneusement votre réponse.