

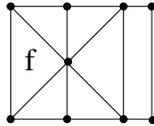
- TD 3 : Graphes planaires -

- Exercice 1 -

Trois pays peuvent-ils avoir deux-à-deux une frontière commune ?
Même question pour quatre pays. Même question pour cinq pays.

- Exercice 2 -

Redessiner le graphe ci-dessous de telle sorte que la face f devienne la face extérieure.



- Exercice 3 -

1. Montrer que K_4 est planaire.
2. Montrer, sans utiliser la formule d'Euler, que K_5 et $K_{3,3}$ ne sont pas planaires.
3. K_5 et $K_{3,3}$ sont-ils plongeables sans croisement sur le ruban de Möbius, sur le tore ?
4. A votre avis, pour quelle valeur maximale de n , K_n est-il plongeable sans croisement dans le tore ?

- Exercice 4 -

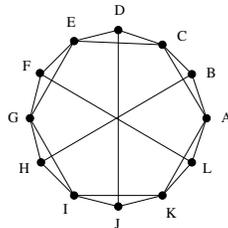
Trouver un graphe simple de séquence de degré $(4, 4, 3, 3, 3, 3)$ qui soit :

1. planaire.
2. non-planaire.

- Exercice 5 - Formule d'Euler -

On définit la *maille* d'un graphe G , notée $g(G)$ comme la taille d'un plus petit cycle de G . Par convention, si G est sans cycle, on pose $g(G) = +\infty$.

1. Montrer que pour un graphe planaire de maille finie, on a $g \leq \frac{2m}{m-n+2}$.
2. Montrer que le graphe de Petersen n'est pas planaire.
3. Le graphe suivant est-il planaire ?



- Exercice 6 -

Expliquer comment stocker un graphe planaire à n sommets de façon à utiliser un espace mémoire en $O(n \log n)$ et que le test d'adjacence se fasse en $O(1)$.

- Exercice 7 -

Peut-on réaliser un ballon de foot avec uniquement des hexagones ?
 Donner la composition du ballon de foot en hexagones et pentagones. Voir le beau ballon ci-dessous...



- Exercice 8 -

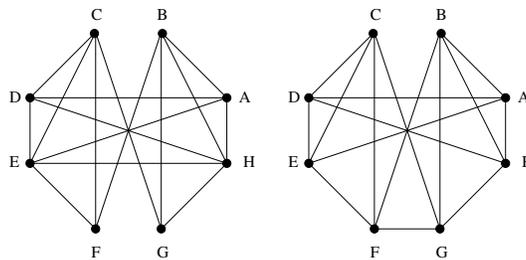
1. Montrer que tout graphe biparti cubique planaire contient un cycle de longueur 4.
2. Calculer le nombre de sommets d'un graphe cubique planaire ayant 8 faces. Donner deux tels graphes non isomorphes.

- Exercice 9 -

1. Vérifier que la formule d'Euler est fautive pour les graphes planaires non connexes.
2. Proposer une formule valable pour les planaires non connexes.

- Exercice 10 - Algorithme de plongement plan -

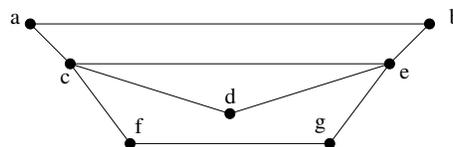
Faire tourner l'algorithme de plongement plan du cours sur les graphes suivants. Si un tel plongement n'est pas possible, on donnera une obstruction.



- Exercice 11 - Localisation dans un graphe plan -

À propos de l'algorithme de localisation :

1. Donner le graphe orienté de localisation correspondant au graphe suivant (vous choisirez un ordre d'étude des arêtes quelconque).



2. Pour toute valeur n , donner un graphe planaire et un ordre de choix des arêtes qui fournissent un graphe orienté de localisation de profondeur $O(n)$.