Master MIAGE 2e année Universités de Bordeaux 1 et 4
SYSTEMES EXPERTS (Ch. Retoré)
Contrôle continu du 18 octobre 2007
Sujet B (une page)

Exercice B.1

Pour chacun des deux séquents suivants dire s'il est universellement valide ou non. S'il l'est on en donnera une preuve formelle et sinon on donnera une valuation qui le rende faux.

(B.1.a) $r \vee p \vdash p \vee r$

(B.1.b) $(r \vee p), (r \Rightarrow (q \wedge p)), (\neg(r \wedge q) \Rightarrow \neg p) \vdash q$

(B.1.c) $(r \vee p), (r \Rightarrow (q \wedge p)), (\neg(r \wedge q) \Rightarrow \neg p) \vdash p$

Exercice B.2

On considère les assertions suivantes :

1. *Si le Joker veut et peut empêcher le bien , il le fait .*
2. *Si le Joker ne peut empêcher le bien , il est faible .*
3. *Si le Joker ne veut pas empêcher le bien , il est gentil .*
4. *Si le Joker existe, il n'est ni gentil , ni faible .*
5. *le Joker n'empêche pas le bien .*
6. *le Joker n'existe pas .*

(B.2.a) Formaliser chacune des assertions en calcul propositionnel.

(B.2.b) Montrer que la dernière assertion (6) est conséquence des autres en utilisant le calcul des séquents (prendre sa feuille en mode « paysage » :-).

Exercice B.3

On considère les formules :

$$\begin{array}{rcl} F & = & \exists x \exists y Q(x,y) \\ G & = & \exists x \exists y \neg Q(x,y) \\ H & = & \forall x \forall y \forall z ((Q(x,y) \wedge Q(y,z)) \Rightarrow P(z,y)) \end{array}$$

(B.3.a) Donner un modèle et une interprétation pour lesquels F et G et H sont vraies.

(B.3.b) Donner un modèle et une interprétation pour lesquels F et G et $\neg H$ sont vraies.

Exercice B.4

Montrer que $G \vdash F$ avec $F = (\exists x P(x)) \Rightarrow (\forall u Q(u))$ et $G = \forall x (P(x) \Rightarrow (\forall u Q(u))$.