

- TER L3 : Road Coloring Problem et Černý conjecture -

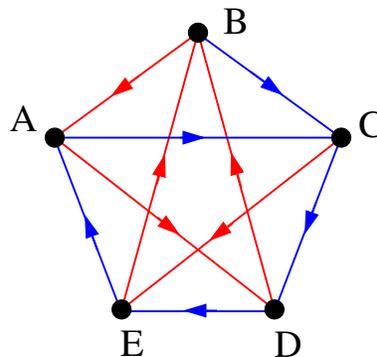
- Encadrant -

Stéphane Bessy
mail : bessy@lirmm.fr
page web : <http://www.lirmm.fr/~bessy>

- Généralités -

Ce sujet de TER s'adresse plus particulièrement aux étudiants de Maths-Infos, ou aux étudiants d'Info ayant un attrait certain pour l'informatique théorique et plus particulièrement la théorie des graphes et l'algorithmique. Il est prévu pour un groupe de 2 à 4 étudiants. Il est conseillé d'avoir suivi (et apprécié!) le module HLIN501 d'algorithmique de graphes. Avant de choisir ce sujet, il est préférable de me contacter afin d'éviter tout malentendu sur les objectifs attendus.

- Sujet -



On dira qu'on *applique bleu* (resp. *rouge*) à un sommet si on suit l'arc bleu (resp. rouge) qui part de ce sommet, et on note b (resp. r) cette opération. Choisissez un sommet au hasard dans le graphe ci-dessus et appliquez la suite d'opérations : r, r, b, r, r puis b , vous arriverez alors sur le sommet C ! Magie? Divination? Non, la coloration donnée aux arcs du graphe orienté et le mot $rrbrrb$ sont dits *synchronisants*. En appliquant le mot synchronisant depuis n'importe quel sommet de départ, on aboutit au sommet C .

L'existence d'une coloration et d'un mot synchronisant pour (presque) tout graphe orienté fortement connexe et de degré sortant 2 en tout point a été prouvé en 2007 par A. Trahtman [1]. Ce problème ouvert depuis 1970 était connu comme le *Road coloring problem*. Une question reste ouverte dans ce domaine, il s'agit de la conjecture de Černý [2], datant de 1964. Celle-ci affirme qu'un graphe orienté fortement connexe à n sommets, de degré sortant 2 en tout point et possédant une coloration synchronisante admet un mot synchronisant pour cette coloration de taille au plus $(n - 1)^2$.

- Travail attendu -

La première chose à faire est une étude bibliographique du domaine. On lira notamment en détail la preuve du Road Coloring Problem [1]. Le but principal du TER est de retranscrire cette preuve et d'implémenter les algorithmes correspondants. On cherchera à avoir une petite application à interface graphique (en SDL, par exemple, voir [3] ou [4]) qui permet de dessiner un graphe et de calculer une coloration et un mot synchronisant.

Ensuite, suivant le temps restant, on pourra faire des jeux de test visant à confirmer (ou infirmer) la conjecture de Černý.

Une partie non négligeable du travail étant d'ordre bibliographique, il sera nécessaire de débiter l'écriture du mémoire (en LaTeX!) tôt dans le déroulement du TER. La fin du TER se terminera par la fin de la rédaction du mémoire et la préparation de la soutenance.

- Bibliographie -

[1] <http://arxiv.org/abs/0709.0099>

[2] http://en.wikipedia.org/wiki/Synchronizing_word

[3] <http://loka.developpez.com/tutoriel/sdl/>

[4] <http://openclassrooms.com/courses/apprenez-a-programmer-en-c/installation-de-la-sdl>

Une rencontre encadrant-étudiants est prévue une fois par semaine ou par quinzaine selon l'avancée du TER.