③ $x_0 = 1 \quad x_k - 3x_{k-1} = 2 \quad x_k = 0$ si $k<0$

on doit écrire une équation vraie pour $\forall k$

$x_k - 3x_{k-1} = e_k$

→ pour $k>0$ $\quad x_k - 3x_{k-1} = 2$

→ pour $k<0$ $\quad x_k - 3x_{k-1} = 0$

→ pour $k=0$ $\quad x_0 - 3x_{-1} = x_0 = 1$

$$x_k - 3x_{k-1} = \overset{= 1 \text{ si } k=0}{\delta_k} + \underset{= 2 \text{ si } k>0}{2u_{k-1}}$$

ou bien $x_k - 3x_{k-1} = u_k + u_{k-1}$

$$Z\{x_k - 3x_{k-1}\} = X(z) - 3z^{-1}X(z) = (1-3z^{-1})X(z)$$

$$= 1 + 2\frac{z^{-1}}{1-z^{-1}} = \frac{1-z^{-1}+2z^{-1}}{1-z^{-1}}$$

$$= \frac{1+z^{-1}}{1-z^{-1}} = (1-3z^{-1})X(z)$$

$$\rightsquigarrow X(z) = \frac{1+z^{-1}}{(1-z^{-1})(1-3z^{-1})}$$

$x_k = ?$

$$X(z) = \frac{1+z^{-1}}{(1-z^{-1})(1-3z^{-1})} = \frac{a}{1-z^{-1}} + \frac{b}{1-3z^{-1}}$$

$$= \frac{(a+b) - z^{-1}(3a+b)}{(1-z^{-1})(1-3z^{-1})}$$

$$\begin{cases} a+b = 1 \\ -3a-b = 1 \end{cases}$$

$$-2a = 2 \rightarrow a = -1$$

$$\rightarrow b = 1-a = 2$$

$$X(z) = \frac{-1}{1-z^{-1}} + 2 \cdot \frac{1}{1-3z^{-1}}$$

$$x_k = -u_k + 2\,3^k u_k = (2\cdot 3^k - 1)\,u_k$$

$$x_0 = 2\cdot 3^0 - 1 = 1$$

$$x_k - 3x_{k-1} = (2\cdot 3^k - 1) - 3(2\cdot 3^{k-1} - 1)$$

$$= 2\cdot 3^k - 2\,3^k - 1 + 3 = 2$$