

# Corrélation de mesures sonar avec un modèle numérique de terrain

Frédéric COMBY, Olivier STRAUSS, Marie-José ALDON.

LIRMM, UMR CNRS/Université Montpellier II #C55060  
161 rue Ada, 34392 Montpellier cedex 5, France

Frederic.Comby@lirmm.fr, Olivier.Strauss@lirmm.fr, Marie\_Jose.Aldon@lirmm.fr

**Résumé** – Ce papier présente une méthode de localisation d’engins sous-marins par mise en correspondance d’un banc de mesures bathymétriques délivrées par un sonar multifaisceau avec un modèle numérique de terrain (MNT). Cette mise en correspondance est réalisée par l’utilisation d’une extension des formules classiques de corrélation prenant en compte le fait que les données sonar ne sont pas échantillonnées de façon régulière dans l’espace de représentation du MNT. Le couplage de cet algorithme avec un estimateur de mouvement permet de réduire la dimension de l’espace de recherche. Les résultats obtenus avec un modèle réel de relief sous-marin illustrent les performances des algorithmes présentés.

**Abstract** – This paper presents a terrain-referenced method for positioning an underwater vehicle equipped with a multibeam sonar. The local bathymetric profiles provided by this sensor are correlated with a digital elevation map (DEM). We propose an extended approach to the classical matching algorithms that takes into account the non regular sampling of sonar data in the DEM representation space. It uses a similarity criterion that depends on a probability term measuring the compatibility between the two data distributions. A predictive motion estimate allows us to reduce the size of the search zone. Results obtained with real terrain data illustrate the algorithm performances.

## 1. Introduction.

Cette étude porte sur l’appariement d’images bathymétriques, et plus particulièrement sur la mise en correspondance des mesures fournies par un sonar multifaisceau avec un modèle numérique de terrain (MNT) des fonds marins. L’objectif est de localiser dans son environnement un véhicule sous-marin qui porte le sonar. La méthode doit être exécutable en ligne et avoir des propriétés de robustesse vis à vis des bruits de mesure et des imprécisions sur le modèle de déplacement du véhicule.

Les techniques de mise en correspondance développées traditionnellement dans le domaine de l’imagerie vidéo sont basées sur une mesure de ressemblance entre un masque bidimensionnel et une partie de l’image de référence de même taille que ce masque. Les critères les plus couramment utilisés [1,2] (produit de corrélation, écarts absolus, transformée en rang, etc. ) supposent que les deux images sont échantillonnées dans le même espace, avec le même pas. Dans [3,4] la localisation d’un véhicule est obtenue en mettant en correspondance avec un modèle 3D du terrain une image de distance dense obtenue par stéréovision.

L’utilisation de techniques similaires en imagerie sonar impose la construction préalable de sous-images régulières regroupant plusieurs bancs de mesures [5,6,7]. Des prétraitements sont nécessaires pour représenter ces images locales dans un maillage régulier compatible avec celui du MNT. Le temps de calcul nécessaire pour ces traitements induit un retard du processus de localisation. Par ailleurs la construction de l’image est entachée d’erreurs dues à l’interpolation des données et à une connaissance imprécise du mouvement du véhicule entre deux acquisitions sonar.

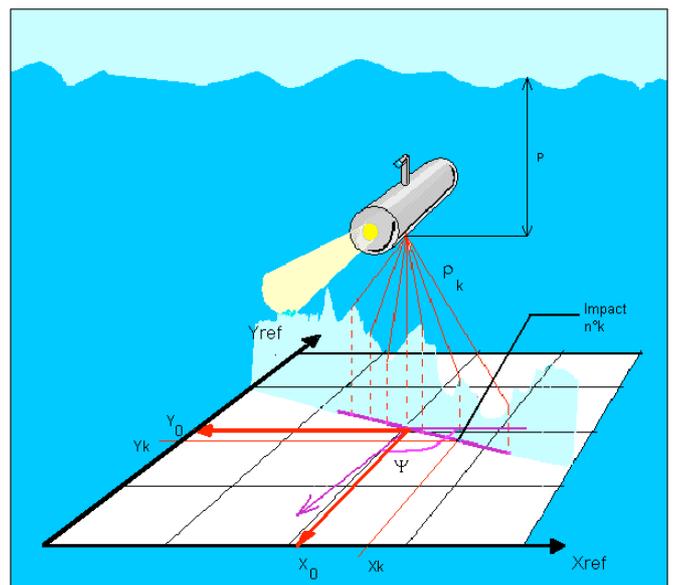


Fig. 1 : Acquisition des mesures sonar

La méthode de corrélation que nous avons mise au point ne nécessite pas la construction d’images 2D. Elle est basée sur la mise en correspondance directe d’un banc de mesures du sonar avec la carte de référence 3D du terrain. A chaque acquisition, le sondeur émet  $K$  faisceaux ( $k = 1, \dots, K$ ) espacés d’un angle constant dans un plan perpendiculaire au vecteur vitesse du véhicule (Fig. 1). A chaque faisceau  $k$  correspond une mesure de distance  $\rho_k$ . Le véhicule parcourt une trajectoire dont la profondeur  $P$  est variable. On note  $(X_0, Y_0)$  la position du sonar et  $\Psi$  son cap dans le repère  $(X_{ref}, Y_{ref})$  attaché à la carte de référence.

## 2. Mise en correspondance.

Les méthodes classiques sont mal adaptées pour mettre en correspondance deux signaux échantillonnés dans des espaces différents.

### 2.1 Mise en correspondance usuelle.

Mettre en correspondance deux signaux discrets ( $x_i$ ) ( $i$  de 1 à  $I$ ) et ( $y_j$ ) ( $j$  de 1 à  $J$ ) c'est mesurer puis seuiller leur "similarité". Pour mesurer cette similarité, on peut utiliser une mesure de leur corrélation ou la valeur moyenne d'une mesure de distance. Cette mesure prend la forme :

$$E(\partial(x, y)) = \sum_{i=1}^{\text{Min}(I, J)} \partial(x_i, y_i) \quad (1)$$

où  $\partial(x, y)$  est une mesure de distance ou un produit (dans le cas de la corrélation) et  $E(\lambda)$  est l'espérance de  $\lambda$ . L'utilisation de ce type de mesure n'est possible que si  $x_i$  et  $y_j$  sont échantillonnés de façon identique. Ce n'est pas le cas dans notre application. Le MNT est échantillonné régulièrement dans le plan horizontal ( $X_{\text{ref}}, Y_{\text{ref}}$ ) tandis que la *coupe sonar* est composée de faisceaux répartis avec un pas angulaire constant dans un plan vertical. Pour pouvoir utiliser une mesure de similarité, il faut modifier la formule (1).

### 2.2 Cas d'un échantillonnage non-régulier.

La forme générale d'une mesure discrète de distance moyenne s'écrit :

$$E(\partial(x, y)) = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \partial(x_i, y_j) \cdot p_{ij} \quad (2)$$

où  $p_{ij} = \Pr(x_i=y_j)$  est une mesure de la compatibilité entre les distributions  $x_i$  et  $y_j$ . On remarque que si les deux signaux ont le même échantillonnage (ce qui est le cas lorsqu'on met en correspondance deux images translattées d'un nombre entier de pixels), alors :

$$\begin{cases} p_{ij} = 1 & \text{si } i=j \\ p_{ij} = 0 & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad (3)$$

On retrouve alors la formule (2).

Dans le cas qui nous intéresse, les données à mettre en correspondance sont respectivement l'ensemble des  $Z_k$ , ( $k$  de 1 à  $K$ ), et l'ensemble des  $T_{ij}$ , ( $i$  de 1 à  $I$  et  $j$  de 1 à  $J$ ) :

- $Z_k$  est l'altitude du  $k^{\text{ième}}$  impact du sonar dans la position considérée; elle est fonction de la distance mesurée  $\rho_k$  et de la position angulaire  $\theta_k$  de ce faisceau par rapport à la verticale
- $T_{ij}$  est l'altitude de la cellule de coordonnées  $(x_i, y_j)$  du MNT.

On doit alors généraliser (2) ainsi :

$$E(\partial(T, Z)) = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \partial(T_{ij}, Z_k) \cdot \Pr(x_i = x_k, y_j = y_k) \quad (4)$$

Par exemple, si l'on choisit comme critère à minimiser une somme des différences absolues, (4) devient :

$$E(|T - Z|) = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K |T_{ij} - Z_k| \cdot p_{ijk} \quad (5)$$

La difficulté majeure de l'utilisation de la formule (5) est le calcul de la probabilité de compatibilité des deux distributions que nous notons  $p_{ijk}$ . Nous avons implémenté différents algorithmes pour calculer cette probabilité. Celui que nous présentons ici est basé sur la distance de Mahalanobis.

### 2.3 Évaluation de la probabilité conjointe par distance de Mahalanobis.

Dans cette approche, l'imprécision des données de localisation  $x_i, y_j, x_k$  et  $y_k$  est considérée comme une incertitude. Chaque cellule  $(i, j)$  du MNT est modélisée par une distribution uniforme bidimensionnelle.  $x_i$  et  $y_j$  sont supposés non corrélés. La matrice de covariance du vecteur  $[x_i, y_j]^T$  est  $\Lambda_{ij}$  :

$$\Lambda_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{x_i}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{y_j}^2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

La position des impacts, sur le fond est fonction de la position supposée du sous-marin définie par les variables  $X_0, Y_0, P$  et  $\Psi$ . La matrice de covariance  $\Lambda_k$  du vecteur  $[x_k, y_k]^T$  peut être approximée au premier ordre par :

$$\Lambda_k \approx \begin{bmatrix} \frac{\partial x_k}{\partial X_0} & \dots & \frac{\partial x_k}{\partial \theta} \\ \frac{\partial y_k}{\partial X_0} & \dots & \frac{\partial y_k}{\partial \theta} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{X_0}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{Y_0}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\Psi}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_P^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{\theta}^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial x_k}{\partial X_0} & \frac{\partial y_k}{\partial X_0} \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ \frac{\partial x_k}{\partial \theta} & \frac{\partial y_k}{\partial \theta} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\begin{cases} \sigma_{x_k}^2 = \sigma_{X_0}^2 + \rho_k^2 \cos^2(\Psi) \sin^2(\theta_k) \sigma_{\Psi}^2 + \sin^2(\Psi) \sin^2(\theta_k) \sigma_P^2 + \rho_k^2 \sin^2(\Psi) \cos^2(\theta_k) \sigma_{\theta}^2 \\ \sigma_{y_k}^2 = \sigma_{Y_0}^2 + \rho_k^2 \sin^2(\Psi) \sin^2(\theta_k) \sigma_{\Psi}^2 + \cos^2(\Psi) \sin^2(\theta_k) \sigma_P^2 + \rho_k^2 \cos^2(\Psi) \cos^2(\theta_k) \sigma_{\theta}^2 \\ \sigma_{x_k y_k}^2 = \cos(\Psi) \sin(\Psi) \sin^2(\theta_k) (\rho_k^2 \sigma_{\Psi}^2 + \sigma_P^2) - \rho_k^2 \cos(\Psi) \sin(\Psi) \cos^2(\theta_k) \sigma_{\theta}^2 \end{cases}$$

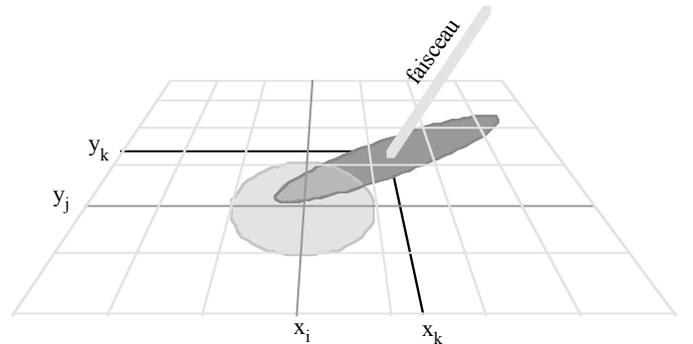


figure 2 : Zones d'incertitudes.

On peut alors facilement calculer la distance de Mahalanobis entre  $[x_i, y_j]$  et  $[x_k, y_k]$  :

$$M = \begin{pmatrix} x_i - x_k \\ y_j - y_k \end{pmatrix}^T \cdot (\Lambda_{ij} + \Lambda_k) \cdot \begin{pmatrix} x_i - x_k \\ y_j - y_k \end{pmatrix} \quad (8)$$

On en déduit une estimation de la probabilité conjointe en utilisant le coefficient de Mahalanobis :

$$\Pr(x_i = x_k, y_j = y_k) = e^{-M} \quad (9)$$

### 3. Suivi de trajectoire.

#### 3.1 Discrétisation de l'espace de recherche.

La méthode que nous mettons en œuvre consiste à rechercher dans l'espace des transformations rigides  $(X, Y, \Psi, P)$  celle qui minimise la distance entre les points de mesure et le MNT. On discrétise donc cet espace paramétrique et on calcule la corrélation généralisée entre le banc de mesure et le MNT pour chaque position présumée du sous-marin.

Dans ce cas, l'imprécision de localisation due à cette discrétisation doit être prise en compte dans la formule (7). On suppose alors que  $X$ ,  $Y$ ,  $\Psi$  et  $P$  sont des "variables aléatoires réelles indépendantes identiquement distribuées" uniformément dans l'intervalle de discrétisation. Soit  $\Delta X$  la demi-largeur de l'intervalle de discrétisation de  $X$ . Sa variance  $\sigma_x$  peut être estimée par [8] :

$$\sigma_x = \frac{\Delta X}{\sqrt{12}} \approx \frac{\Delta X}{3,46} \quad (10)$$

Plusieurs problèmes sont induits par l'utilisation d'une méthode de mise en correspondance :

- la discrétisation de l'espace de recherche limite la précision de la localisation au pas d'échantillonnage,
- la nécessité d'un temps de calcul court impose de réduire le nombre de cellules de l'espace de recherche.

La taille de l'espace de recherche doit, en outre, dépendre de la dynamique du véhicule de façon à garantir que la valeur recherchée des paramètres  $y$  soit incluse. Si le nombre des cellules est fixé, on ne peut à la fois augmenter la zone de recherche (augmentation de la taille des cellules) et augmenter la précision de localisation (diminution de la taille des cellules). Il faut donc réaliser un compromis entre ces deux paramètres.

#### 3.2 Filtrage de Kalman.

Pour résoudre ce problème, nous avons implémenté un filtre de Kalman qui prédit la position du mobile. Cette prédiction est utilisée comme centre de la zone de recherche au pas suivant. Le filtre fait appel à un modèle de déplacement du sous-marin. Suivant le type de sous-marin considéré, on met en œuvre un filtre linéaire ou non linéaire.

##### 3.2.1 Filtrage avec modèle linéaire

Un sous-marin de type ROV (Remotely Operated Vehicle) peut se déplacer dans n'importe quelle direction. On peut

modéliser ce déplacement en 2D (on suppose ici la profondeur constante) de la façon suivante :

$$\begin{cases} X_{k+1} = X_k + V_{Xk} \cdot \Delta T + \text{Err}_x \\ Y_{k+1} = Y_k + V_{Yk} \cdot \Delta T + \text{Err}_y \\ \Psi_{k+1} = \Psi_k + \Omega_\Psi \cdot \Delta T + \text{Err}_\Psi \end{cases} \quad (11)$$

où  $V_x$  (resp.  $V_y$ ) est la vitesse de déplacement suivant l'axe des  $X$  (resp. des  $Y$ ),  $\Omega_\Psi$  est la vitesse de rotation du cap et  $\Delta T$  est l'intervalle de temps entre deux mesures.

##### 3.2.2 Filtrage avec modèle non-linéaire

Les sous-marins AUV (Autonomous Underwater Vehicle) de type "torpille" ne peuvent avancer que dans la direction indiquée par leur cap. On peut alors modéliser leur déplacement par :

$$\begin{aligned} \Psi_k &= \Psi_{k-1} + \Delta \Psi_k \\ X_k &= X_{k-1} + \frac{\sin(\Delta \Psi_k / 2)}{\Delta \Psi_k / 2} \cdot D_k \cdot \cos\left(\Psi_{k-1} + \frac{\Delta \Psi_k}{2}\right) \\ Y_k &= Y_{k-1} + \frac{\sin(\Delta \Psi_k / 2)}{\Delta \Psi_k / 2} \cdot D_k \cdot \sin\left(\Psi_{k-1} + \frac{\Delta \Psi_k}{2}\right) \end{aligned} \quad (12)$$

où  $\Delta \Psi_k$  et  $D_k$  sont respectivement la variation de cap et le déplacement en translation du véhicule pendant une période d'échantillonnage. Ces équations étant non-linéaires, on doit utiliser un filtre de Kalman étendu.

## 4. Expérimentation.

Les expérimentations présentées ici ont été réalisées avec :

- une carte MNT du Canyon de Nice fournie par IFREMER, et utilisée comme carte de référence ; son pas d'échantillonnage est de 100 mètres et elle couvre une zone carrée de 27km de côté.
- une séquence d'images bathymétriques bruitées obtenues en simulant un sonar qui émet simultanément 59 faisceaux coplanaires répartis avec un pas angulaire de  $1.5^\circ$ . La trajectoire décrite par le sonar est représentée sur la figure 4 (en trait discontinu). Elle correspond à l'acquisition de 600 bancs de mesures obtenus avec une profondeur d'immersion constante (500m) dans la zone de la carte de référence visualisée en 3D sur la figure 3.

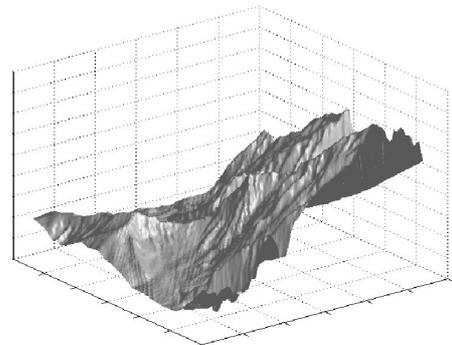


Fig. 3 : MNT du Canyon de Nice.

L'identification de cette trajectoire a ensuite été réalisée en mettant en correspondance ces mesures bathymétriques simulées et bruitées avec le MNT réel de la zone parcourue. L'algorithme présenté au paragraphe 2.3 a été utilisé en coopération avec une prédiction de mouvement obtenue par filtrage de Kalman étendu.

La profondeur étant constante, l'espace de corrélation est ici de dimension 3 (en X, Y,  $\psi$ ). À chaque pas du filtre, le critère est évalué dans une zone correspondant à (NxNxN) configurations de cet espace. Nous avons utilisé arbitrairement le même nombre N d'intervalles pour les trois paramètres. Cependant cela n'est pas imposé par la méthode de mise en correspondance. La dimension des cellules de l'espace de recherche, autrement dit le pas de discrétisation utilisé pour la corrélation a été défini suivant les trois axes (X, Y,  $\Psi$ ) de la manière suivante :

- $\Delta X = \Delta Y = 100$  mètres (même pas que celui du MNT),
- $\Delta \Psi = 0,2$  radian (ce choix est arbitraire).

Différents critères de similarité ont été testés. Nous avons obtenu les meilleurs résultats de mise en correspondance en minimisant la somme des écarts absolus d'altitude entre les mesures et la carte de référence (équation (5)).

Nous avons fait varier le nombre (NxNxN) de cellules de la zone de recherche. Comme le montrent les résultats du tableau 1 (obtenus avec un Pentium 333 MHz), ce nombre a une grande influence sur le temps d'exécution de l'algorithme. Par ailleurs, ce nombre conditionne aussi la robustesse de l'algorithme de suivi. Dans le cas présent, N doit être au moins égal à 6 pour que le suivi de la trajectoire s'exécute correctement. Au-dessous de cette valeur, l'algorithme de poursuite échoue car la taille de la zone de recherche est trop petite, compte tenu de la dynamique du véhicule. C'est ce que montre la figure 4 sur laquelle sont représentées la trajectoire réelle et les trajectoires estimées en utilisant des zones de recherche de (5x5x5) et (6x6x6) cellules.

TAB.1 : Temps de traitement moyen d'une coupe.

Nbre de cellules de la zone de recherche	4*4*4	5*5*5	6*6*6
Temps de traitement	0.2 sec	0.39 sec	0,78 sec

TAB.2 : Précision de la trajectoire estimée.

Paramètre	X	Y	$\Psi$
Erreur max.	481m	274m	0,48 rad
Erreur moy.	83m	78m	0,13 rad

Nous avons ensuite analysé les écarts entre la trajectoire estimée et la trajectoire réelle pour les 600 estimations. Le tableau 2 présente l'erreur moyenne et l'erreur maximale obtenues dans le cas où le suivi s'effectuerait correctement, c'est-à-dire avec une zone de recherche de (6x6x6).

## 5. Conclusion.

Nous avons proposé une méthode de navigation référencée terrain pour un véhicule sous-marin équipé d'un sonar

multifaisceau. Cette méthode basée sur la corrélation des mesures brutes avec un MNT ne nécessite pas de mise à l'échelle préalable des données. Sa mise en œuvre avec un filtre prédictif du mouvement conduit à un temps d'exécution raisonnable (moins de 1 sec. par coupe). Cependant, son exploitation en ligne et sur site réel suppose la présence d'un relief sous-marin assez contrasté et une limitation de la zone de recherche où doit s'effectuer la corrélation.

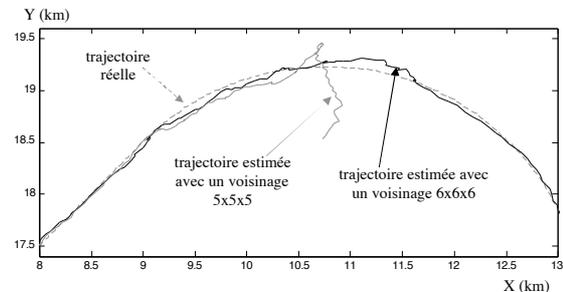


FIG. 4 : Superposition des trajectoires estimées et réelle.

## Remerciements

Les auteurs remercient Jan Opderbecke, Vincent Rigaud et Marc Sistiaga du Laboratoire de Robotique de l'IFREMER pour leur collaboration durant cette étude.

## Références

- [1] J. Banks, M. Bennamoun, P. Corke. *Fast and robust stereo matching algorithms for mining automation*. JAF 1997, Adelaïde, Australia, pp. 139-149.
- [2] R. Zabih, J. Woodfill. *Non-parametric local transform for computing visual correspondance*. Lecture Notes in Computer Science, Vol 801. Computer Vision ECCV'94, pp.151-158.
- [3] C. F. Olson, L. H. Matthies. *Maximum Likelihood Rover localization by Matching Range Maps*. ICRA 1998, Leuven, Belgium, pp. 272-277.
- [4] J. J. Rodriguez, J. K. Aggarwal. *Matching Aerial Images to 3D Terrain maps*. IEEE Transaction on P.A.M.I., vol. 12, n° 12, december 1990, pp. 1138-1149.
- [5] L. Lucido. *Navigation sous-marine référencée terrain par mise en correspondance de cartes bathymétriques*. Thèse de doctorat, Université de Nice-Sophia Antipolis, janvier 1998.
- [6] M. Sistiaga, J. Opderbecke, M. J. Aldon, V. Rigaud. *Map Based Underwater Navigation using a Multibeam Echosounder*. OCEANS 1998, Nice, France.
- [7] S. Daniel, F. Le Léanec, C. Roux, B. Solaiman, E. P. Maillard. *Side-Scan Sonar Image Matching*. Ocean Engineering, Vol. 23, n° 3, pp. 245-259.
- [8] B. Kamgar-Parsi and B. Kamgar-Parsi. *Evaluation of Quantization Error in Computer Vision*. IEEE Transaction on P.A.M.I., vol. 11, n° 9, September 1991, pp. 929-93.